

# 5 Komplexität

*Algorithmen und Datenstrukturen 2  
Sommer 2021*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**

# 5.3 Ein Beispiel mit Logik

# Beispiel 5.5: Knapsack

# Beispiel 5.5: Knapsack

## Beispiel 5.5.

Wir betrachten die folgende Knapsack-Instanz mit  $n = 12$ ,  $z_i = p_i$ ,  $Z = 111444$  und den folgenden Objekten:

# Beispiel 5.5: Knapsack

## Beispiel 5.5.

Wir betrachten die folgende Knapsack-Instanz mit  $n = 12$ ,  $z_i = p_i$ ,  $Z = 111444$  und den folgenden Objekten:

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Knapsack

## Beispiel 5.5.

Wir betrachten die folgende Knapsack-Instanz mit  $n = 12$ ,  $z_i = p_i$ ,  $Z = 111444$  und den folgenden Objekten:

Gibt es eine Menge  $S \subseteq \{1, \dots, 12\}$  mit  $\sum_{i \in S} z_i = \sum_{i \in S} p_i = Z$ ?

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1



# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

# Beispiel 5.5: Beobachtungen



$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1



# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen,  
aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen,  
aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen,  
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$



# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$



# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

**1. Ziffer:** Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

**2. Ziffer:** Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

**3. Ziffer:** Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

**4. Ziffer:** Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

**5. Ziffer:** Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

**6. Ziffer:** Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

# Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1



# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

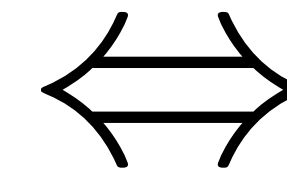
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

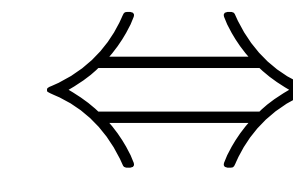
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

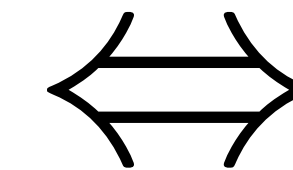
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

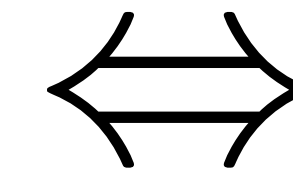
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

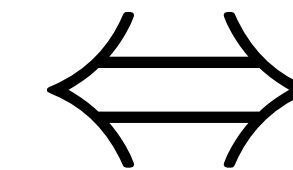
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1



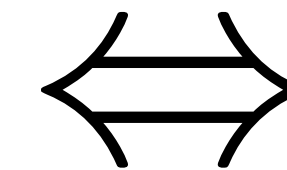
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

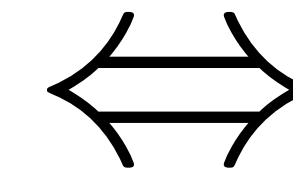
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \iff$$

**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

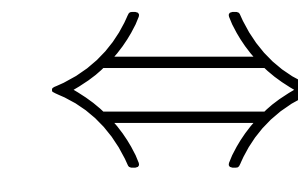
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

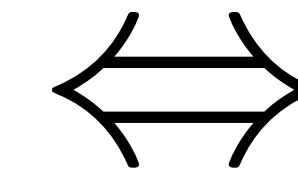
# Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

**Konkret:** Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

**Allgemein:** Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

**Also:** Wenn wir einen „perfekten“ Algorithmus für SUBSET SUM haben, dann können wir auch schnell entscheiden, ob eine logische Formel lösbar ist.

# 5.4 3SAT

# Das Logikproblem 3SAT



# Das Logikproblem 3SAT

**Definition 5.6.** (3-Satisfiability (3SAT))



# Das Logikproblem 3SAT

**Definition 5.6.** (3-Satisfiability (3SAT))

**Gegeben:** Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

# Das Logikproblem 3SAT

## Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

**Gegeben:** Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- $n$  Boolesche Variablen  $x_1, \dots, x_n$ , aus denen wir Literale  $\ell_i$  der Form  $x_k$  oder  $\bar{x}_k$  bilden können.

# Das Logikproblem 3SAT

## Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

**Gegeben:** Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- $n$  Boolesche Variablen  $x_1, \dots, x_n$ , aus denen wir Literale  $\ell_i$  der Form  $x_k$  oder  $\bar{x}_k$  bilden können.
- $m$  Klauseln, jede zusammengesetzt aus genau drei Literalen  $C_j = (\ell_{j,1} \vee \ell_{j,2} \vee \ell_{j,3})$  mit  $1 \leq j \leq m$ .

# Das Logikproblem 3SAT

## Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

**Gegeben:** Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- $n$  Boolesche Variablen  $x_1, \dots, x_n$ , aus denen wir Literale  $\ell_i$  der Form  $x_k$  oder  $\bar{x}_k$  bilden können.
- $m$  Klauseln, jede zusammengesetzt aus genau drei Literalen  $C_j = (\ell_{j,1} \vee \ell_{j,2} \vee \ell_{j,3})$  mit  $1 \leq j \leq m$ .

$$(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

# Das Logikproblem 3SAT

## Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

**Gegeben:** Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- $n$  Boolesche Variablen  $x_1, \dots, x_n$ , aus denen wir Literale  $\ell_i$  der Form  $x_k$  oder  $\bar{x}_k$  bilden können.
- $m$  Klauseln, jede zusammengesetzt aus genau drei Literalen  $C_j = (\ell_{j,1} \vee \ell_{j,2} \vee \ell_{j,3})$  mit  $1 \leq j \leq m$ .

**Gesucht:** Eine alle  $m$  Klauseln erfüllende (engl: satisfying) Wahrheitsbelegung der  $n$  Variablen.

$$(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

KNAPSACK





# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT



KNAPSACK



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

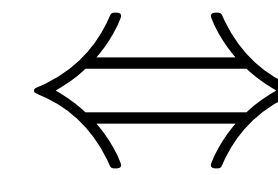
KNAPSACK



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1 = p_1$	110
$z_2 = p_2$	100001
$z_3 = p_3$	10101
$z_4 = p_4$	10010
$z_5 = p_5$	1001
$z_6 = p_6$	1110
$z_7 = p_7$	
$z_8 = p_8$	100
$z_9 = p_9$	20
$z_{10} = p_{10}$	10
$z_{11} = p_{11}$	2
$z_{12} = p_{12}$	1



# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1 = p_1$	110
$z_2 = p_2$	100001
$z_3 = p_3$	10101
$z_4 = p_4$	10010
$z_5 = p_5$	1001
$z_6 = p_6$	1110
$z_7 = p_7$	
$z_8 = p_8$	100
$z_9 = p_9$	20
$z_{10} = p_{10}$	10
$z_{11} = p_{11}$	2
$z_{12} = p_{12}$	1

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1$	$p_1$	110
$z_2$	$p_2$	100001
$z_3$	$p_3$	10101
$z_4$	$p_4$	1001
$z_5$	$p_5$	1001
$z_6$	$p_6$	111
$z_7$	$p_7$	
$z_8$	$p_8$	100
$z_9$	$p_9$	20
$z_{10}$	$p_{10}$	10
$z_{11}$	$p_{11}$	2
$z_{12}$	$p_{12}$	1

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

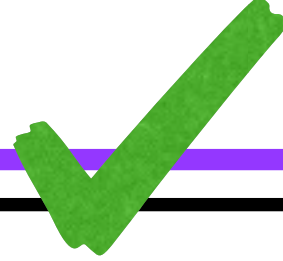
$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1$	$p_1$	110
$z_2$	$p_2$	100001
$z_3$	$p_3$	10101
$z_4$	$p_4$	1001
$z_5$	$p_5$	1001
$z_6$	$p_6$	111
$z_7$	$p_7$	
$z_8$	$p_8$	100
$z_9$	$p_9$	20
$z_{10}$	$p_{10}$	10
$z_{11}$	$p_{11}$	2
$z_{12}$	$p_{12}$	1

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?


3SAT



$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1 = p_1 =$		110
$z_2 = p_2 =$		100001
$z_3 = p_3 =$		10101
$z_4 = p_4 =$		1001
$z_5 = p_5 =$		1001
$z_6 = p_6 =$		111
$z_7 = p_7 =$		
$z_8 = p_8 =$		100
$z_9 = p_9 =$		20
$z_{10} = p_{10} =$		10
$z_{11} = p_{11} =$		2
$z_{12} = p_{12} =$		1

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?


3SAT




$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1 = p_1 =$		110
$z_2 = p_2 =$		100001
$z_3 = p_3 =$		10101
$z_4 = p_4 =$		1001
$z_5 = p_5 =$		1001
$z_6 = p_6 =$		111
$z_7 = p_7 =$		
$z_8 = p_8 =$		100
$z_9 = p_9 =$		20
$z_{10} = p_{10} =$		10
$z_{11} = p_{11} =$		2
$z_{12} = p_{12} =$		1

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?


3SAT


$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$






**Satz 5.9.** *Wenn 0-1-KNAPSACK  $\in P$  ist, dann ist auch 3SAT  $\in P$ .*

KNAPSACK
110

$z_1 = p_1 =$		110
$z_2 = p_2 =$	100001	
$z_3 = p_3 =$	10101	
$z_4 = p_4 =$	1001	
$z_5 = p_5 =$	1001	
$z_6 = p_6 =$	111	
$z_7 = p_7 =$		
$z_8 = p_8 =$	100	
$z_9 = p_9 =$	20	
$z_{10} = p_{10} =$	10	
$z_{11} = p_{11} =$	2	
$z_{12} = p_{12} =$	1	

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$






**Satz 5.9.** Wenn 0-1-KNAPSACK  $\in P$  ist, dann ist auch 3SAT  $\in P$ .

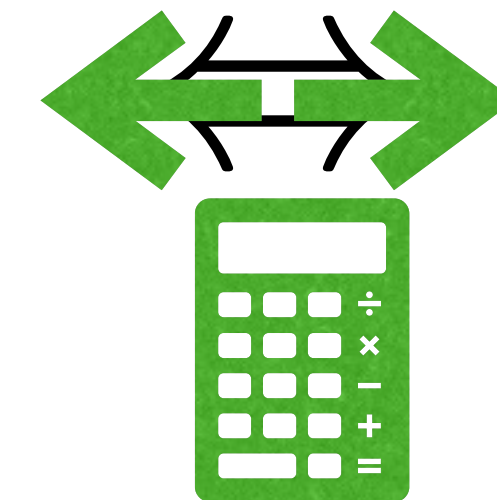
**Satz 5.12** (Satz von Cook 1971). Wenn 3SAT  $\in P$ , dann gilt  $P = NP$ .

