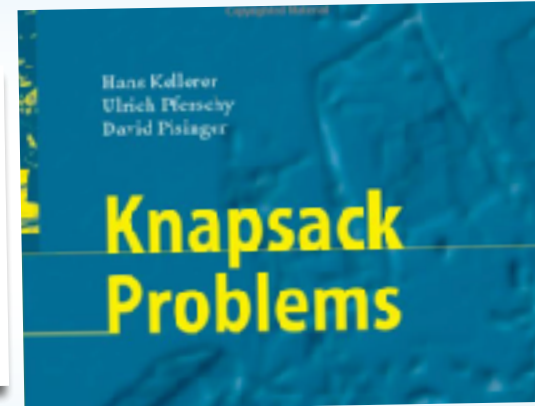




$$\begin{aligned} & \text{maximize} && \sum_{j=1}^n p_j x_j \\ & \text{subject to} && \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c, \\ & && x_j = 0 \text{ or } 1, \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$



1 Einführung: Knapsack-Probleme

*Algorithmen und Datenstrukturen 2
Sommer 2021*

Prof. Dr. Sándor Fekete

Algorithmen und Datenstrukturen 2

Sommersemester 2021

Startseite

Vorlesungen

Organisation

Kapitel ▾

Kontakt

Archiv

Startseite

Startseite / Algorithmen und Datenstrukturen 2

Algorithmen und Datenstrukturen 2

Die Vorlesung **Algorithmen und Datenstrukturen 2** ist eine Wahlpflichtveranstaltung für Studierende der Informatik, Wirtschaftsinformatik, Informations- und Systemtechnik; außerdem ist sie offen für interessierte Studierende anderer Studiengänge.

Algorithmen sind das methodische Herz der theoretischen und praktischen Informatik; Datenstrukturen ermöglichen die effiziente Umsetzung von Algorithmen und den effizienten Zugriff auf Input- und Outputdaten. In dieser weiterführenden Vorlesung werden die folgenden grundlegenden Begriffe erarbeitet:

- Elementare Aspekte zu Heuristiken
- Exakte Verfahren: Dynamic Programming, Branch-and-Bound
- Approximationsalgorithmen

Neuigkeiten

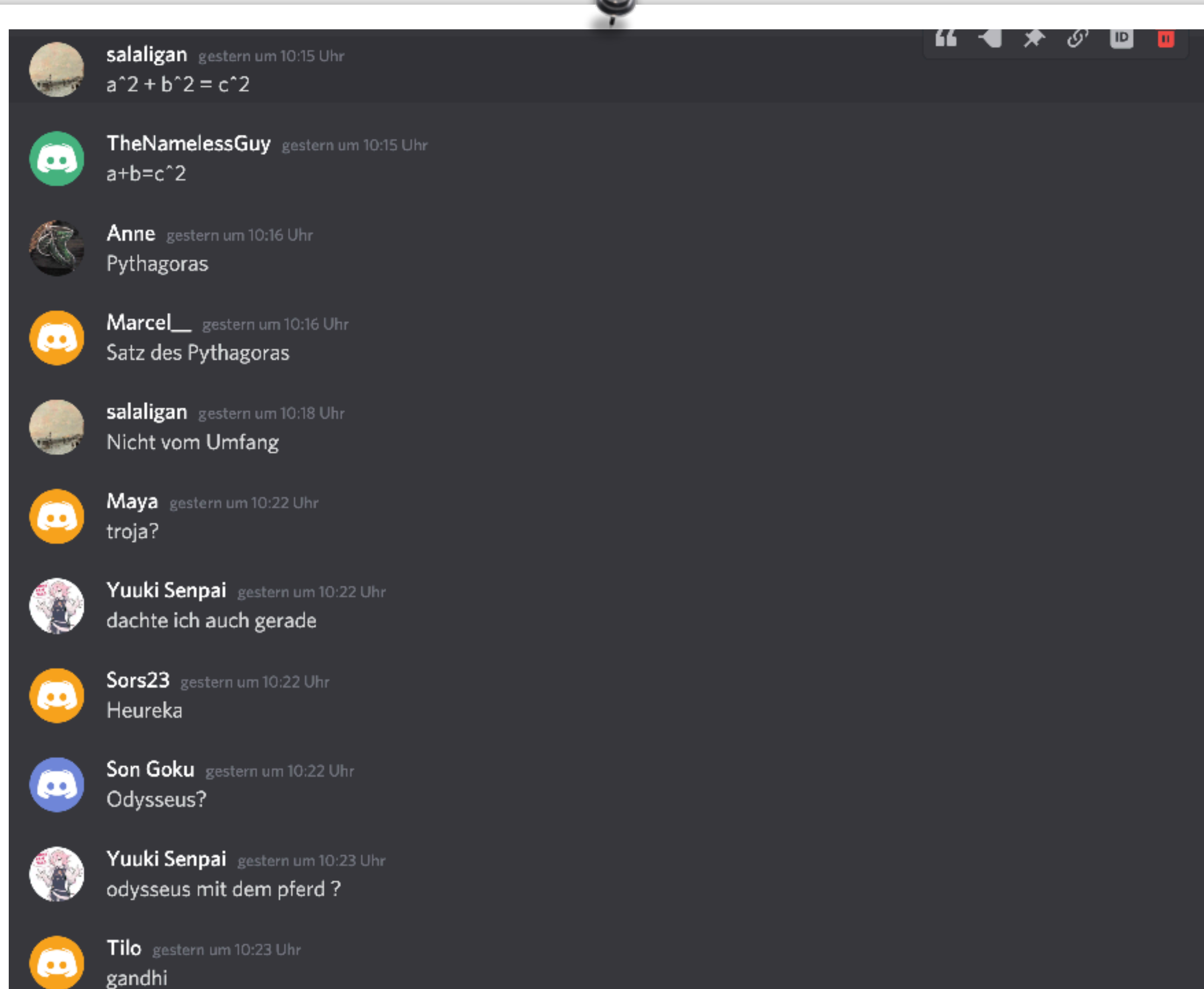
Herzlich Willkommen bei Algorithmen und Datenstrukturen 2. Wir starten am 20.04.2021 ins Sommersemester 2021.

Voraussichtlich werden alle Veranstaltungen online stattfinden.

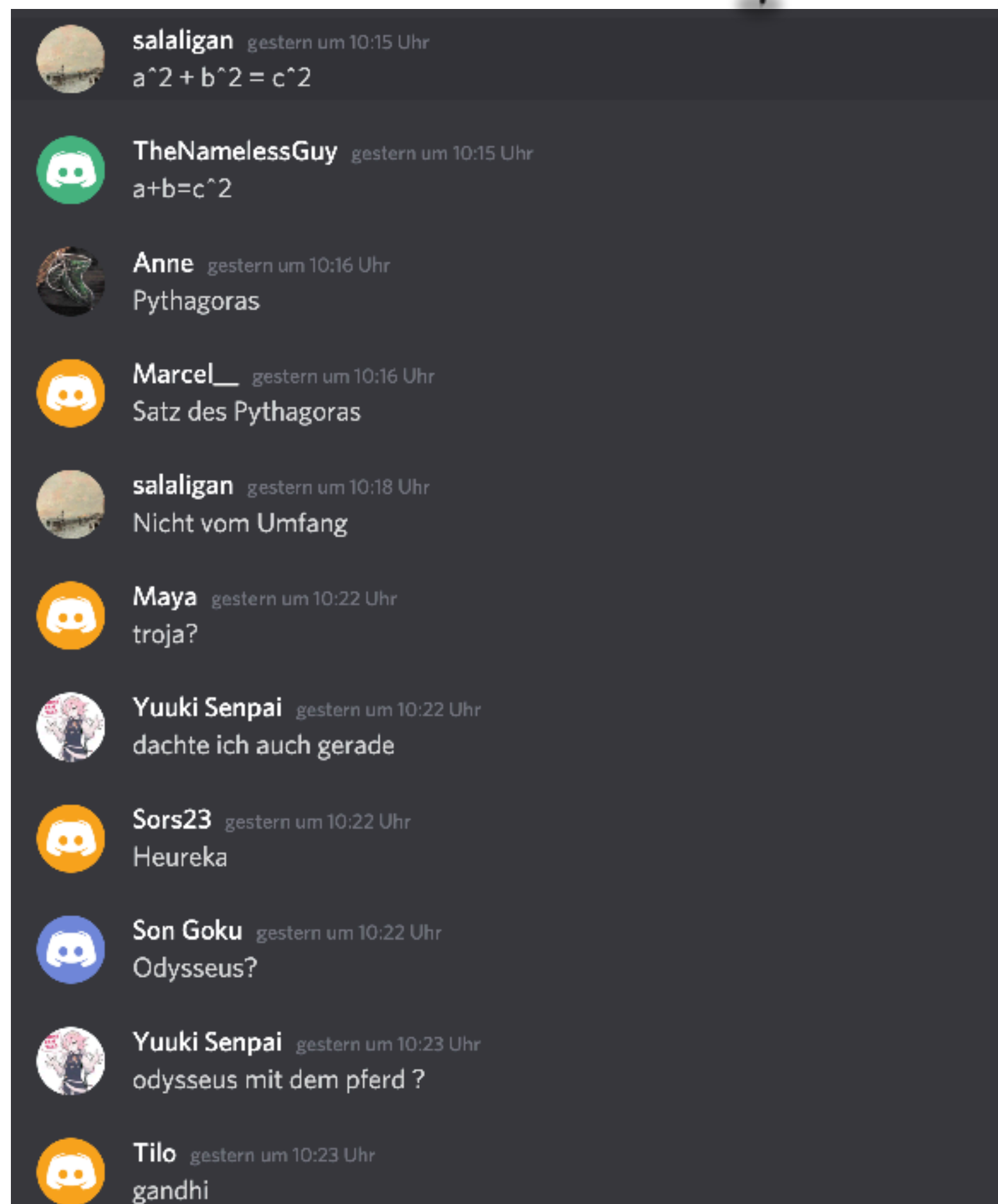
Bitte meldet Euch auf der Mailingliste an! Wir nutzen diese, um kurzfristig Informationen zu versenden. Bitte nutzt, soweit möglich, E-Mail-Adressen der TU Braunschweig. [[mail-liste](#)]

Fragen an uns?