$z_i$	$p_i$	KNAPSACK	Weight
$z_1$	$p_1$	110	
$z_2$	$p_2$	100001	
$z_3$	$p_3$	10101	
$z_4$	$p_4$	1001	
$z_5$	$p_5$	1001	
$z_6$	$p_6$	111	
$z_7$	$p_7$		
$z_8$	$p_8$		100
$z_9$	$p_9$		20
$z_{10}$	$p_{10}$		10
$z_{11}$	$p_{11}$		2
$z_{12}$	$p_{12}$		1

# Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



	<b>KNAPSACK</b>	
$z_1$	110	
$z_2 = p_2$	100001	
$z_3 = p_3$	10101	
$z_4 = p_4$	1001	
$z_5 = p_5$	1001	
$z_6 = p_6$	111	
$z_7 = p_7$		
$z_8 = p_8$	100	
$z_9 = p_9$	20	
$z_{10} = p_{10}$	10	
$z_{11} = p_{11}$	2	
$z_{12} = p_{12}$	1	

**Satz 5.9.** Wenn 0-1-KNAPSACK  $\in P$  ist, dann ist auch 3SAT  $\in P$ .

**Satz 5.12** (Satz von Cook 1971). Wenn 3SAT  $\in P$ , dann gilt  $P = NP$ .

**Korollar 5.11.** Wenn Knapsack  $\in P$ , dann gilt  $P = NP$ .



# 5.5 Konsequenzen

# Algorithmen und Investmentbanker

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**



# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

**Ziele:** Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

**Ziele:** Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

**1. ehrlicher**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

**Ziele:** Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

**Ziele:** Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

**1. ehrlicher**

**2. intelligenter**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

**Ziele:** Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

2. intelligenter

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

**Ziele:** Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

**1. ehrlicher**

**2. intelligenter**

**3. Investmentbanker.**

# Algorithmen und Investmentbanker

**Ziele:** Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

**Ziele:** Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

**1. ehrlicher**

**2. intelligenter**

**3. Investmentbanker.**



# NP-Vollständigkeit

# Finanzkrise

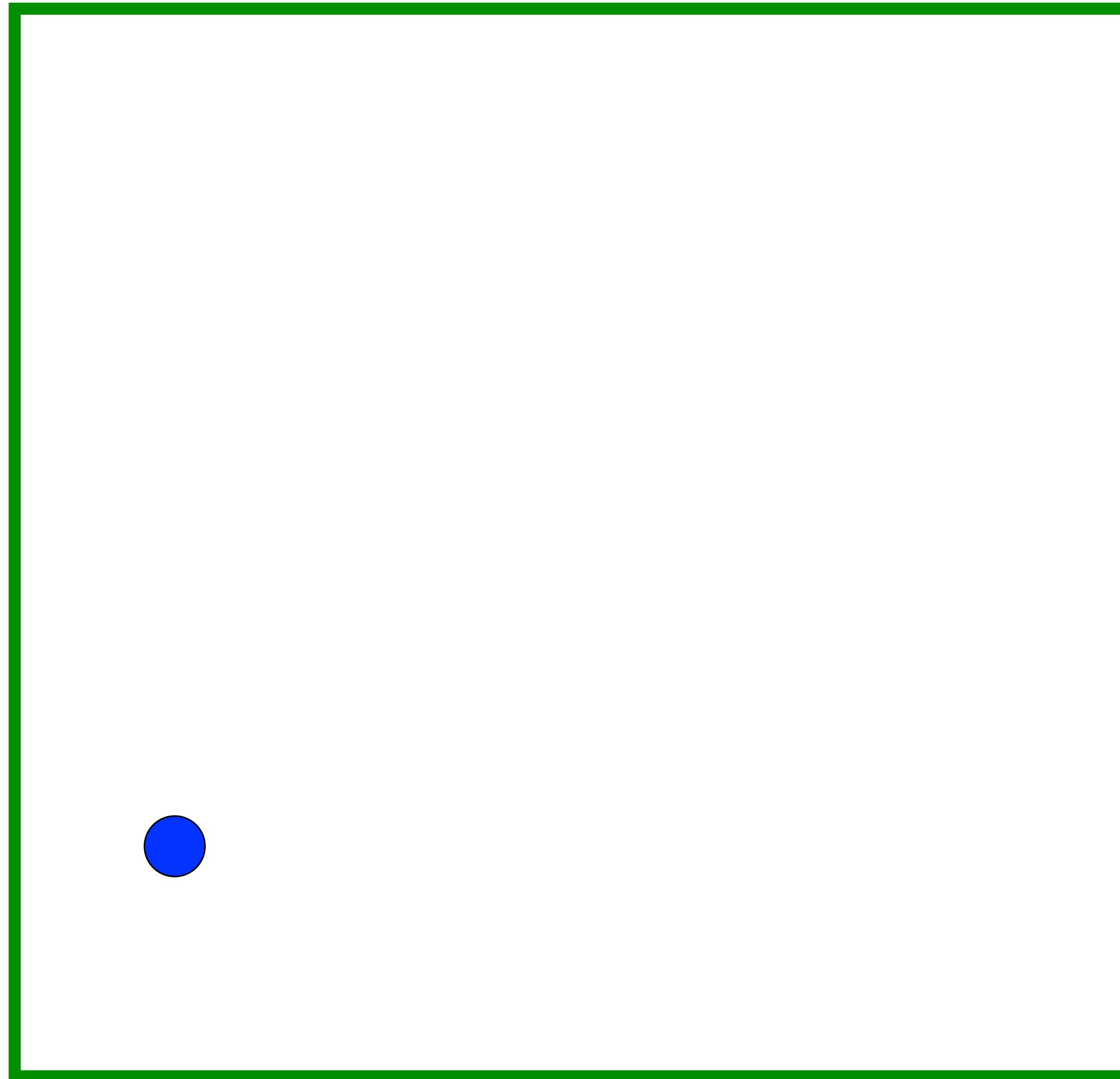
# NP-Vollständigkeit

# Finanzkrise

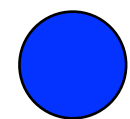


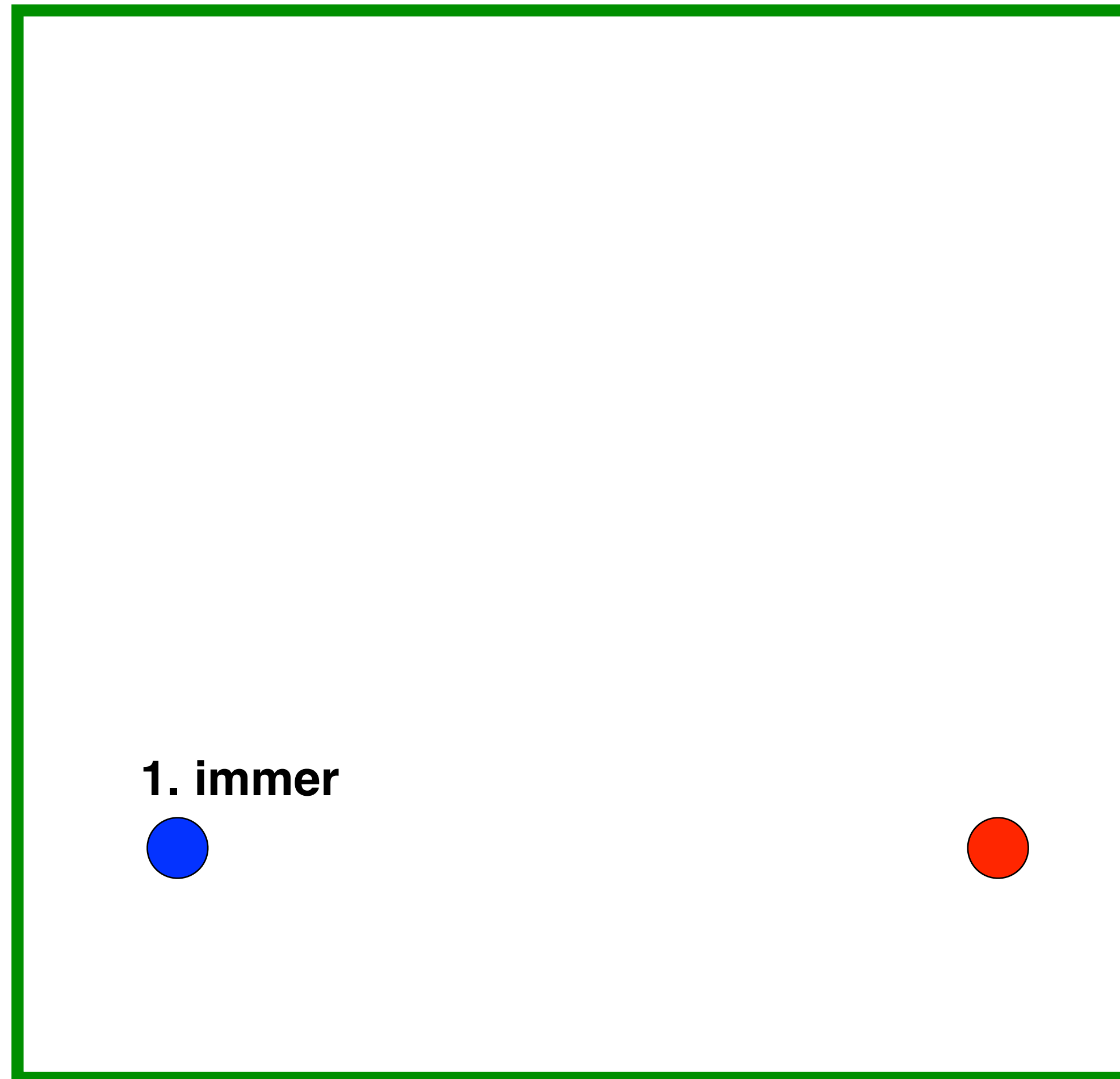
# NP-Vollständigkeit

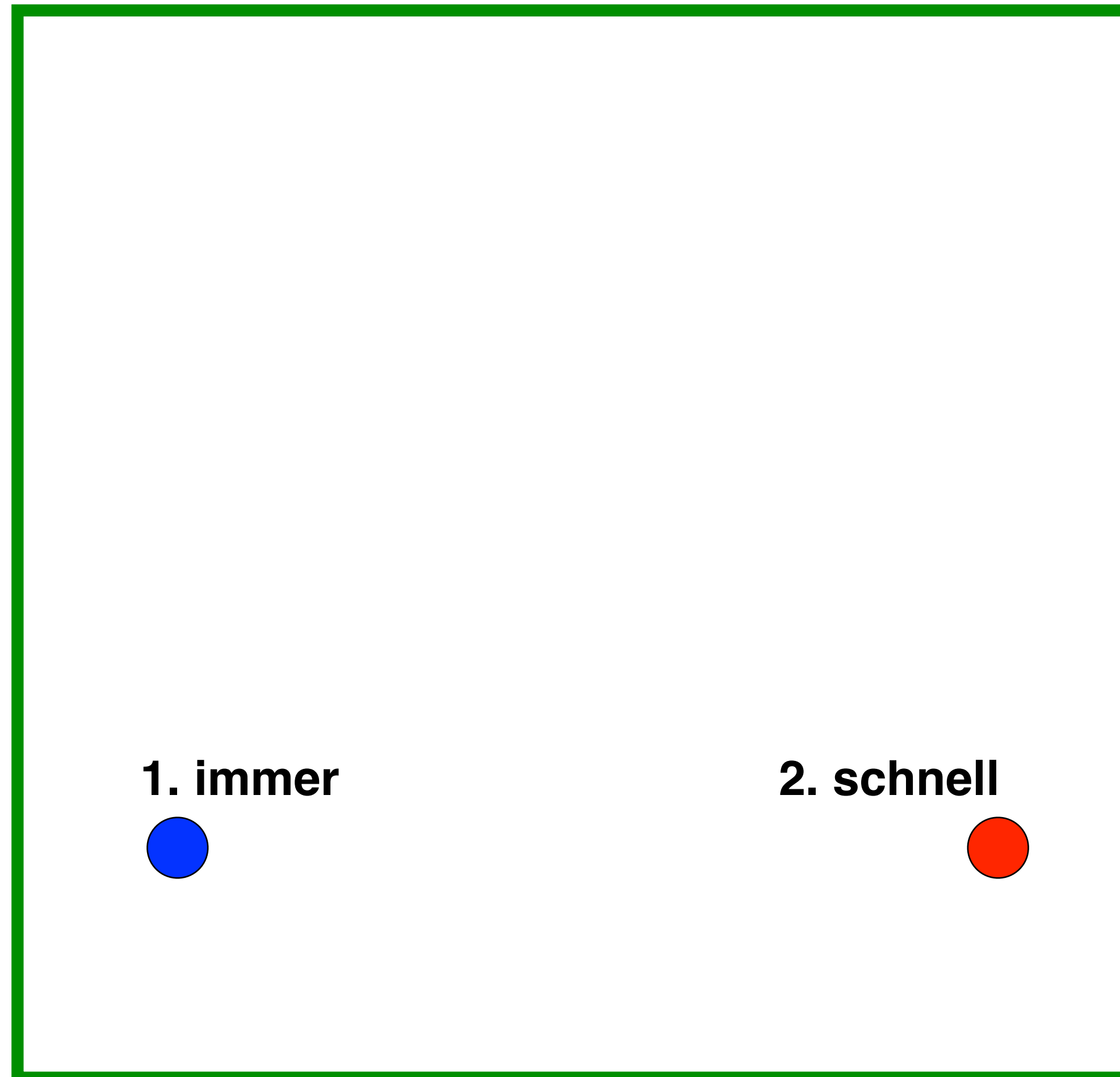
# Finanzkrise

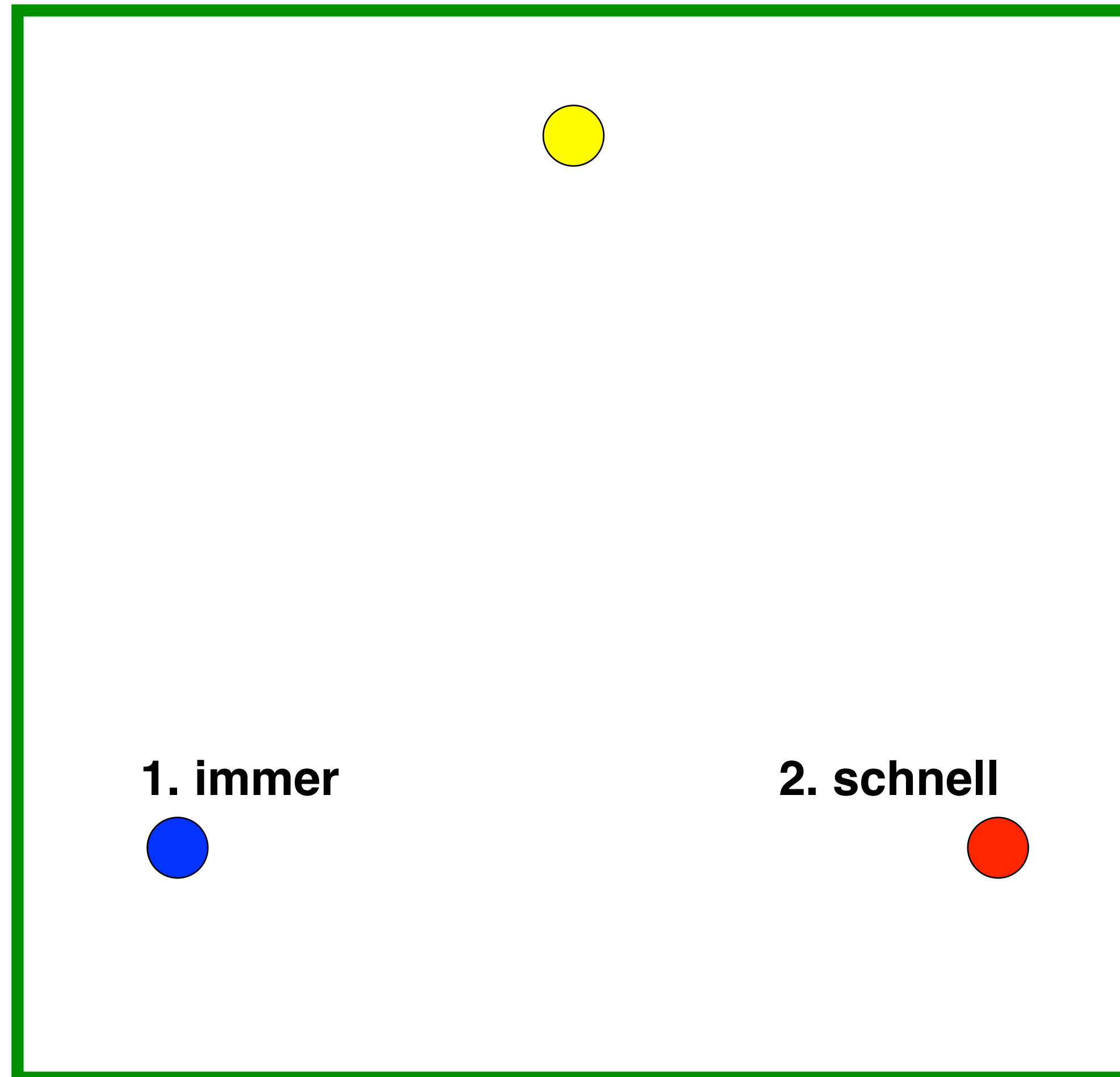


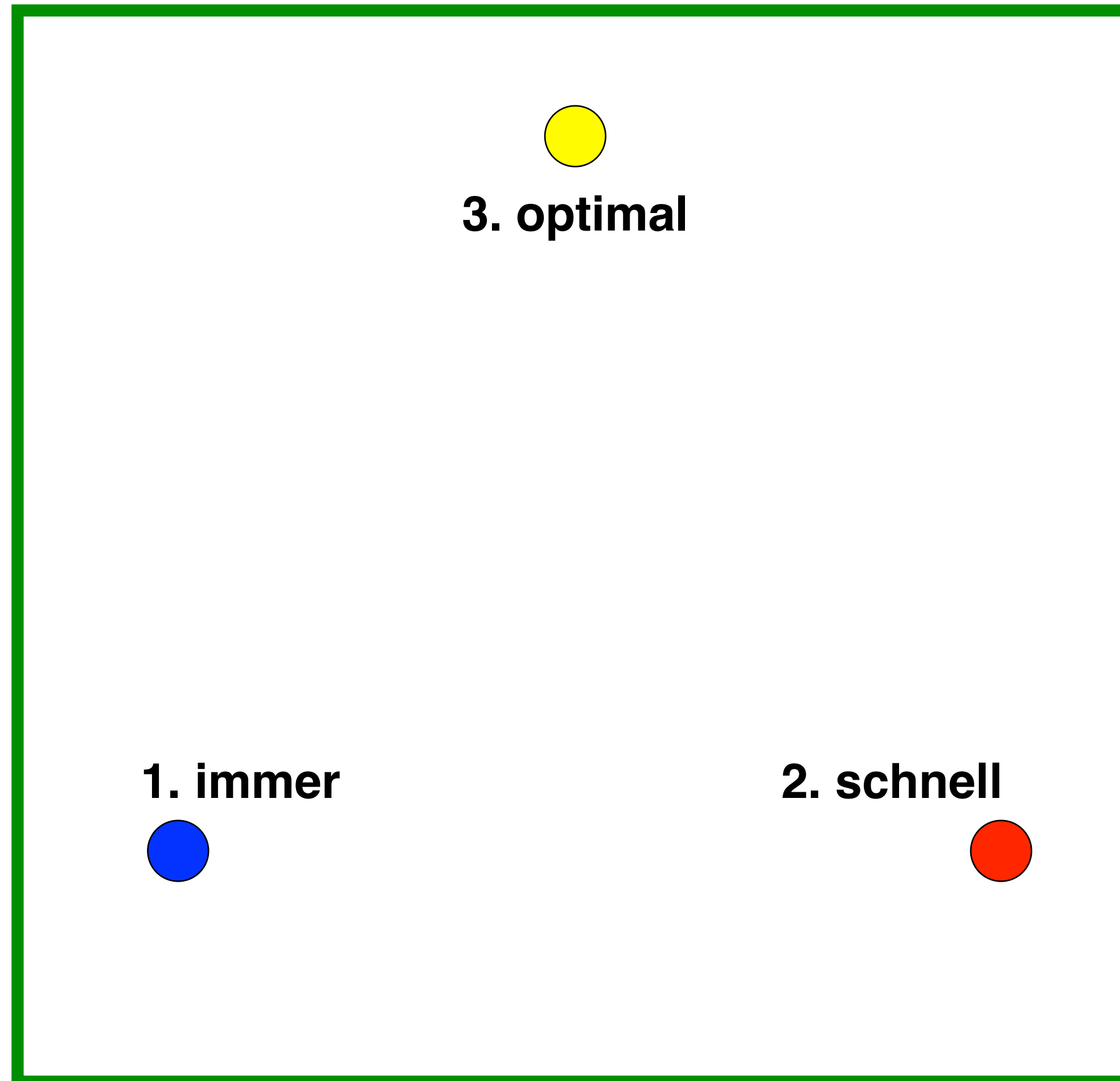
1. immer







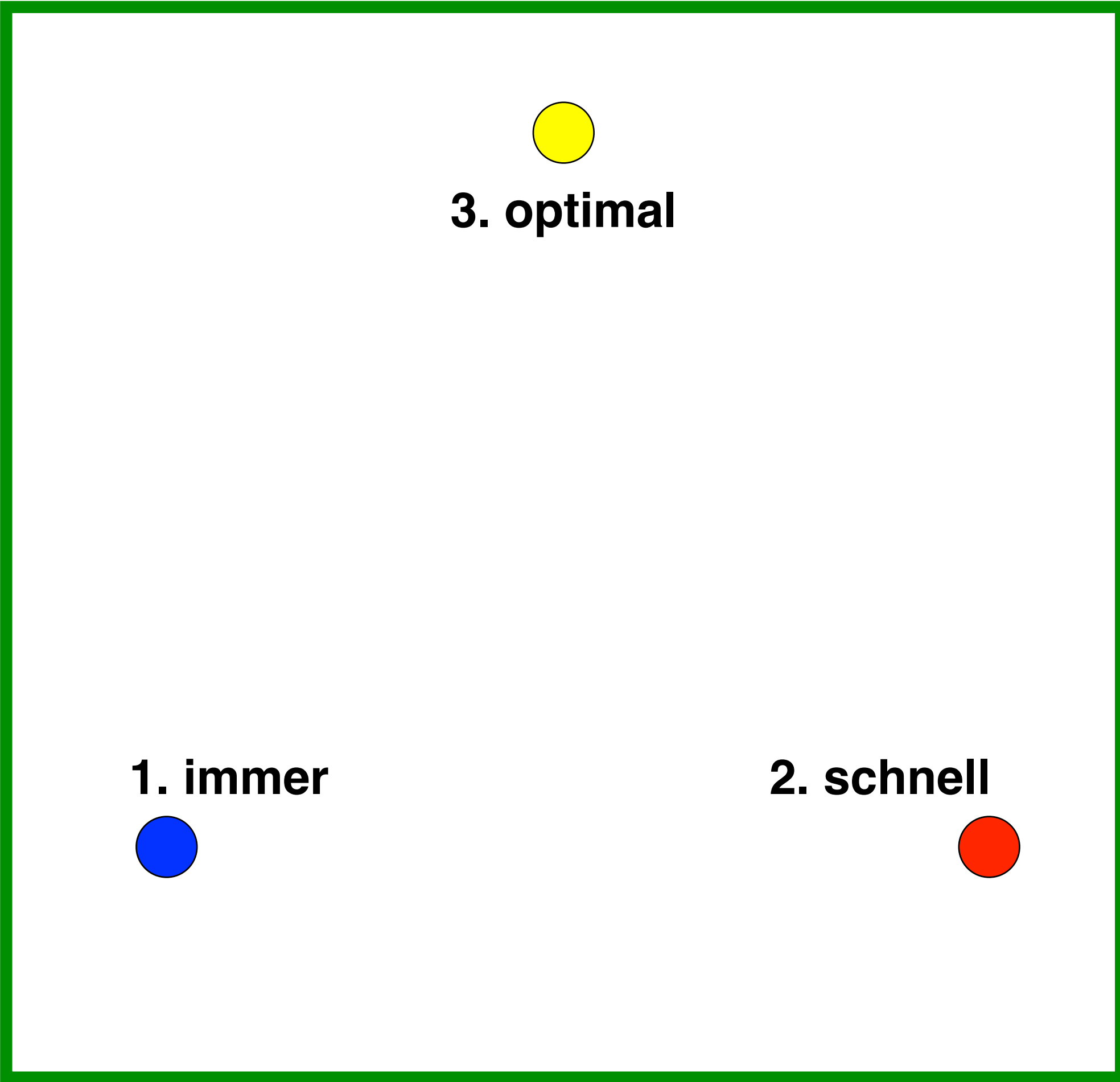






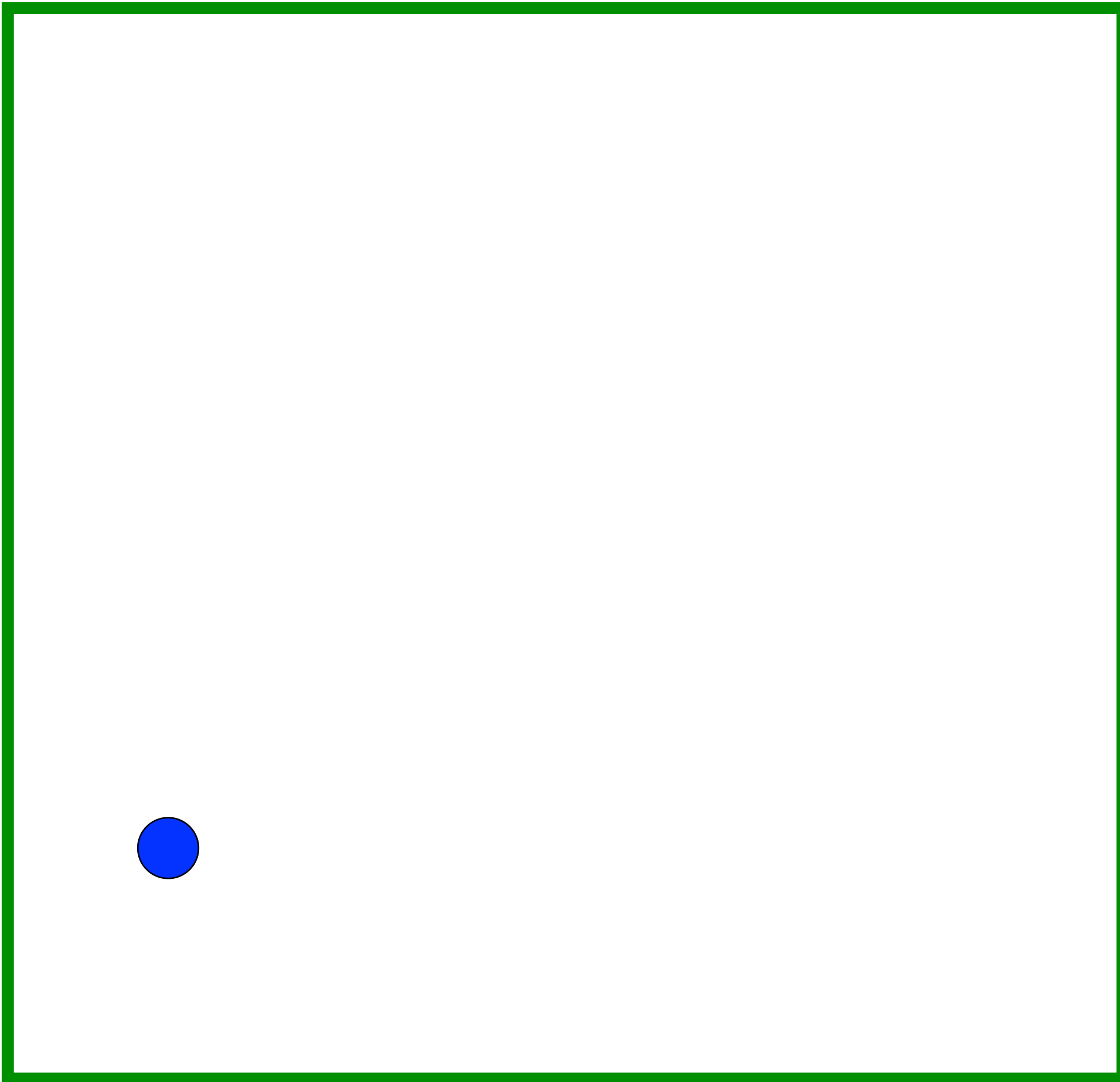
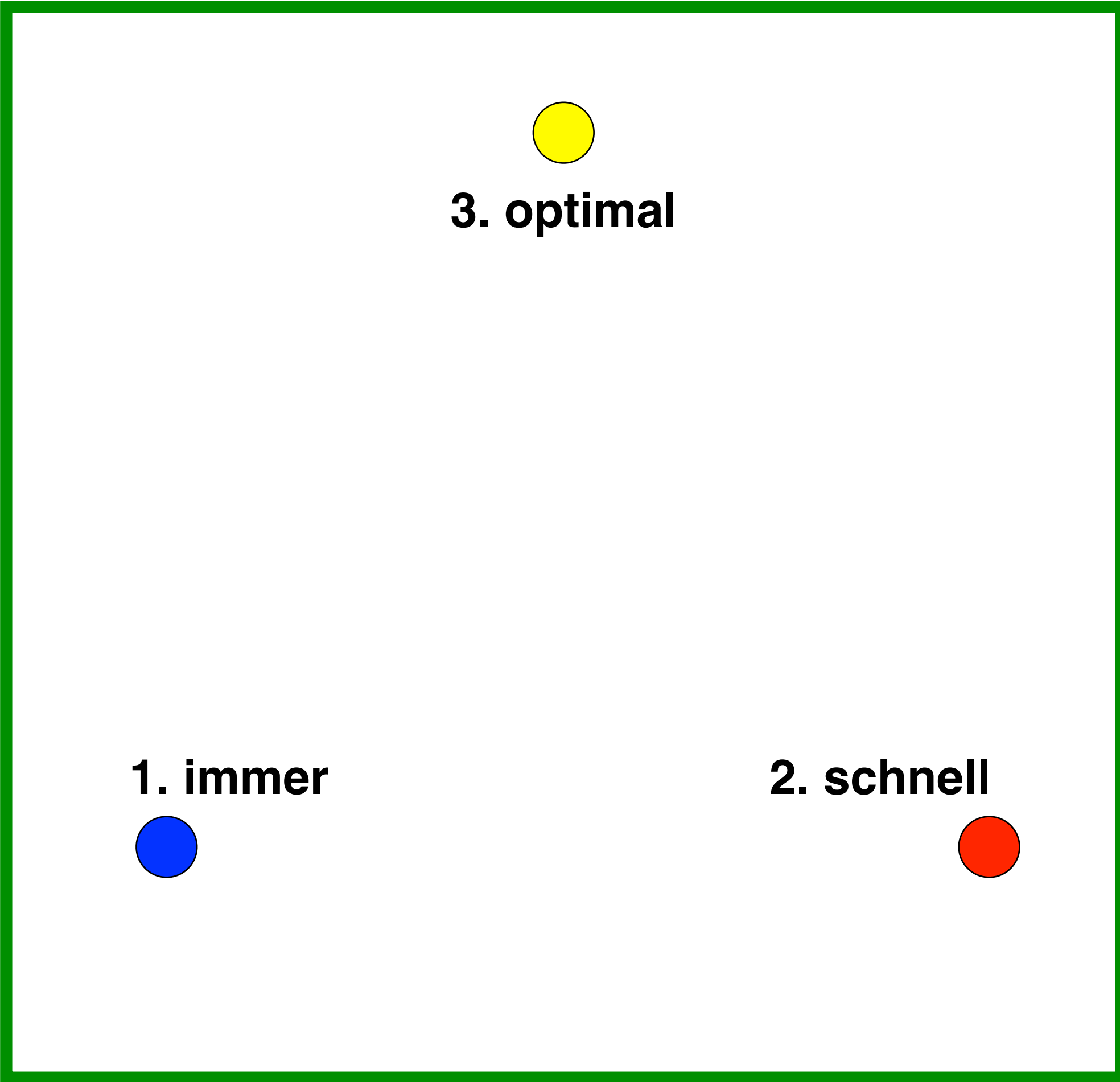
# NP-Vollständigkeit