Fragen an uns?



Fragen an uns?



salaligan gestern um 10:15 Uhr
 $a^2 + b^2 = c^2$

TheNamelessGuy gestern um 10:15 Uhr
 $a+b=c^2$

Anne gestern um 10:16 Uhr
Pythagoras

Marcel__ gestern um 10:16 Uhr
Satz des Pythagoras

salaligan gestern um 10:18 Uhr
Nicht vom Umfang

Maya gestern um 10:22 Uhr
troja?

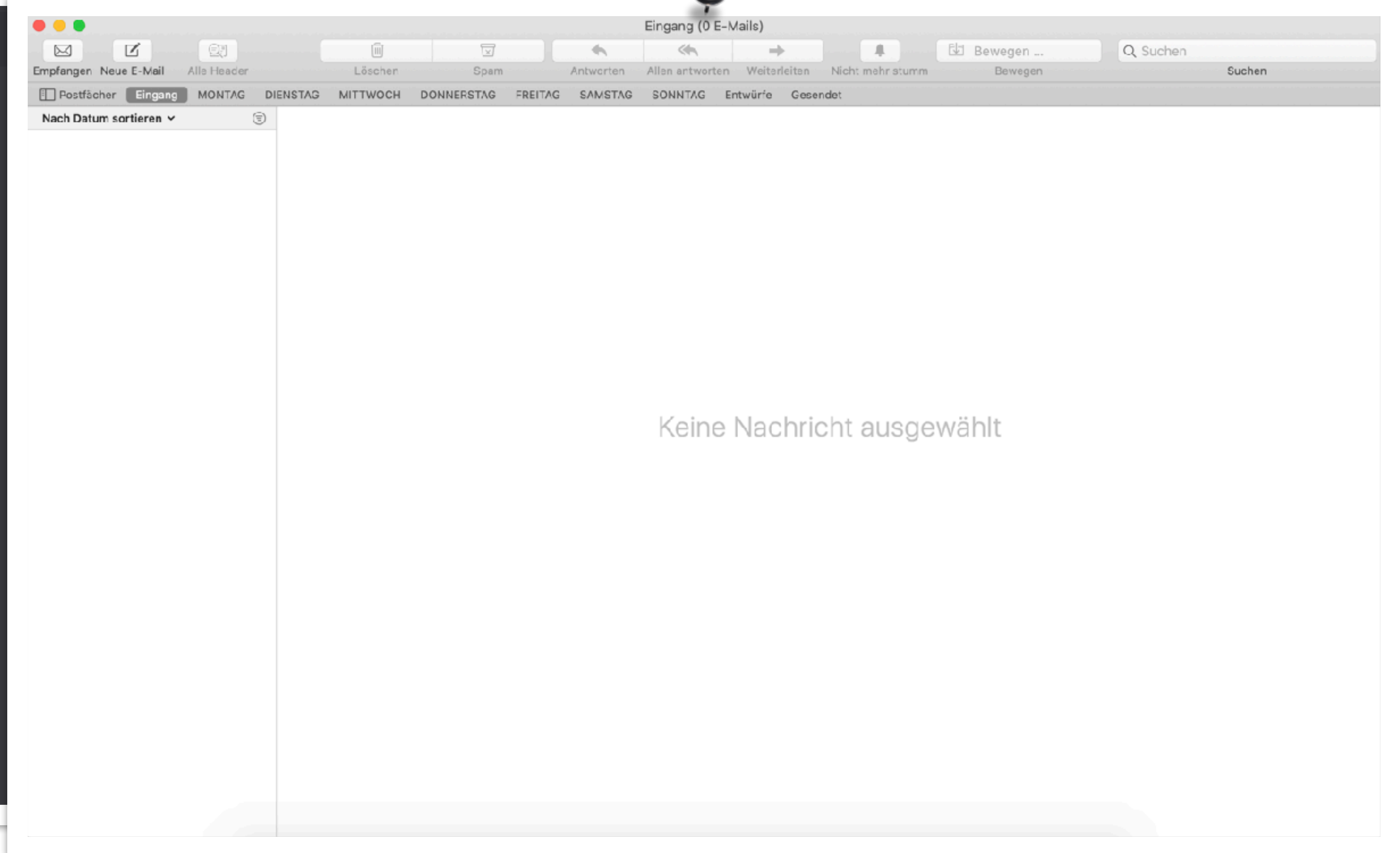
Yuuki Senpai gestern um 10:22 Uhr
dachte ich auch gerade

Sors23 gestern um 10:22 Uhr
Heureka

Son Goku gestern um 10:22 Uhr
Odysseus?

Yuuki Senpai gestern um 10:23 Uhr
odysseus mit dem pferd ?

Tilo gestern um 10:23 Uhr
gandhi



Eingang (0 E-Mails)

Empfangen Neue E-Mail Alle Header Löscher Spam Antworten Allen antworten Weiterleiten Nicht mehr stumm Bewegen ... Suchen

Postfächer Eingang MONTAG DIENSTAG MITTWOCH DONNERSTAG FREITAG SAMSTAG SONNTAG Entwürfe Gesendet

Nach Datum sortieren

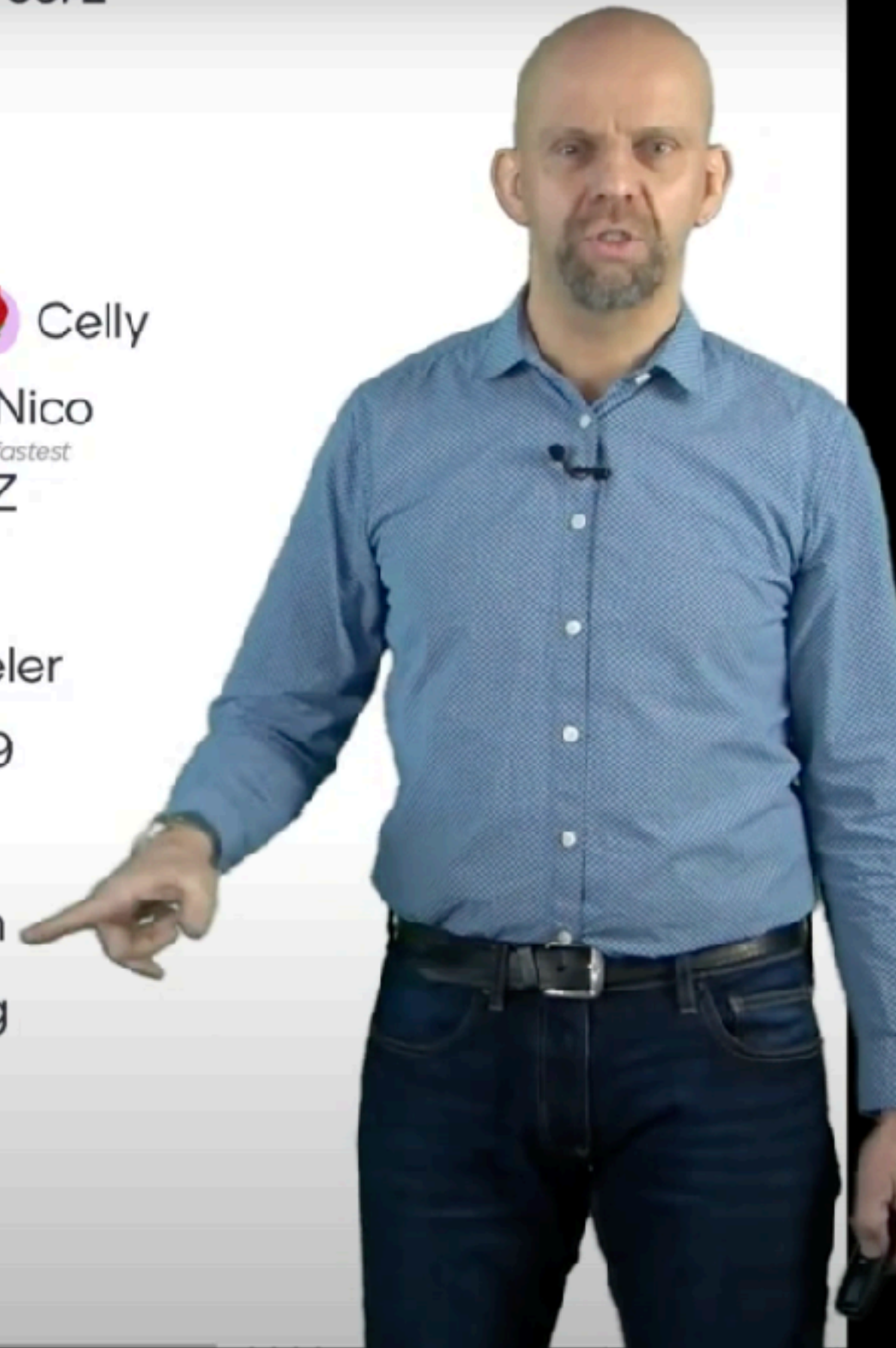
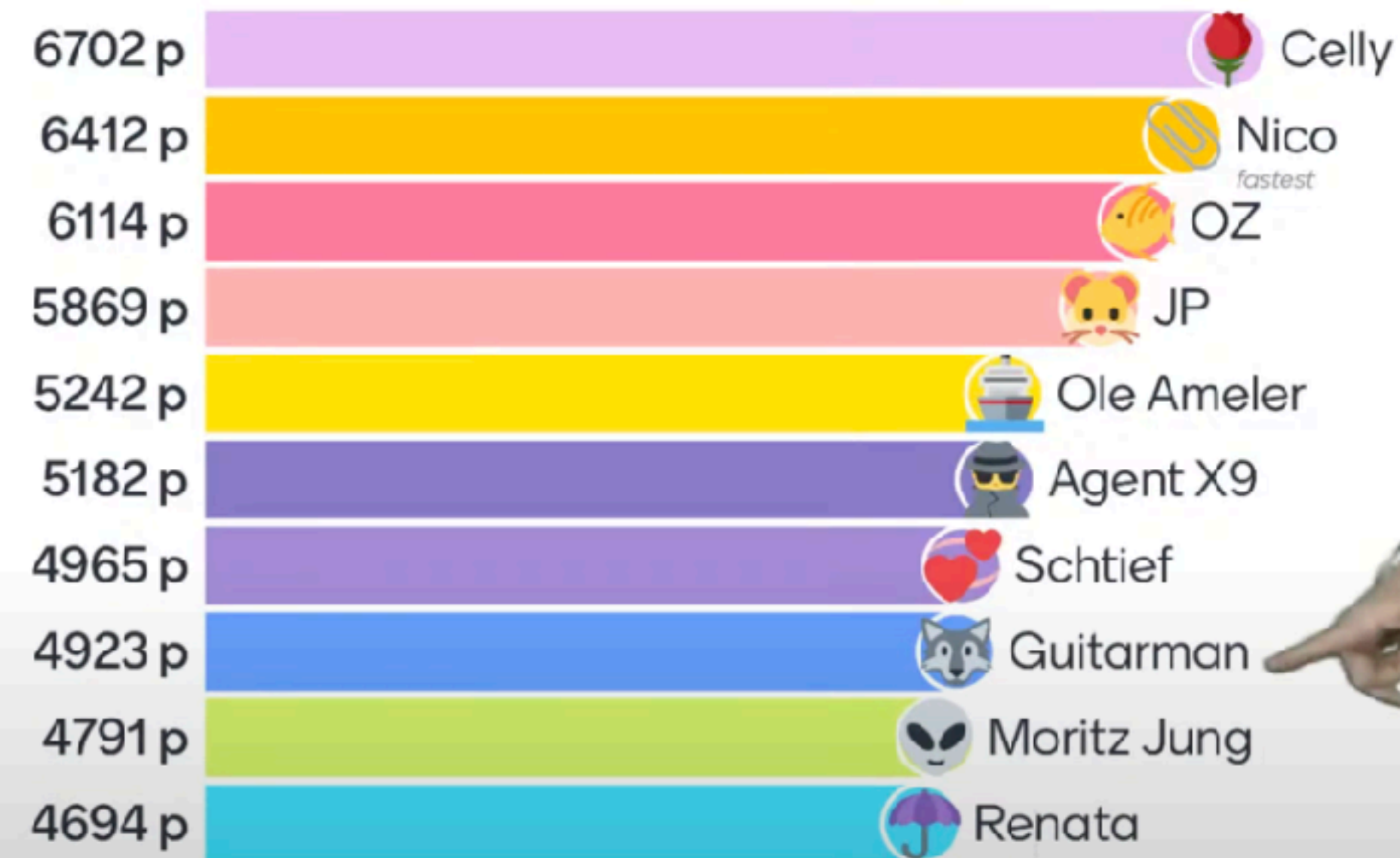
Keine Nachricht ausgewählt

Fragen an Sie!

Fragen an Sie!

Go to www.menti.com and use the code 7858 8872

Leaderboard



Eine Klausursituation



Die Zeit läuft!

Die Zeit läuft!



Die Zeit läuft!



Knut Donald, erster Studierender der Informatik

Die Zeit läuft!



Knut Donald, erster Studierender der Informatik



Die Zeit läuft!



Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten

Die Zeit läuft!



Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten
- 20 Aufgaben

Die Zeit läuft!

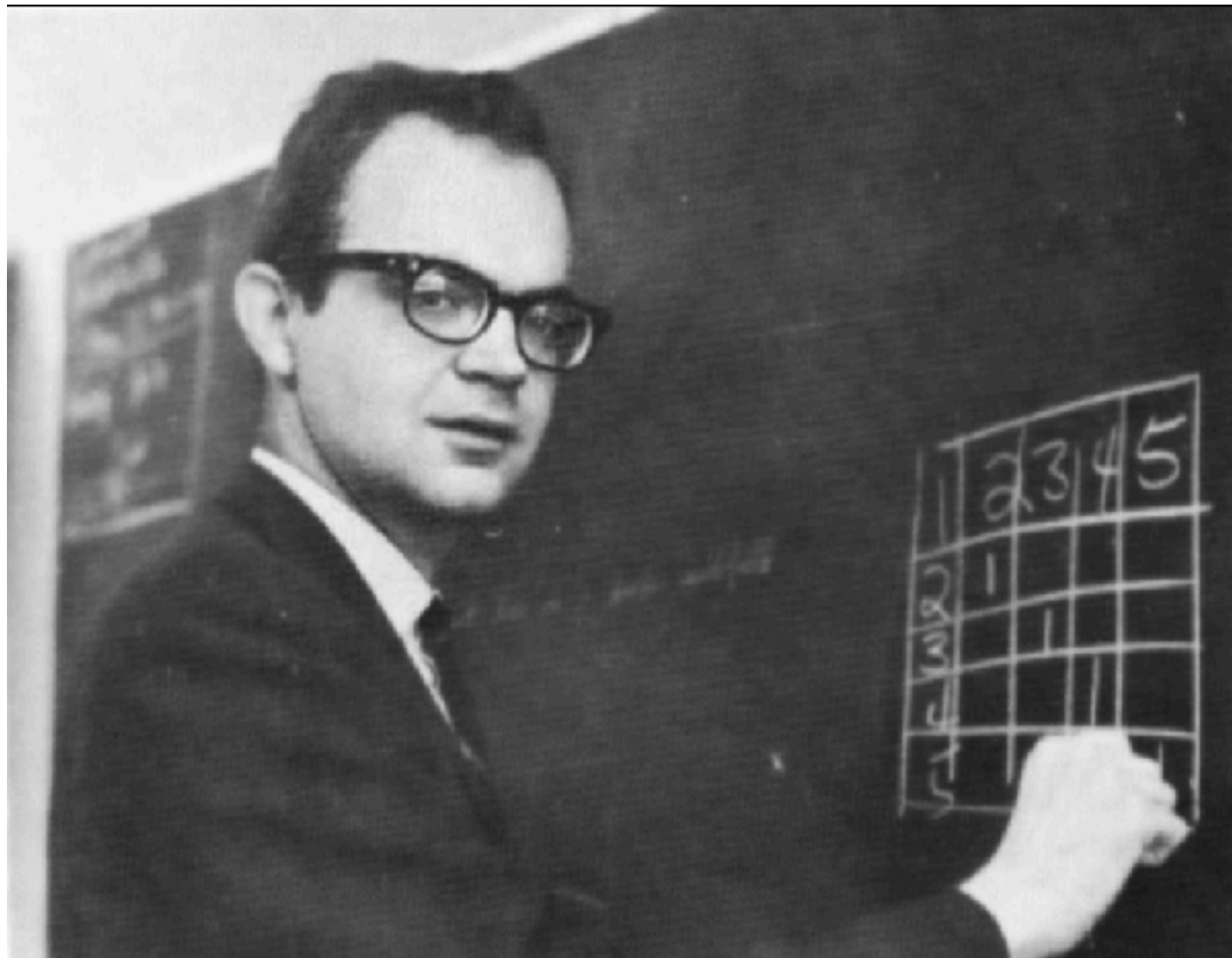


Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten
- 20 Aufgaben
- 100 Punkte

Die Zeit läuft!