# Finanzkrise



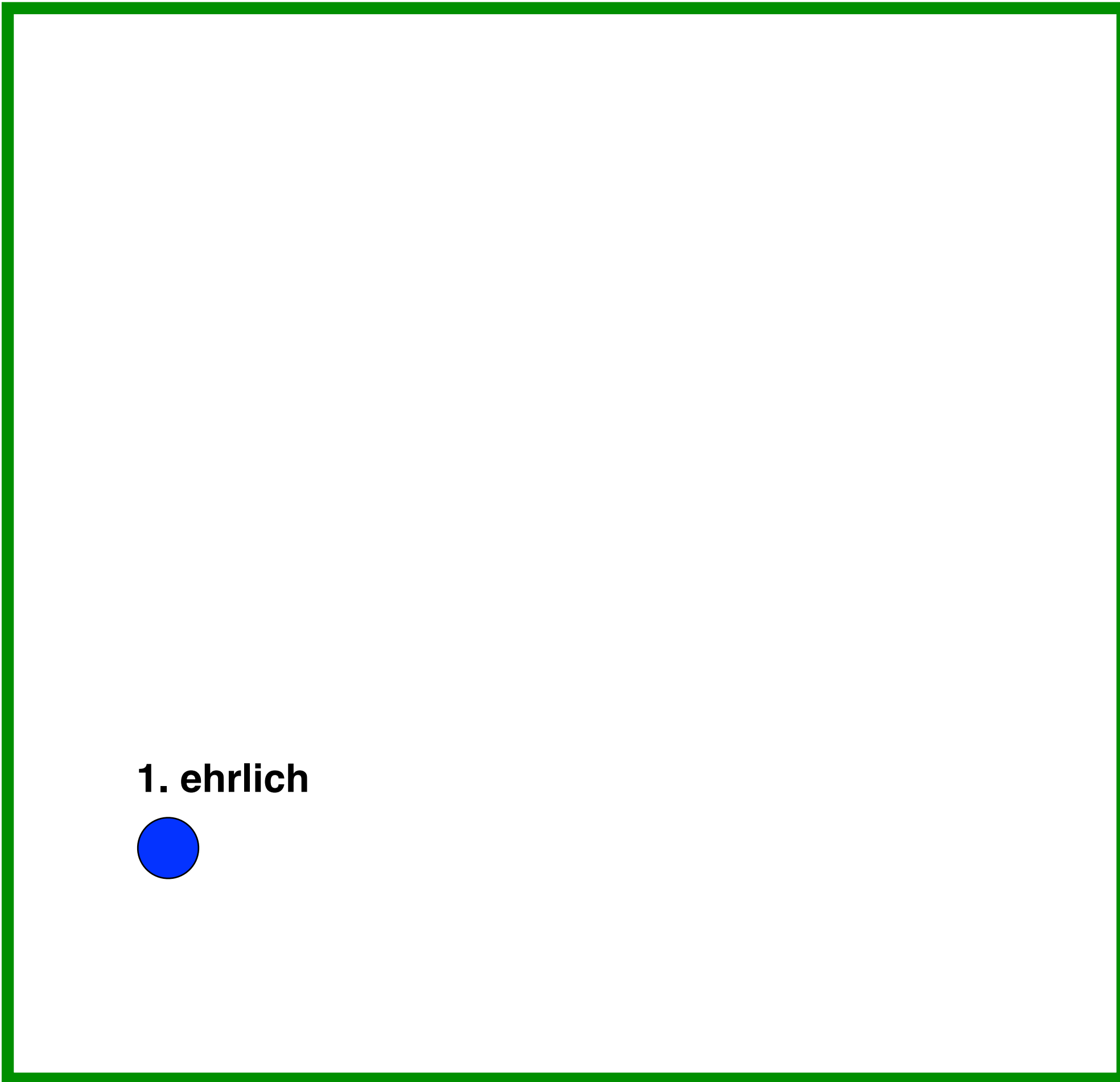
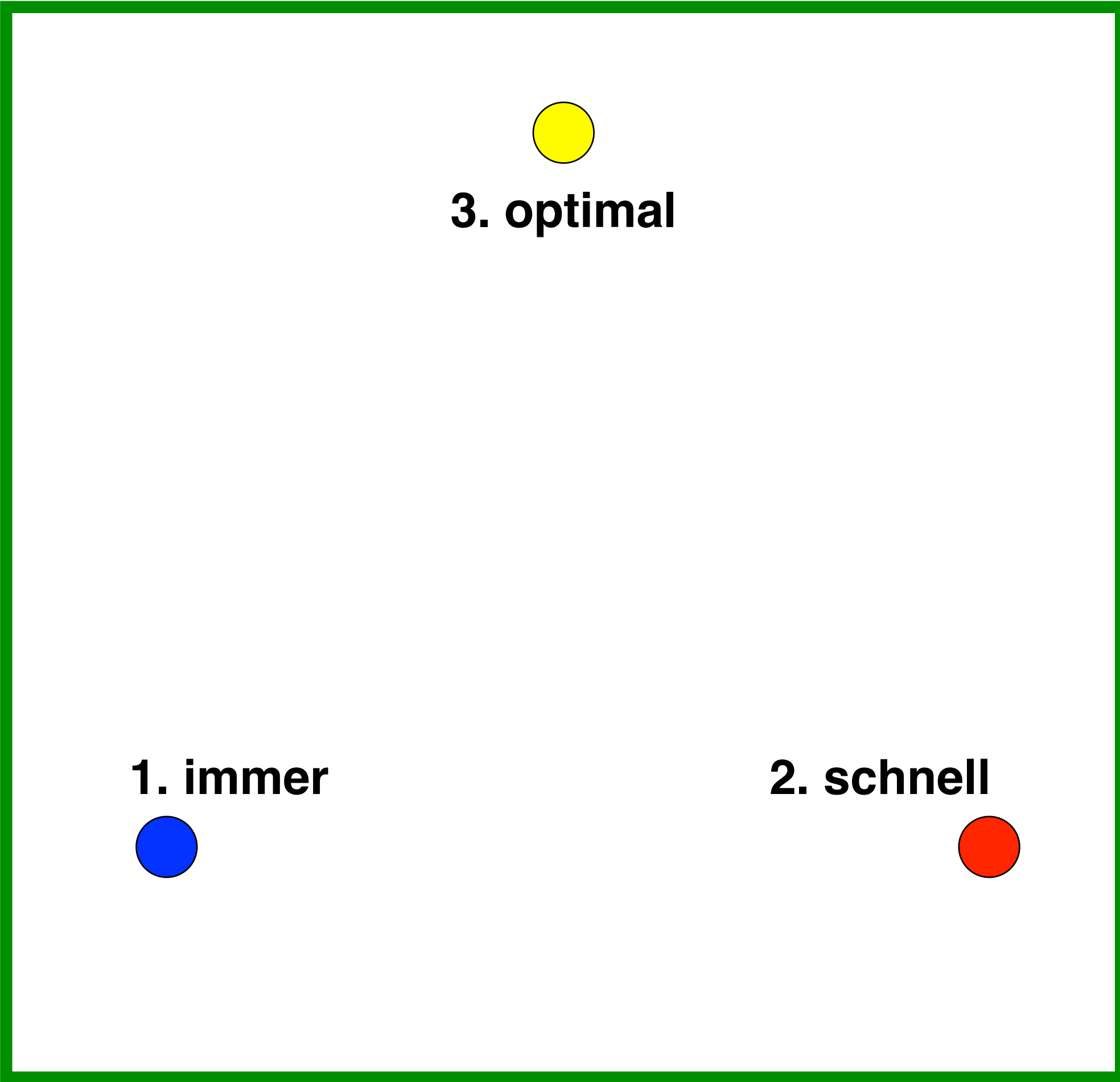
# NP-Vollständigkeit

# Finanzkrise



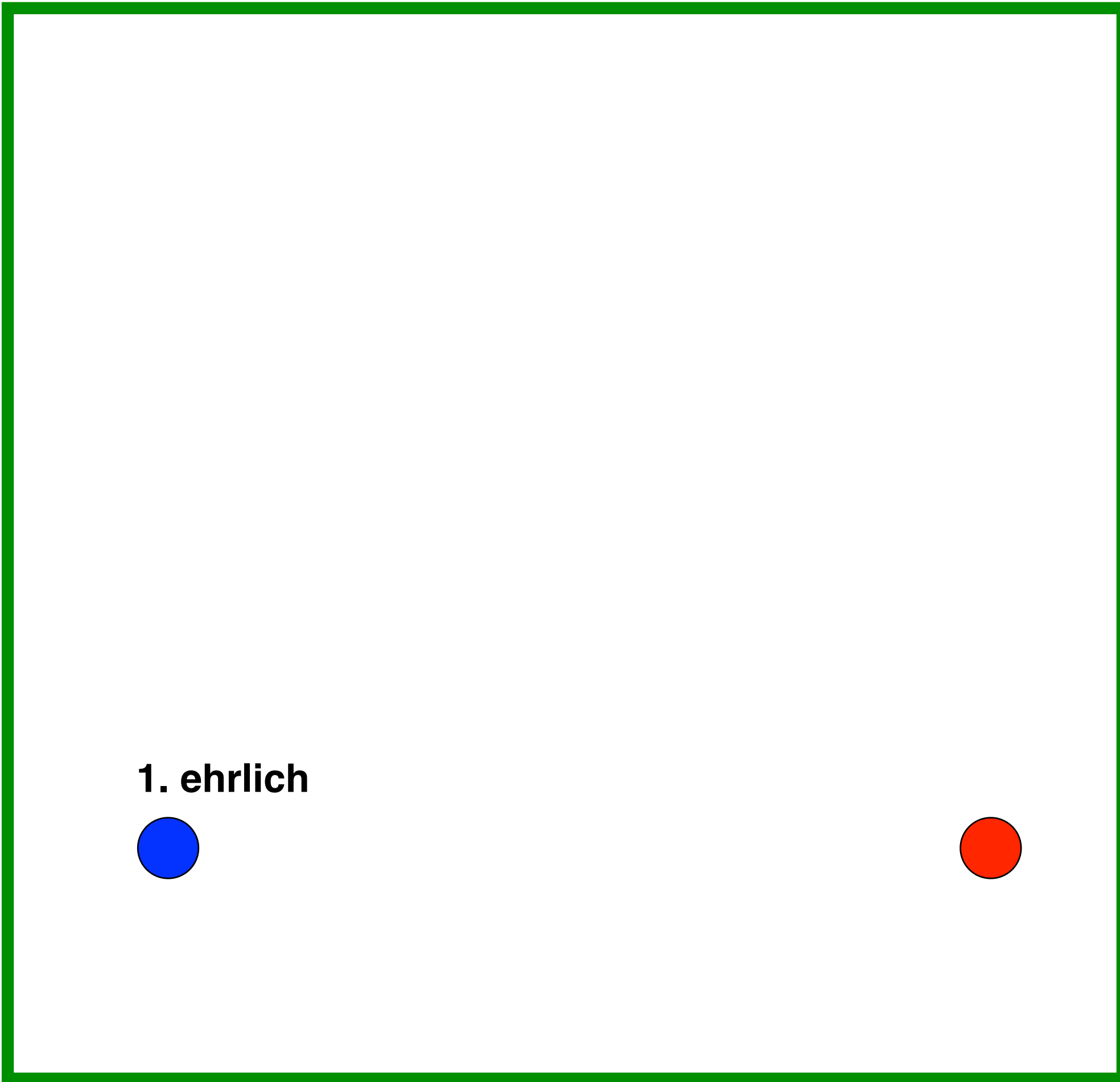
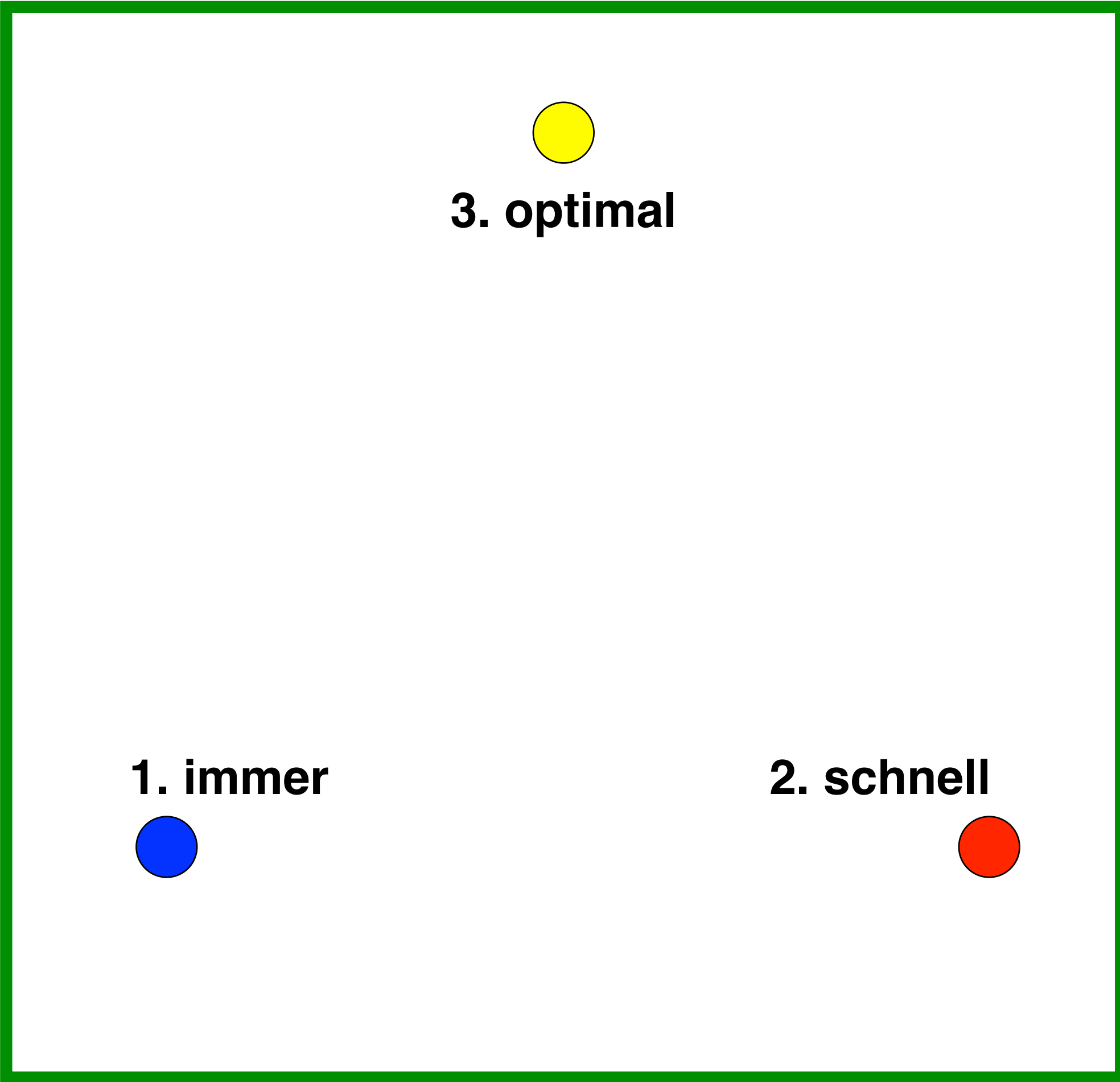
# NP-Vollständigkeit