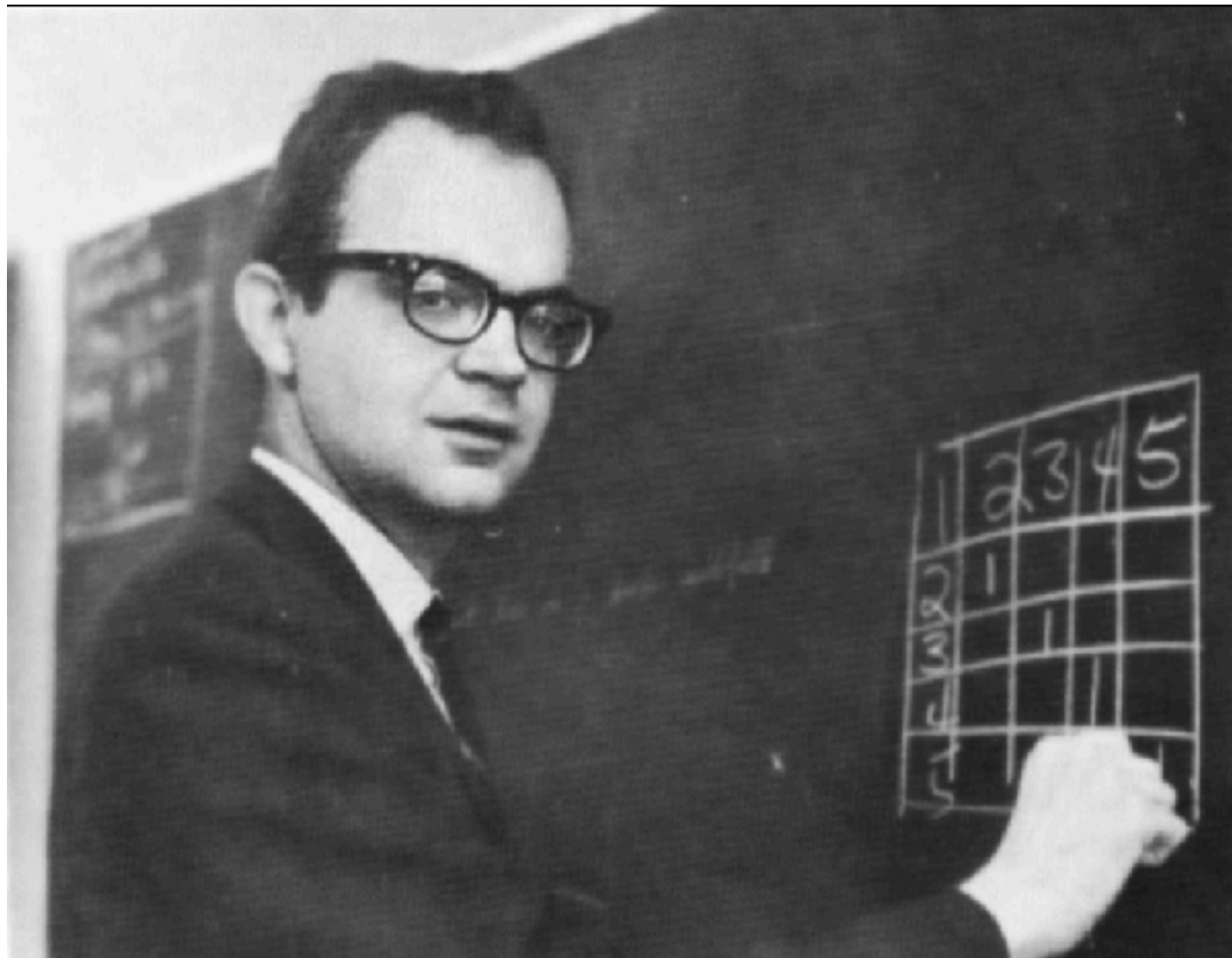


Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten
- 20 Aufgaben
- 100 Punkte
- 50 Punkte zum Bestehen

Die Zeit läuft!



Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten
- 20 Aufgaben
- 100 Punkte
- 50 Punkte zum Bestehen
- Die Zeit läuft!

Die Zeit läuft!

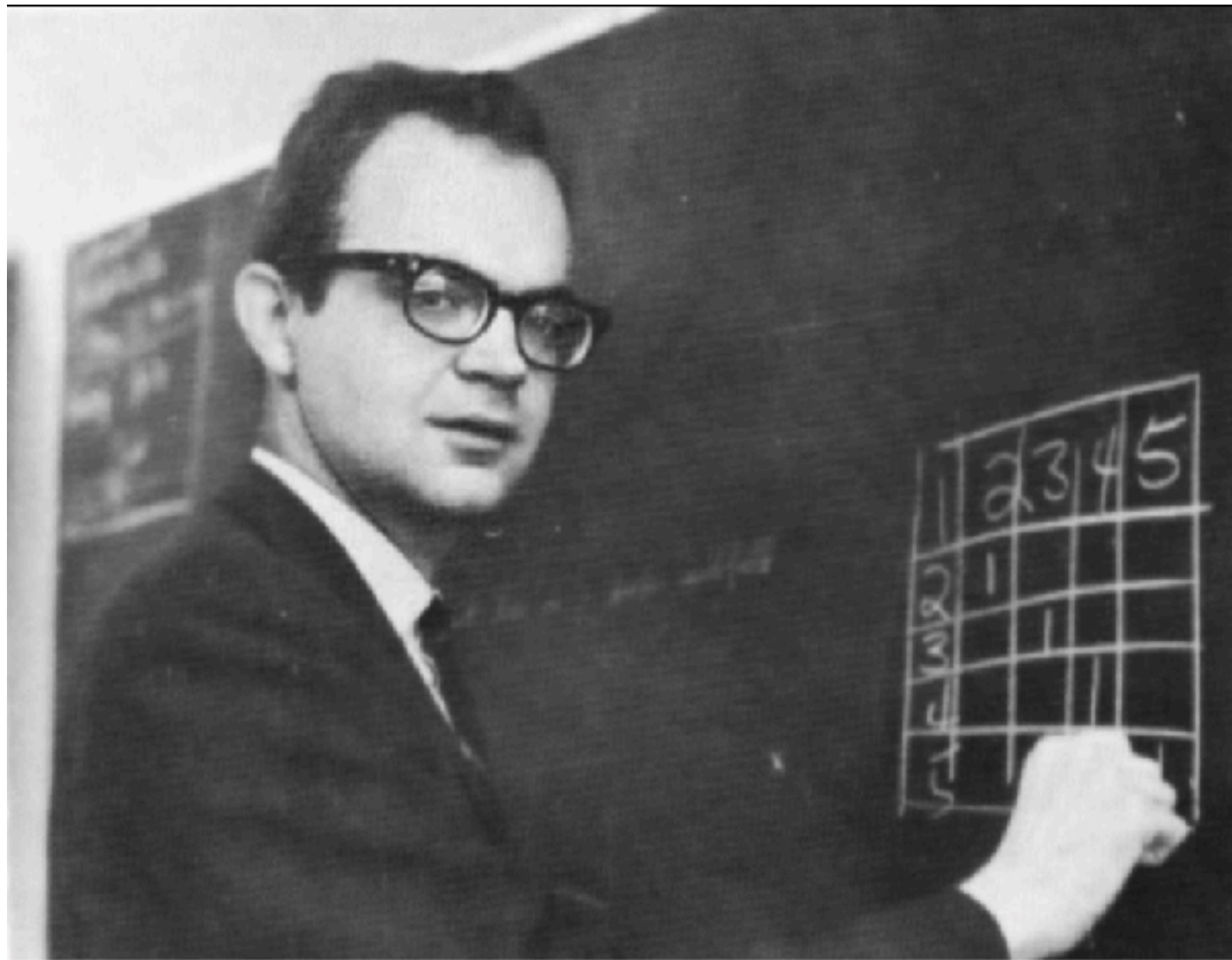


Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten
- 20 Aufgaben
- 100 Punkte
- 50 Punkte zum Bestehen
- Die Zeit läuft!

Die Zeit läuft!



Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten
- 20 Aufgaben
- 100 Punkte
- 50 Punkte zum Bestehen
- Die Zeit läuft!

Die Zeit läuft!



Knut Donald, erster Studierender der Informatik



- 150 Minuten
- 20 Aufgaben
- 100 Punkte
- 50 Punkte zum Bestehen
- Die Zeit läuft!

30 Minuten später:



30 Minuten später:



30 Minuten später:



30 Minuten später:



30 Minuten später:



30 Minuten später:



- 6 sichere Punkte

30 Minuten später:



- 6 sichere Punkte
- 10 hoffnungslose Punkte

30 Minuten später:



- 6 sichere Punkte
- 10 hoffnungslose Punkte
- Noch 44 Punkte zum Bestehen

30 Minuten später:



- 6 sichere Punkte
- 10 hoffnungslose Punkte
- Noch 44 Punkte zum Bestehen
- Restliche Aufgaben...

Restliche Aufgaben

Restliche Aufgaben

1
20
3

Restliche Aufgaben

1
20
3

Nummer

Restliche Aufgaben

1	Nummer
20	Minuten
3	

Restliche Aufgaben

1	Nummer
20	Minuten
3	Punkte

Restliche Aufgaben

1	Nummer	2
20	Minuten	32
3	Punkte	3

Restliche Aufgaben

1	Nummer	2	3
20	Minuten	32	40
3	Punkte	3	10

Restliche Aufgaben

1	Nummer	2	3	4
20	Minuten	32	40	8
3	Punkte	3	10	5

Restliche Aufgaben

	Nummer				
1		2	3	4	5
20	Minuten	32	40	8	16
3	Punkte	3	10	5	2

Restliche Aufgaben

	Nummer					
1		2	3	4	5	6
20	Minuten	32	40	8	16	4
3	Punkte	3	10	5	2	4

Restliche Aufgaben

	Nummer					
1		2	3	4	5	6
20	Minuten	32	40	8	16	4
3	Punkte	3	10	5	2	4
7						
32						
2						

Restliche Aufgaben

	Nummer					
1		2	3	4	5	6
20	Minuten	32	40	8	16	4
3	Punkte	3	10	5	2	4
		8				
7		40				
32		9				
2						

Restliche Aufgaben

1	Nummer	2	3	4	5	6	
20		Minuten	32	40	8	16	4
3		Punkte	3	10	5	2	4
7		8					
32		40					
2		9					
			9				
			8				
			2				

Restliche Aufgaben

	Nummer							
1		2		3		4	5	6
20		32		40		8	16	4
3		3	10	10		5	2	4
			32					
			5					
7	8	9						
32	40	8						
2	9	2						

Restliche Aufgaben

	Nummer									
1		2		3		4		5		6
20		32		40		8		16		4
3		3	10	10		5		2		4
			32							
			5							
	8					11				
7		9				28				
32		8				3				
2		2								
	40									
	9									

Restliche Aufgaben

	Nummer						
1		2		3		4	5
20		32		40		8	16
3		3	10	10		5	2
			32		11		
	8		5		28	12	
7	40	9			3	20	
32	9	8				9	
2		2					

Restliche Aufgaben

	Nummer							
1		2		3		4	5	6
20		32		40		8	16	4
3		3	10	10		5	2	4
			32		11	12		13
	8		5		28	20		16
7	40	9			3	9		10
32	9	8						
2		2						

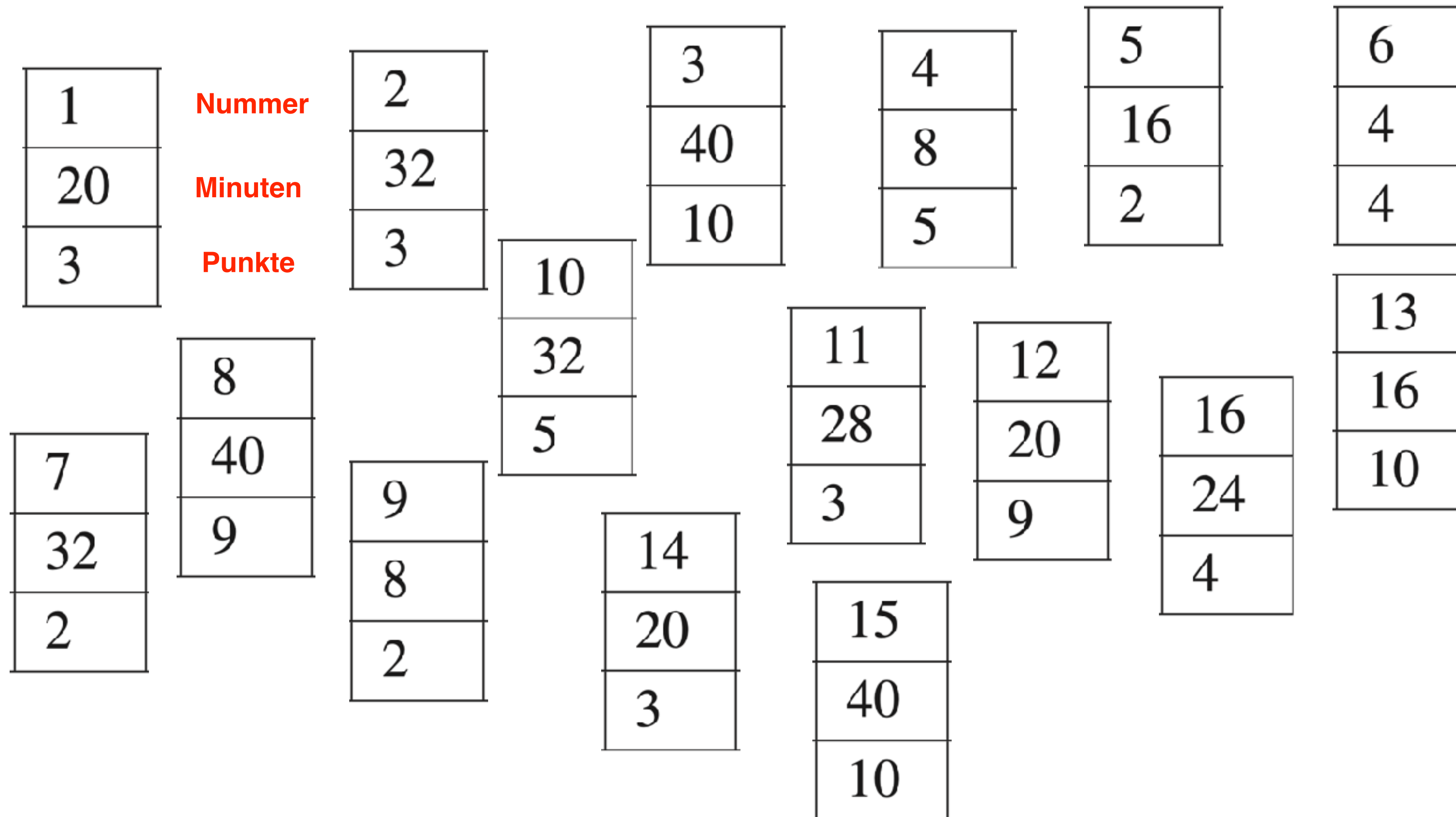
Restliche Aufgaben

	Nummer									
1		2		3		4		5		6
20		32		40		8		16		4
3		3	10	10		5		2		4
			32		11		12			13
	8		5		28		20			16
7	40	9			3		9			10
32	9	8		14						
2		2		20						
				3						

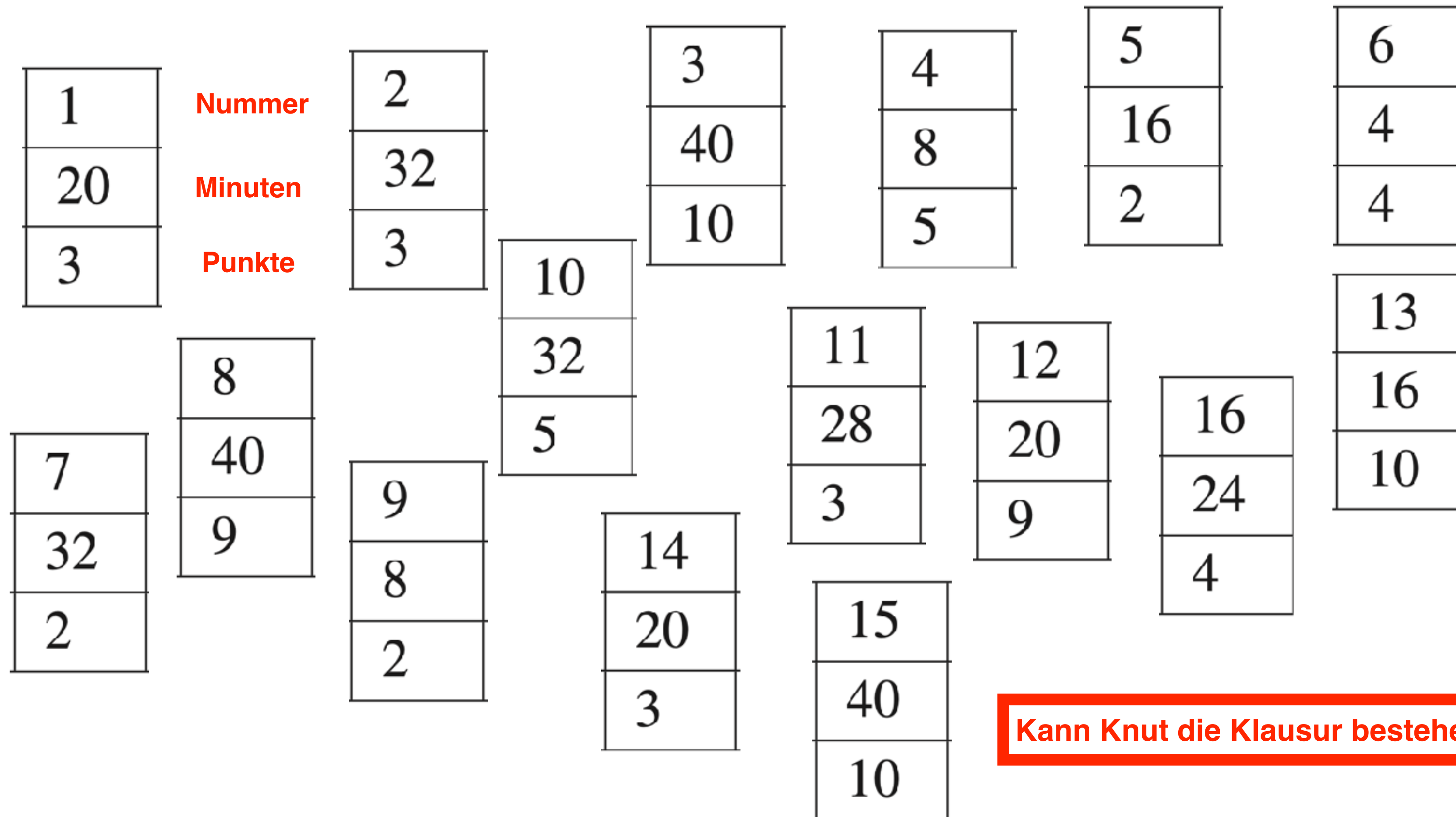
Restliche Aufgaben

	Nummer									
1		2		3		4		5		6
20		32		40		8		16		4
3		3	10	10		5		2		4
			32		11		12			13
	8		5		28		20			16
7	40	9			3		9			10
32	9	8		14						
2		2		20		15				
				3		40				
						10				

Restliche Aufgaben



Restliche Aufgaben



Kann Knut die Klausur bestehen?