# Finanzkrise

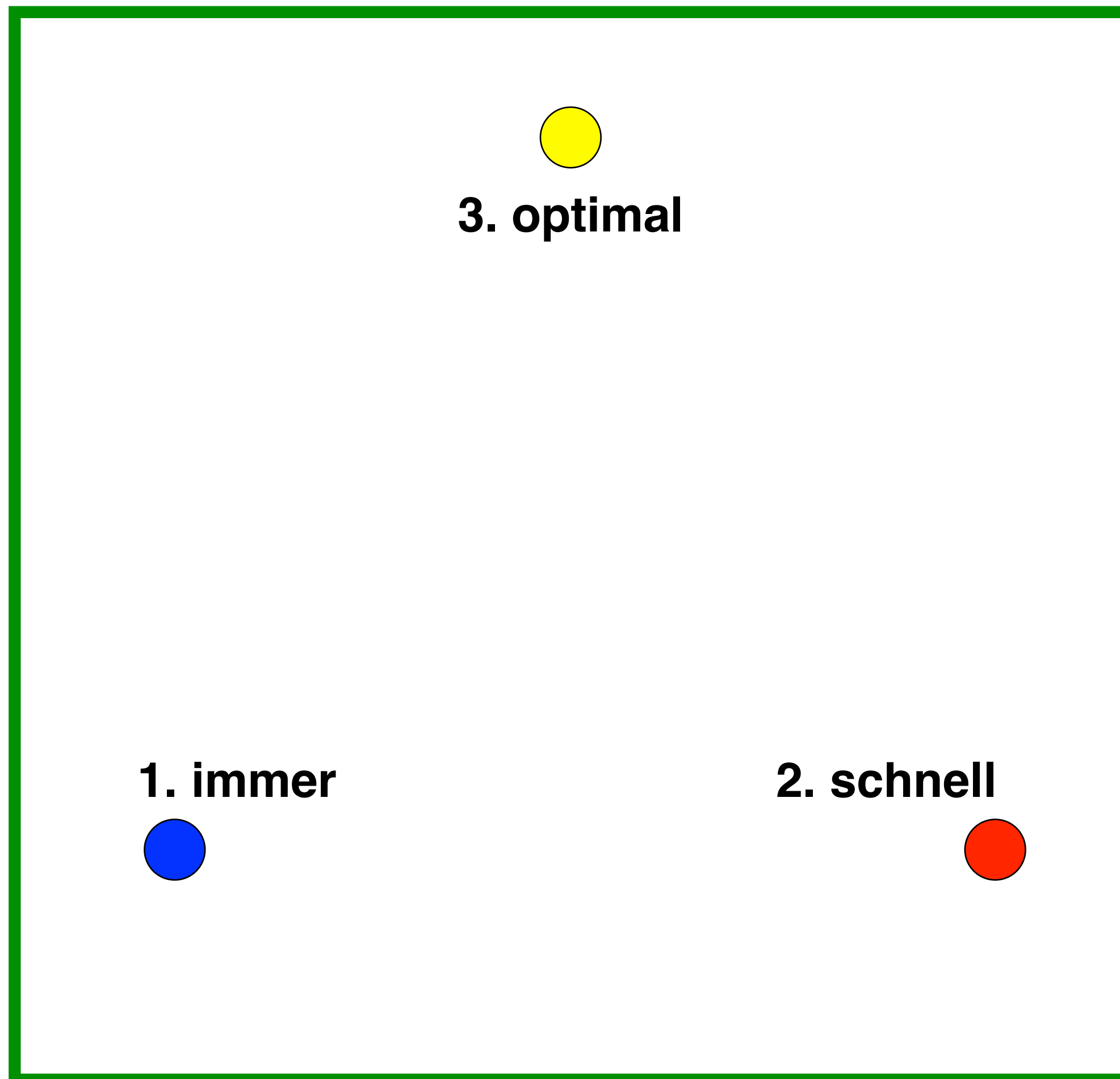


# NP-Vollständigkeit

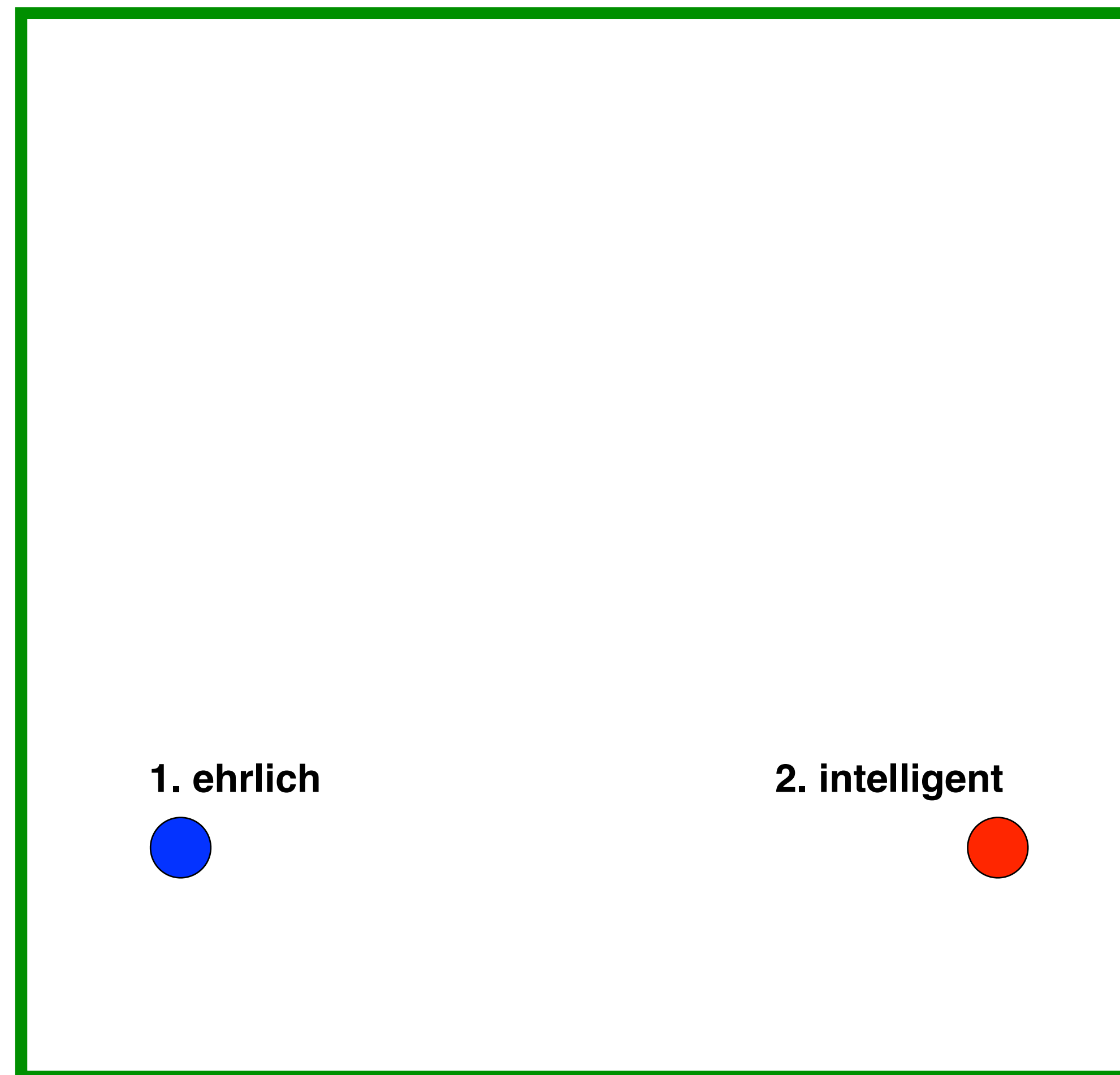
# Finanzkrise



# NP-Vollständigkeit

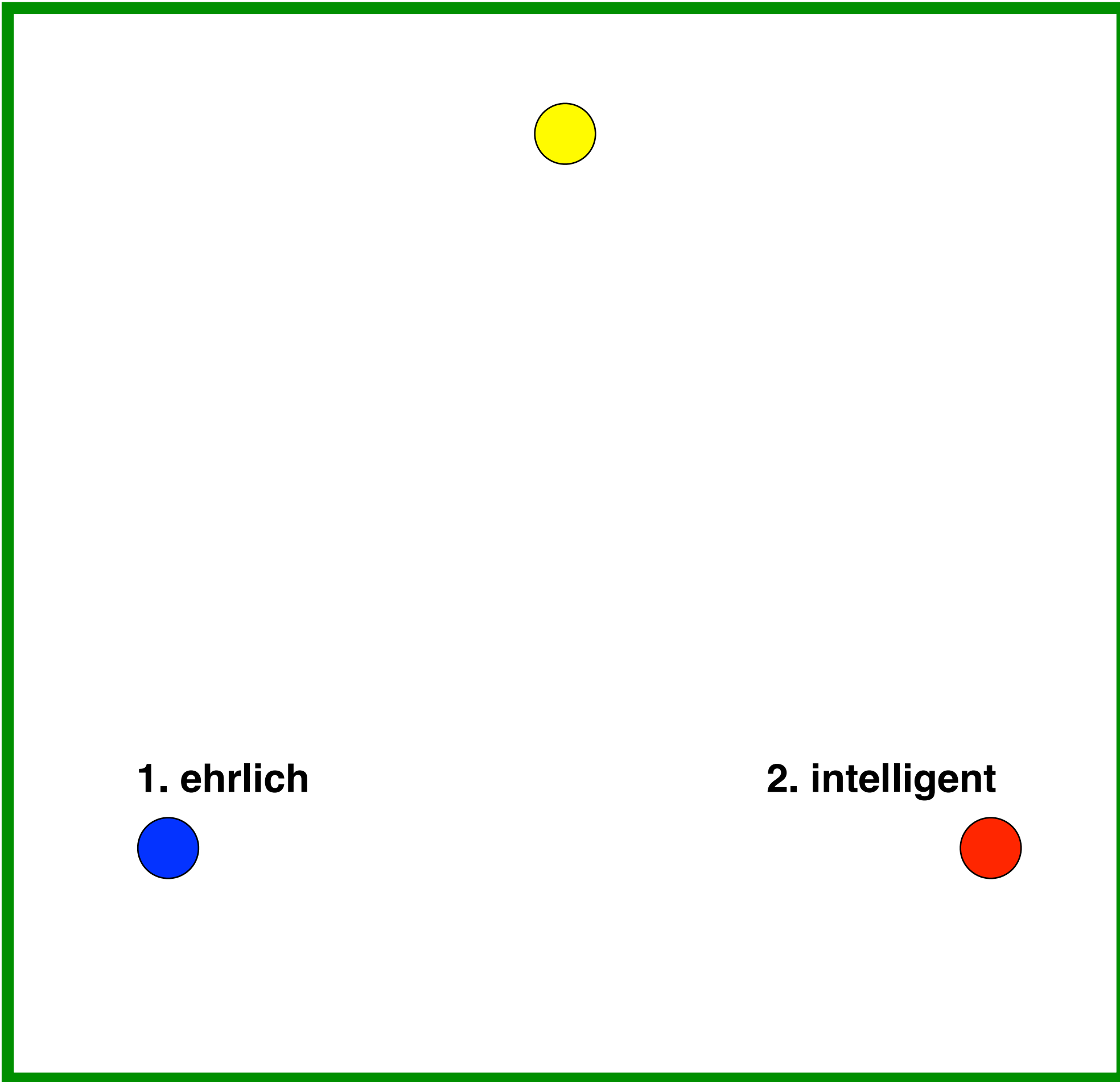
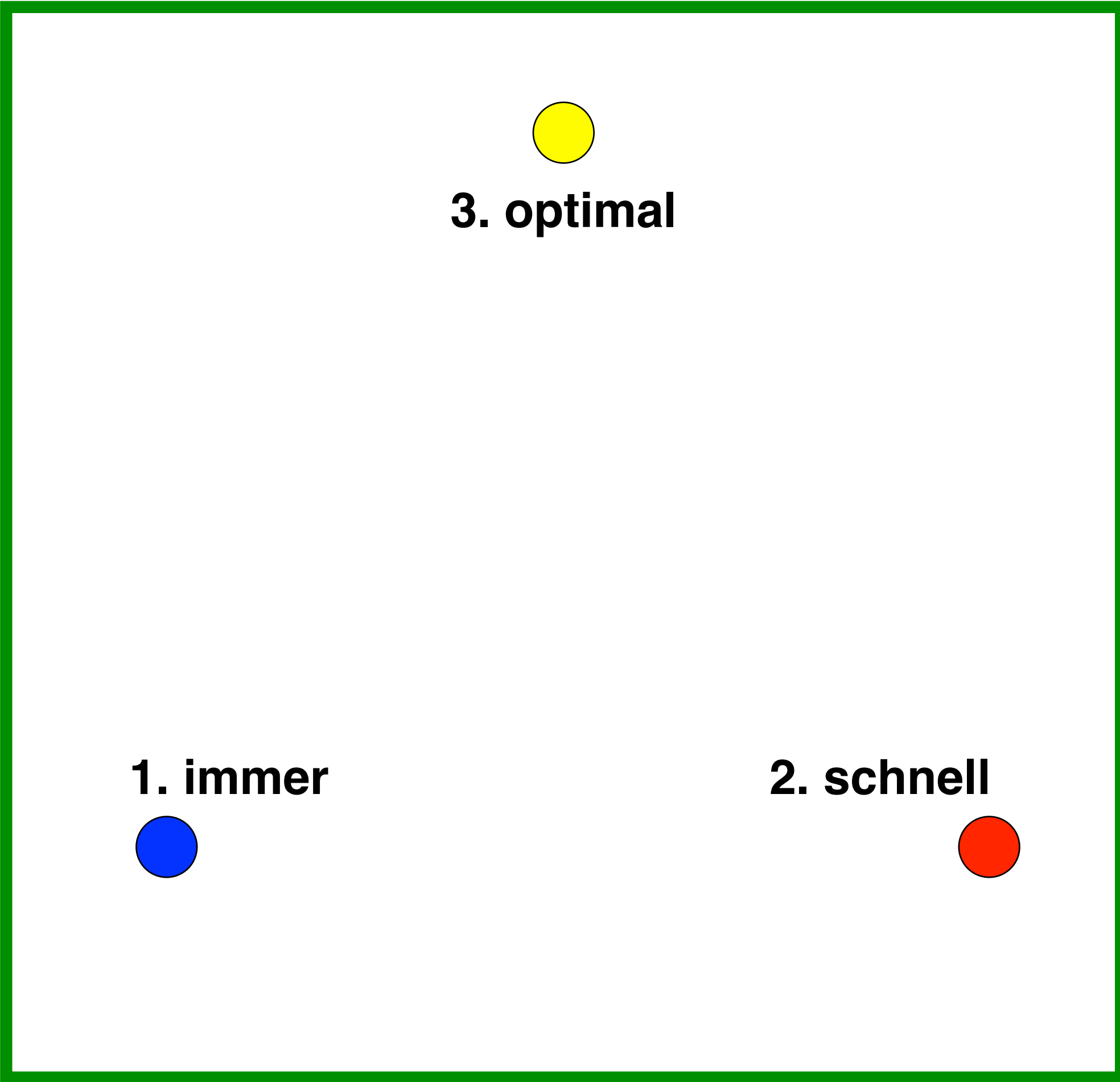