Problemstellung

Problemstellung

Gegeben:

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Gesucht:

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Gesucht:

Eine Menge $S \subseteq \{1, \dots, 16\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq 120$ und $\sum_{i \in S} p_i \geq 44$

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Gesucht:

Eine Menge $S \subseteq \{1, \dots, 16\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq 120$ und $\sum_{i \in S} p_i \geq 44$

Go to www.menti.com and use the code 35 85 04

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

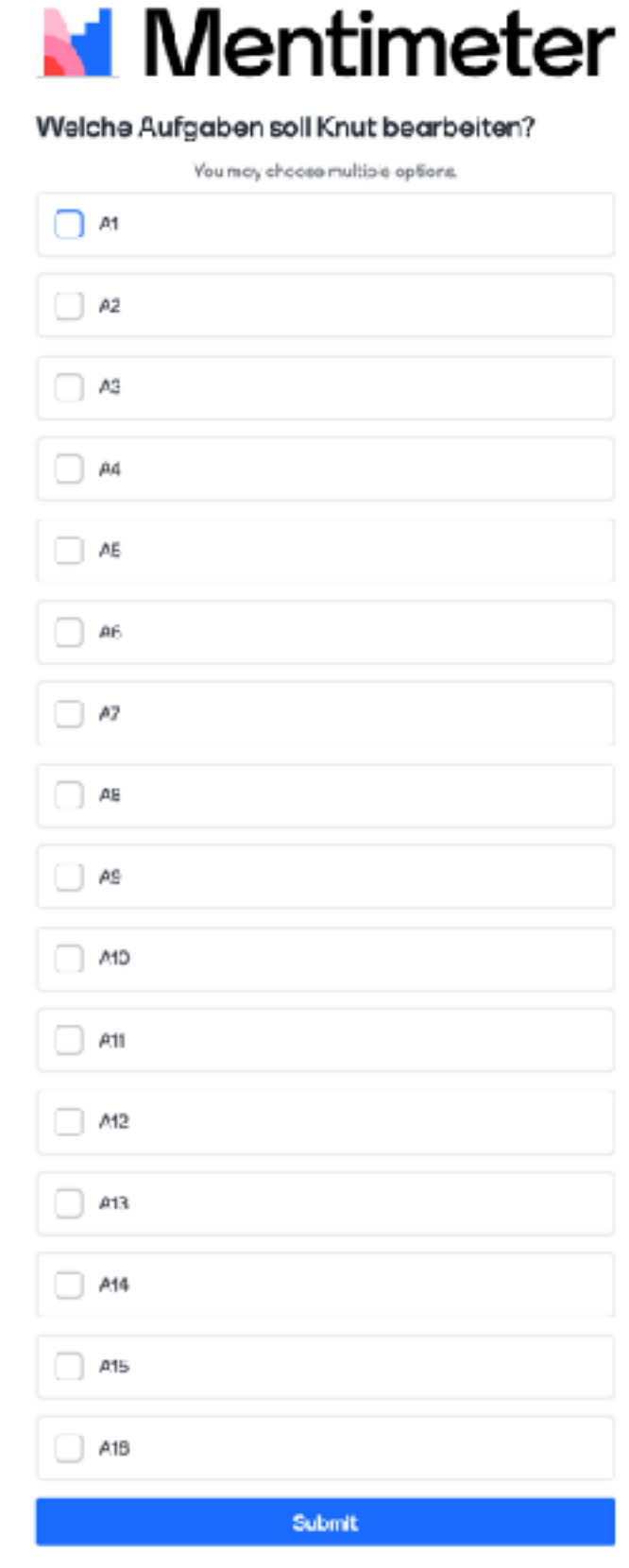
Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Gesucht:

Eine Menge $S \subseteq \{1, \dots, 16\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq 120$ und $\sum_{i \in S} p_i \geq 44$

Go to www.menti.com and use the code 35 85 04



Mentimeter
Welche Aufgaben soll Knut bearbeiten?
You may choose multiple options.

A1
 A2
 A3
 A4
 A5
 A6
 A7
 A8
 A9
 A10
 A11
 A12
 A13
 A14
 A15
 A16

Submit

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Gesucht:

Eine Menge $S \subseteq \{1, \dots, 16\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq 120$ und $\sum_{i \in S} p_i \geq 44$

Go to www.menti.com and use the code 35 85 04

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Gesucht:

Eine Menge $S \subseteq \{1, \dots, 16\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq 120$ und $\sum_{i \in S} p_i \geq 44$

Go to www.menti.com and use the code 35 85 04

Problemstellung

Gegeben:

i Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
z_i Zeit	20	32	40	8	16	4	32	40	8	32	28	20	16	20	40	24
p_i Punkte	3	3	10	5	2	4	2	9	2	5	3	9	10	3	10	4

Zeitschranke: $Z = 120$

Punkteschranke: $P = 44$

Gesucht:

Eine Menge $S \subseteq \{1, \dots, 16\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i \leq 120$ und $\sum_{i \in S} p_i \geq 44$

Go to www.menti.com and use the code 35 85 04

Sortieren?

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i$$
$$\sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i$$
$$\sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 4$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 4$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 4$$
$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 4$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 12$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 9$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 12$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 9$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 28$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 19$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 28$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 19$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 48$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 28$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 48$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 28$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 56$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 30$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 56$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 30$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 96$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 96$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 120$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 44$$

Sortieren?

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 120$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 44$$

Knut kann die Klausur bestehen!

Problemdefinition

Problemdefinition

Problem 1.2

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z
- Gewinnschranke P

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z
- Gewinnschranke P

Gesucht:

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z
- Gewinnschranke P

Gesucht:

Eine Menge

$$S \subseteq \{1, \dots, n\}$$

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z
- Gewinnschranke P

Gesucht:

Eine Menge

$$S \subseteq \{1, \dots, n\}$$

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

Problemdefinition

Problem 1.2 (Rucksackproblem, 0-1-KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z
- Gewinnschranke P

Gesucht:

Eine Menge

$$S \subseteq \{1, \dots, n\}$$

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i \in S} p_i \geq P$$

Optimierungsvariante

Optimierungsvariante

Problem 1.2' (MAXIMUM KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z

Gesucht:

Eine Menge

$$S \subseteq \{1, \dots, n\}$$

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i \in S} p_i = \text{Maximal}$$

Optimierungsvariante

Problem 1.2' (MAXIMUM KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe z_i Gewinn p_i
- Größenschranke Z

Gesucht:

Eine Menge

$$S \subseteq \{1, \dots, n\}$$

mit

$$\sum_{i \in S} z_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i \in S} p_i = \text{Maximal}$$

Teilaufgaben?!

Teilaufgaben?!

Problem 1.3 (FRACTIONAL KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe $z_i > 0$ Gewinn $p_i > 0$
- Größenschranke Z

Gesucht:

Für jedes Objekt ein Wert

$$x_i \in [0, 1]$$

sodass

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

Teilaufgaben?!

Problem 1.3 (FRACTIONAL KNAPSACK).

Gegeben:

- n Objekte $1, \dots, n$ mit jeweils Größe $z_i > 0$ Gewinn $p_i > 0$
- Größenschranke Z

Gesucht:

Für jedes Objekt ein Wert

$$x_i \in [0, 1]$$

sodass

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

Algorithmus

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

1: *Sortiere* $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend*;

Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.

Setze $j = 1$.

2: **while** $(\sum_{i=1}^j z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**

3: $x_{\pi(j)} := 1$

4: $j := j + 1$

5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \frac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$

6: **return**

Teilaufgaben?!

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i$$
$$\sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i$$
$$\sum_{i=1}^n p_i x_i$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 4$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 4$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 4$$
$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 4$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 12$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 9$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 12$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 9$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 28$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 19$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 28$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 19$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 48$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 28$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 48$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 28$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 56$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 30$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 56$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 30$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 96$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 96$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 96$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

x_{15}

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	40	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 96$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

x_{15}

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	24	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 96$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

x_{15}

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	24	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 120$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

x_{15}

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	24	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	10	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 120$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

$$x_{15} = 0,6$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	24	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	6	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 120$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 40$$

$$x_{15} = 0,6$$

Teilaufgaben?!

nach Wert $\left(\frac{z_i}{p_i}\right)$ sortieren:

i	6	4	13	12	9	3	15	8	16	10	1	14	5	11	2	7
z_i	4	8	16	20	8	40	24	40	24	32	20	20	16	28	32	32
p_i	4	5	10	9	2	10	6	9	4	5	3	3	2	3	3	2

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i = 120$$

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = 46$$

$$x_{15} = 0,6$$

Algorithmus

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

- 1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

- 1: *Sortiere* $\{1, \dots, n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend*;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** $(\sum_{i=1}^j z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

- 1: *Sortiere* $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend*;
Dies ergibt die *Permutation* $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** $(\sum_{i=1}^j z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
- 3: $x_{\pi(j)} := 1$

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

- 1: *Sortiere* $\{1, \dots, n\}$ *nach* $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend*;
Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.
Setze $j = 1$.
- 2: **while** $(\sum_{i=1}^j z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**
- 3: $x_{\pi(j)} := 1$
- 4: $j := j + 1$

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

1: Sortiere $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend;

Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.

Setze $j = 1$.

2: **while** $(\sum_{i=1}^j z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**

3: $x_{\pi(j)} := 1$

4: $j := j + 1$

5: Setze $x_{\pi(j)} := \frac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$

Algorithmus

Algorithmus 1.4. (*Greedy-Algorithmus*)

Eingabe: $z_1, \dots, z_n, Z, p_1, \dots, p_n$

Ausgabe: $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$

mit

$$\sum_{i=1}^n z_i x_i \leq Z$$

und

$$\sum_{i=1}^n p_i x_i = \text{Maximal}$$

1: *Sortiere* $\{1, \dots, n\}$ nach $\frac{z_i}{p_i}$ *aufsteigend*;

Dies ergibt die Permutation $\pi(1), \dots, \pi(n)$.

Setze $j = 1$.

2: **while** $(\sum_{i=1}^j z_{\pi(i)} \leq Z)$ **do**

3: $x_{\pi(j)} := 1$

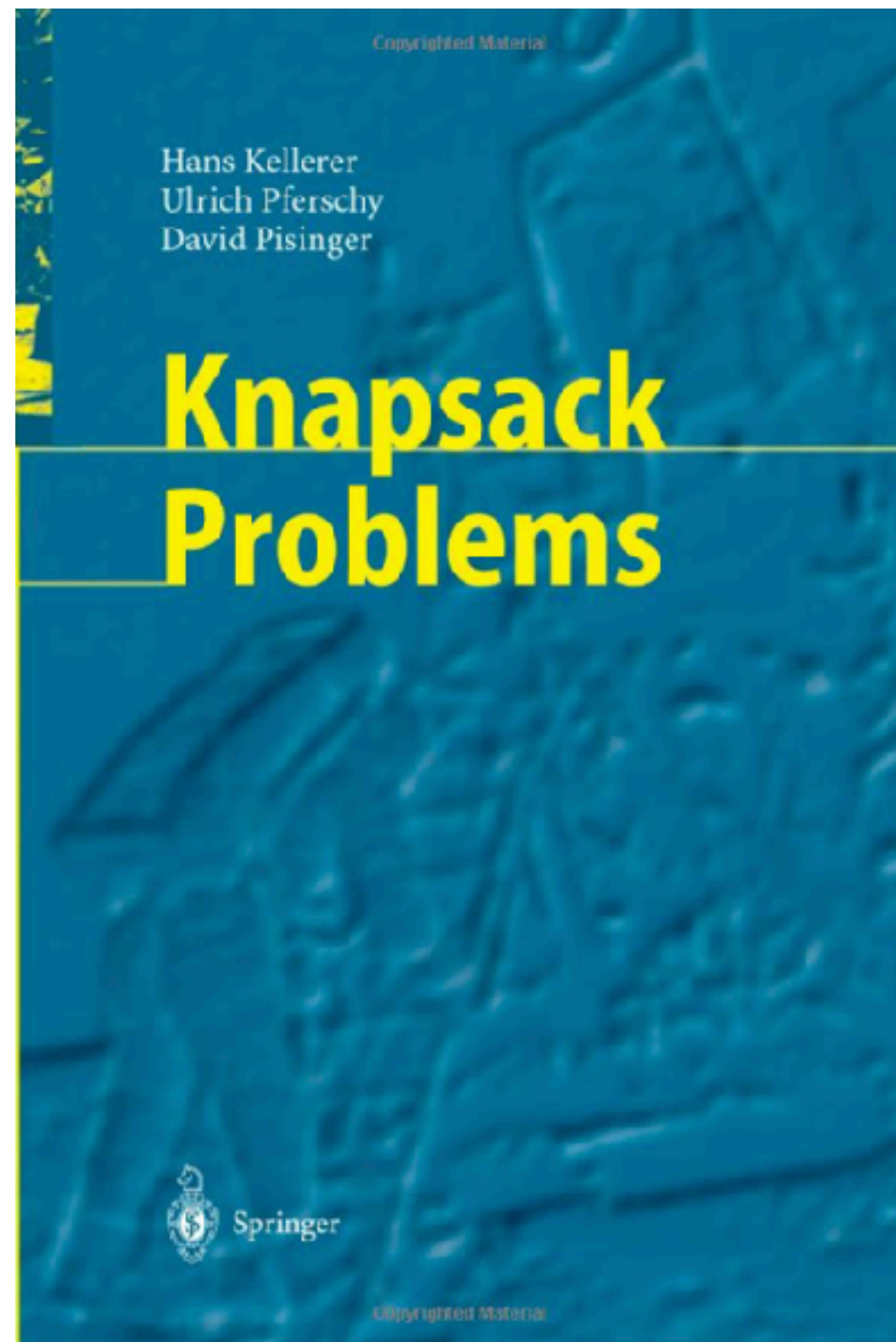
4: $j := j + 1$

5: *Setze* $x_{\pi(j)} := \frac{Z - \sum_{i=1}^{j-1} z_{\pi(i)}}{z_{\pi(j)}}$

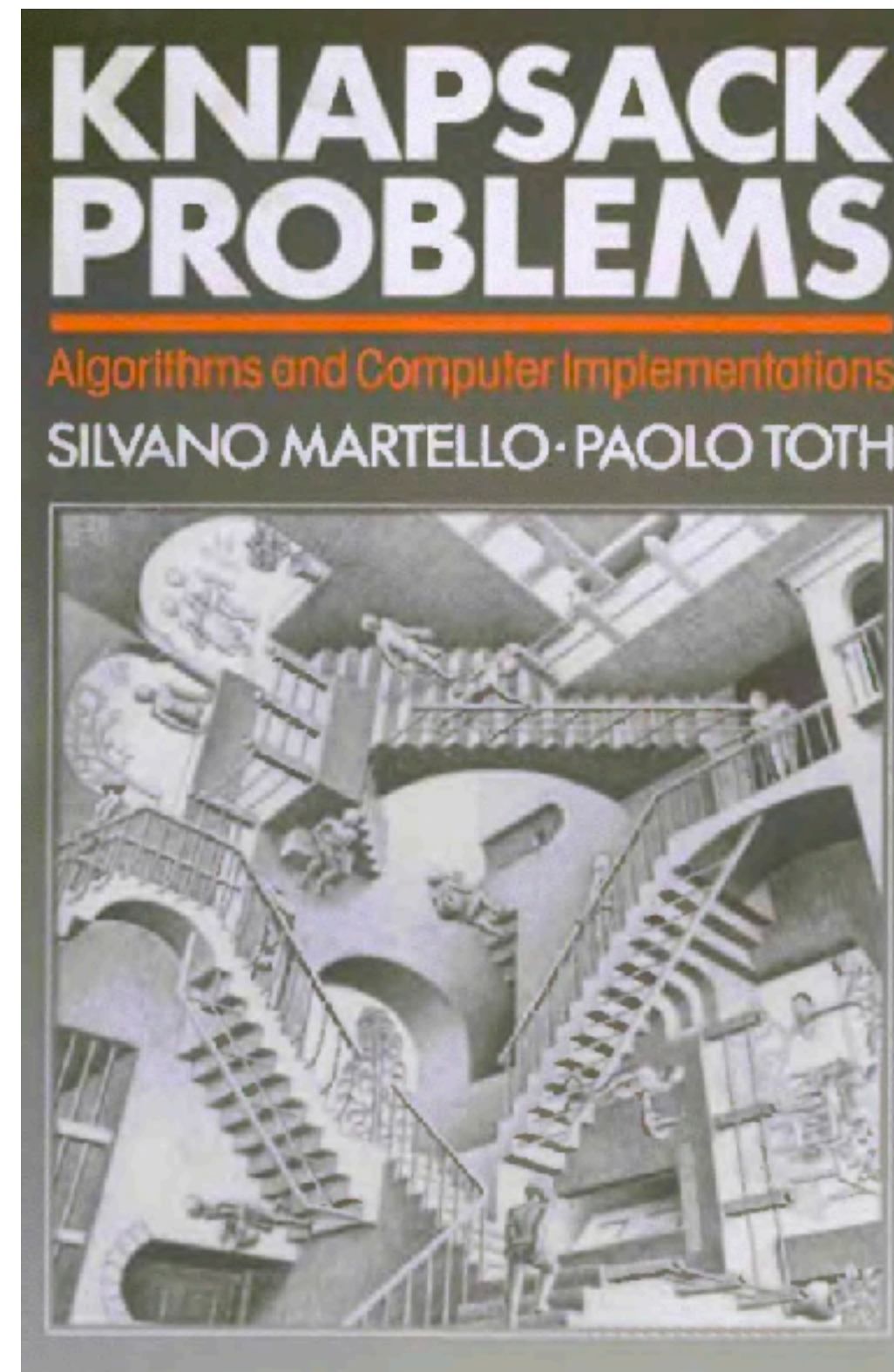
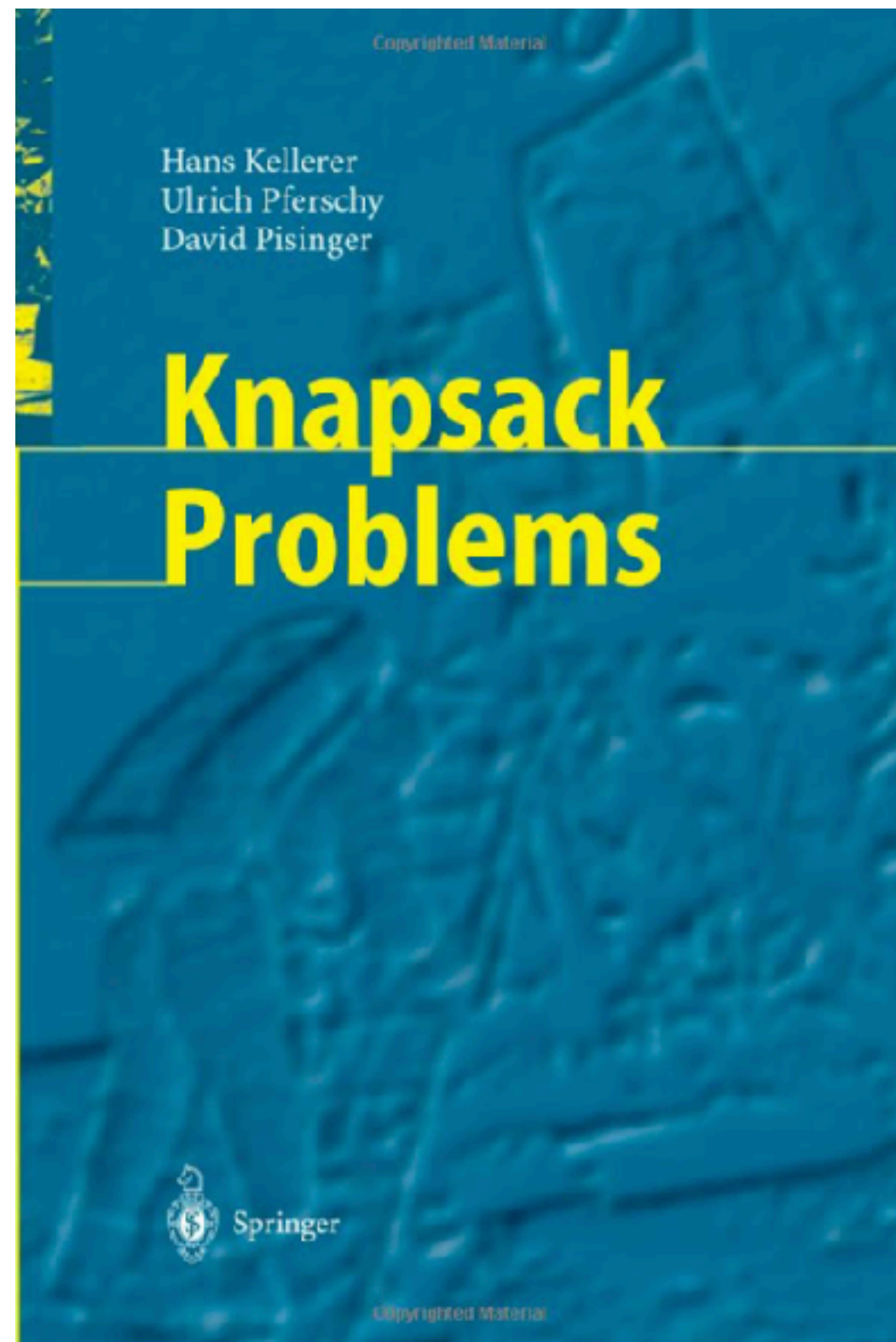
6: **return**