# Finanzkrise

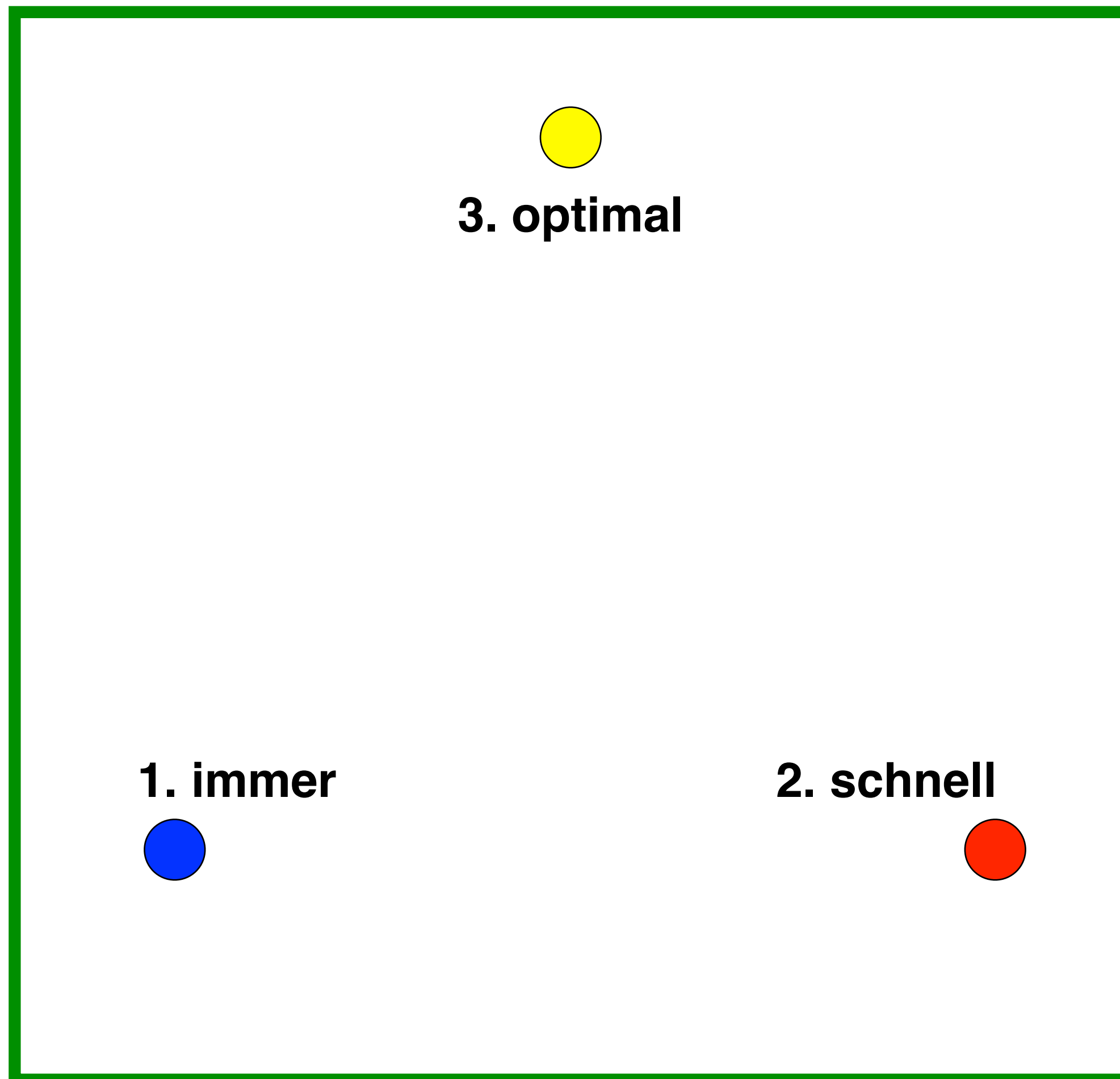


# NP-Vollständigkeit

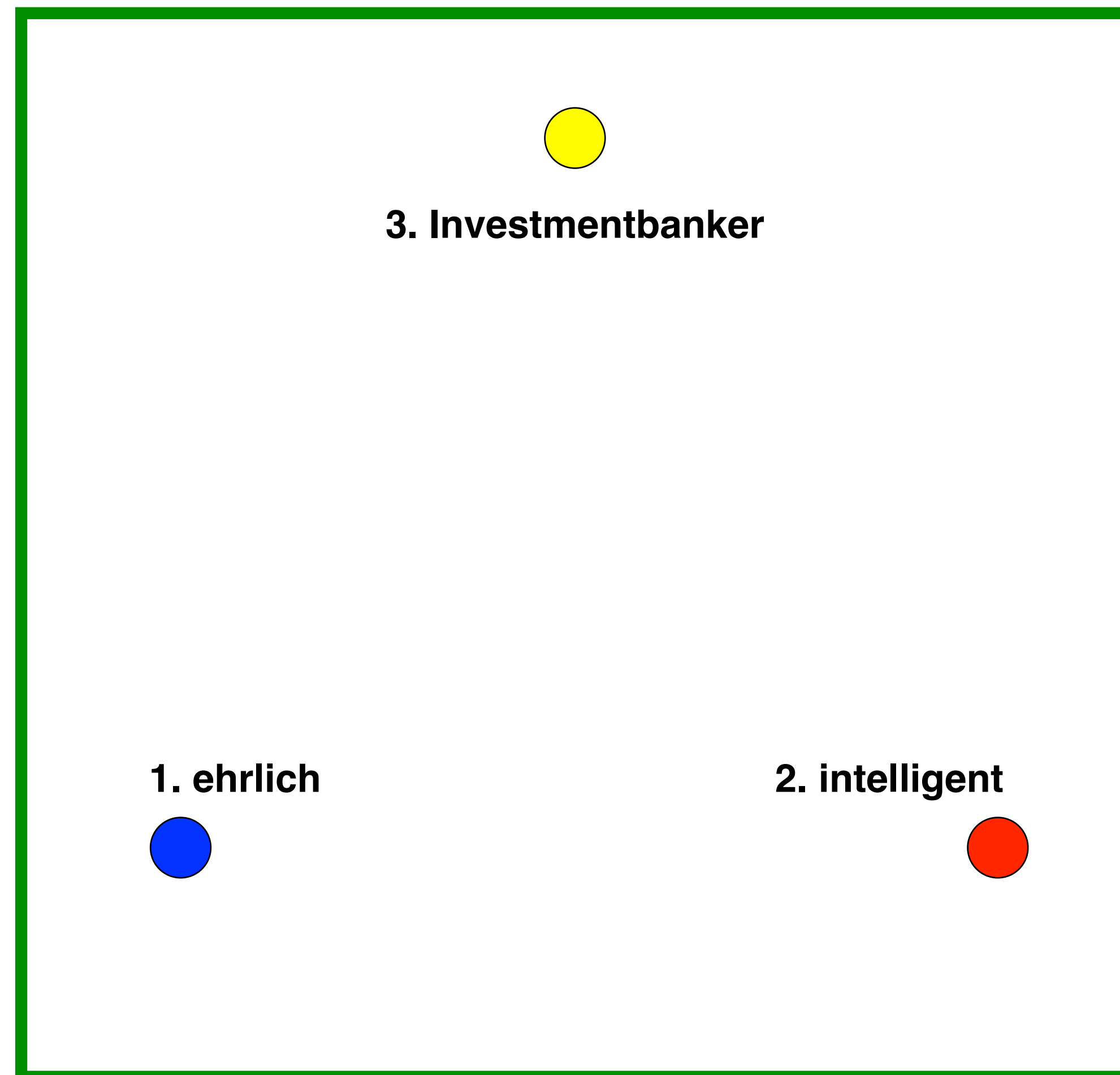
# Finanzkrise



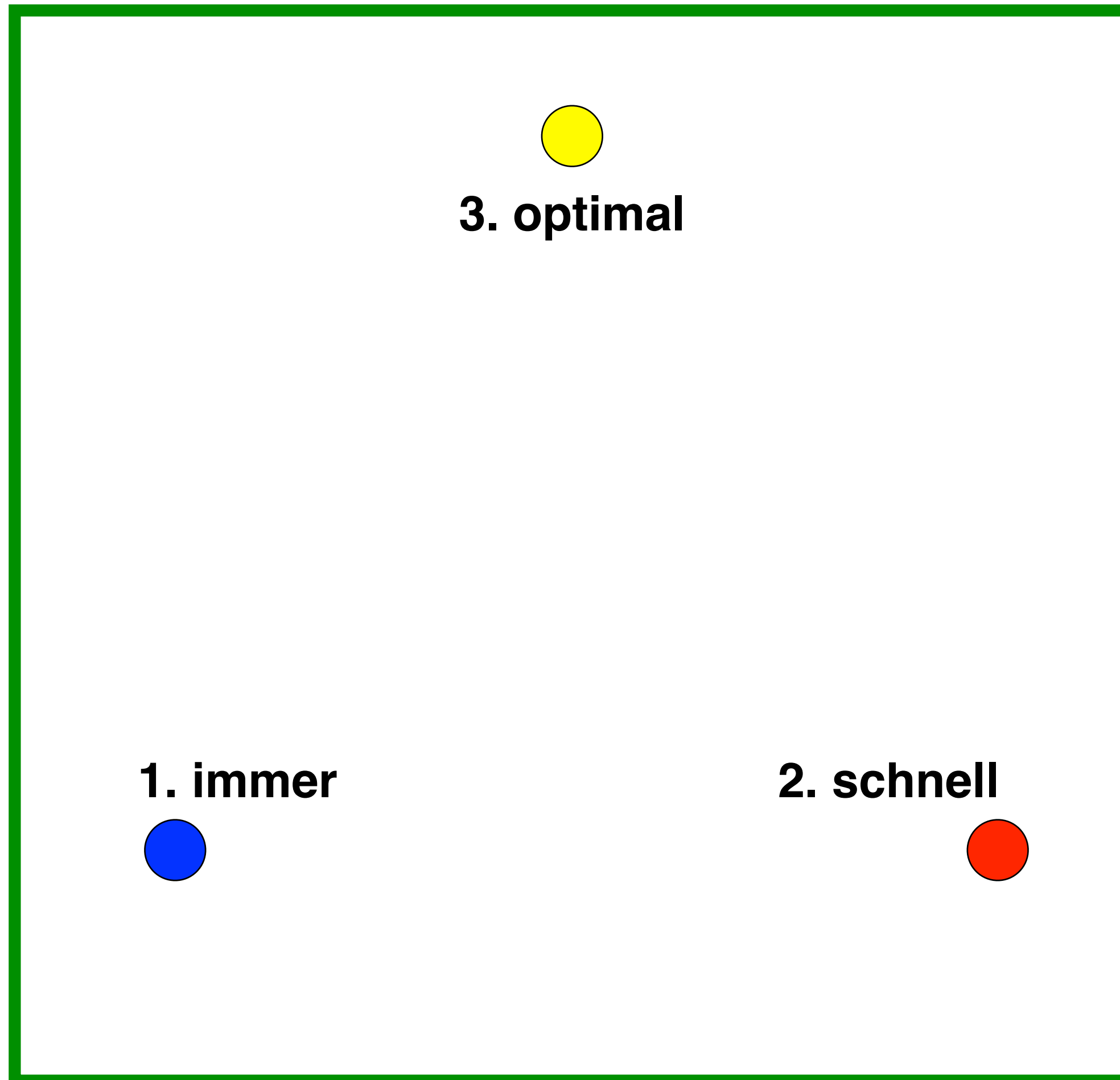