Literatur

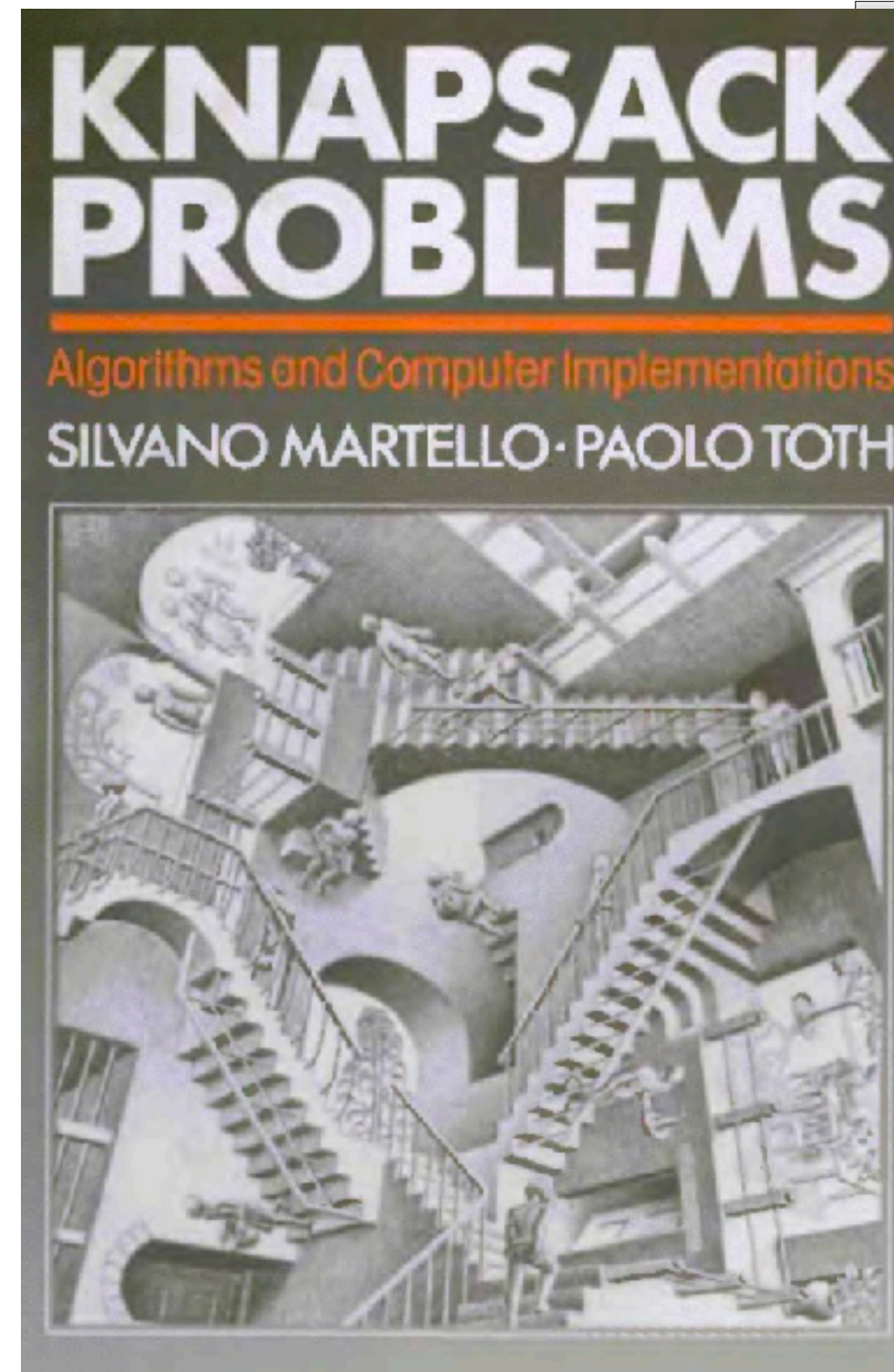
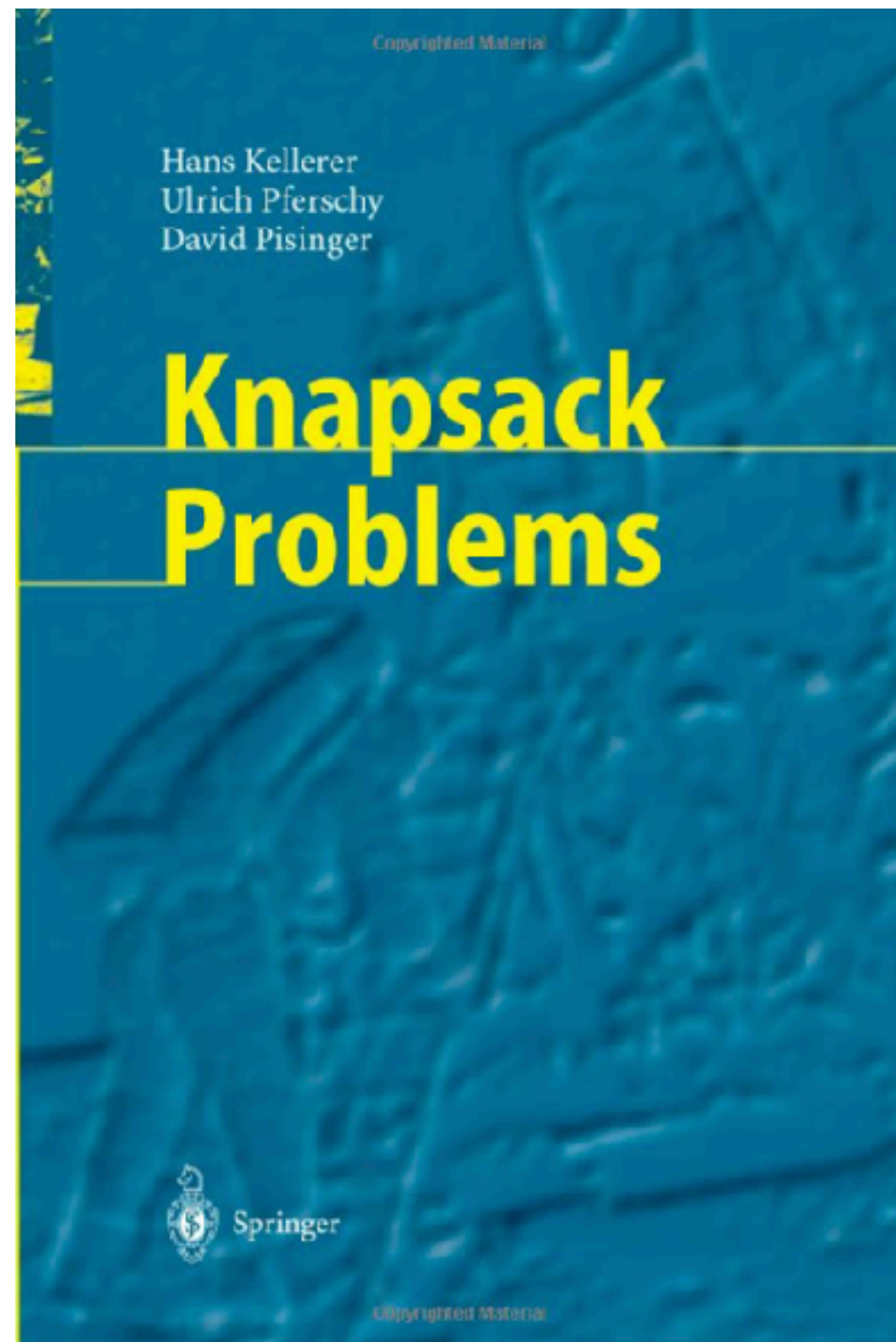
Literatur



Literatur



Literatur



KnapsackProblems.pdf (Seite 5 von 306)

Suchen

Hervorhebung Drehen Markierungen Suchen nach

Contents

Preface	xi
1 Introduction	1
1.1 What are knapsack problems?	1
1.2 Terminology	2
1.3 Computational complexity	6
1.4 Lower and upper bounds	9
2 0-1 Knapsack problem	13
2.1 Introduction	13
2.2 Relaxations and upper bounds	16
2.2.1 Linear programming relaxation and Dantzig's bound	16
2.2.2 Finding the critical item in $O(n)$ time	17
2.2.3 Lagrangian relaxation	19
2.3 Improved bounds	20
2.3.1 Bounds from additional constraints	20
2.3.2 Bounds from Lagrangian relaxations	23
2.3.3 Bounds from partial enumeration	24
2.4 The greedy algorithm	27

Literatur

Literatur

Algorithmen und Datenstrukturen 2

Sándor P. Fekete

L^AT_EX Version: Arne Schmidt

30. Juni 2020

Vielen Dank!

Vielen Dank!

s.fekete@tu-bs.de