# NP-Vollständigkeit



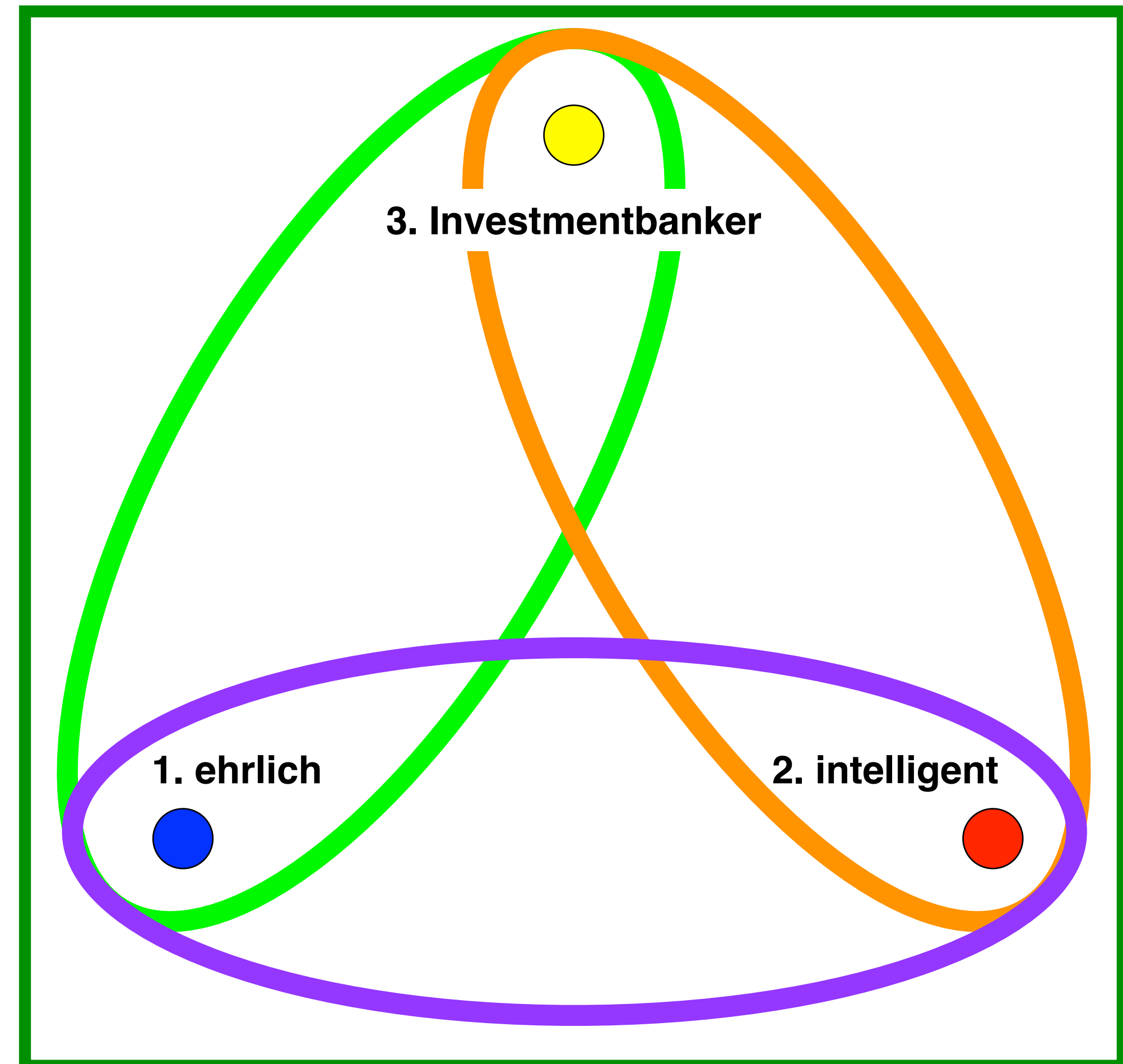
# Finanzkrise



# NP-Vollständigkeit

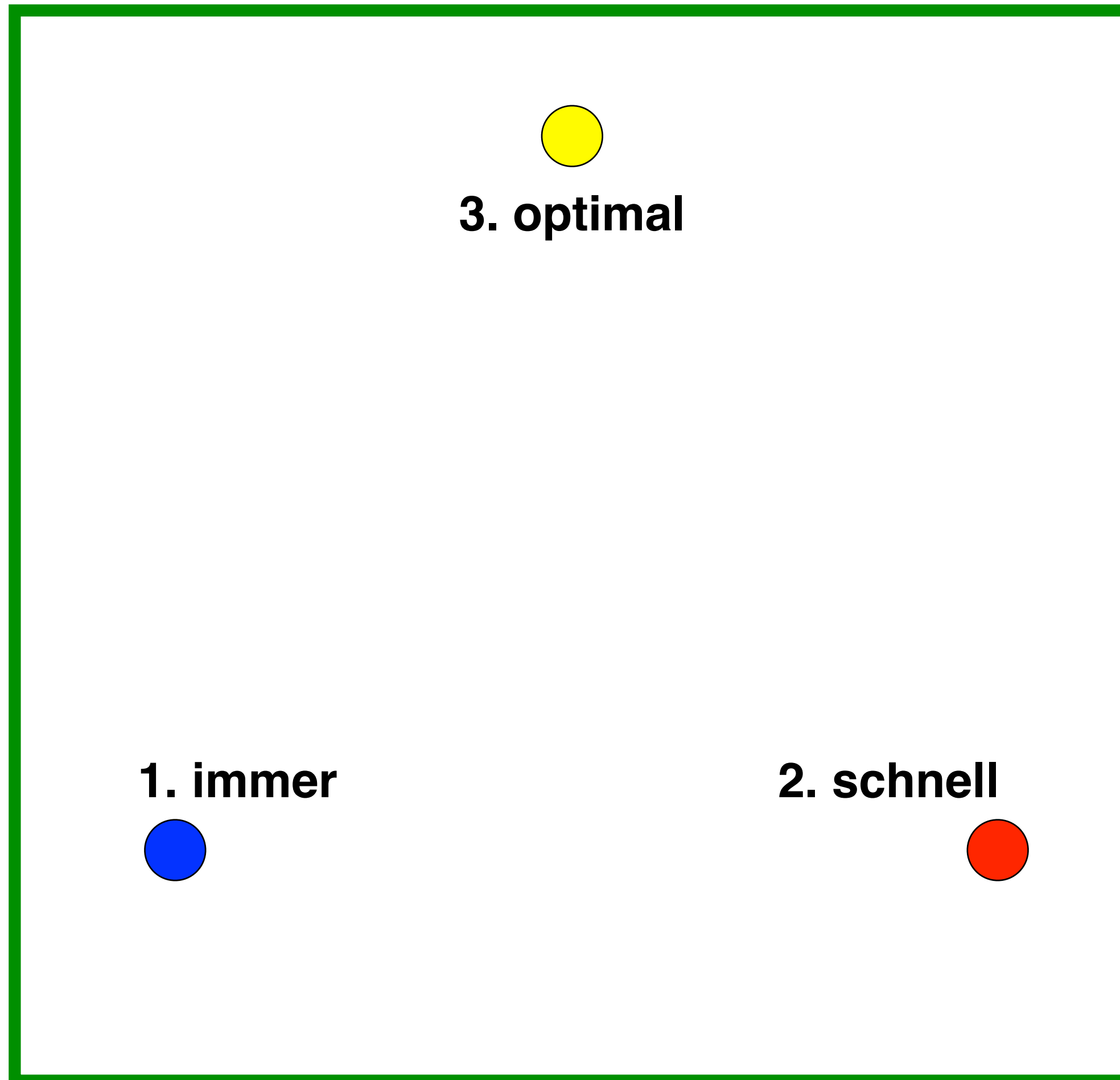


# Finanzkrise

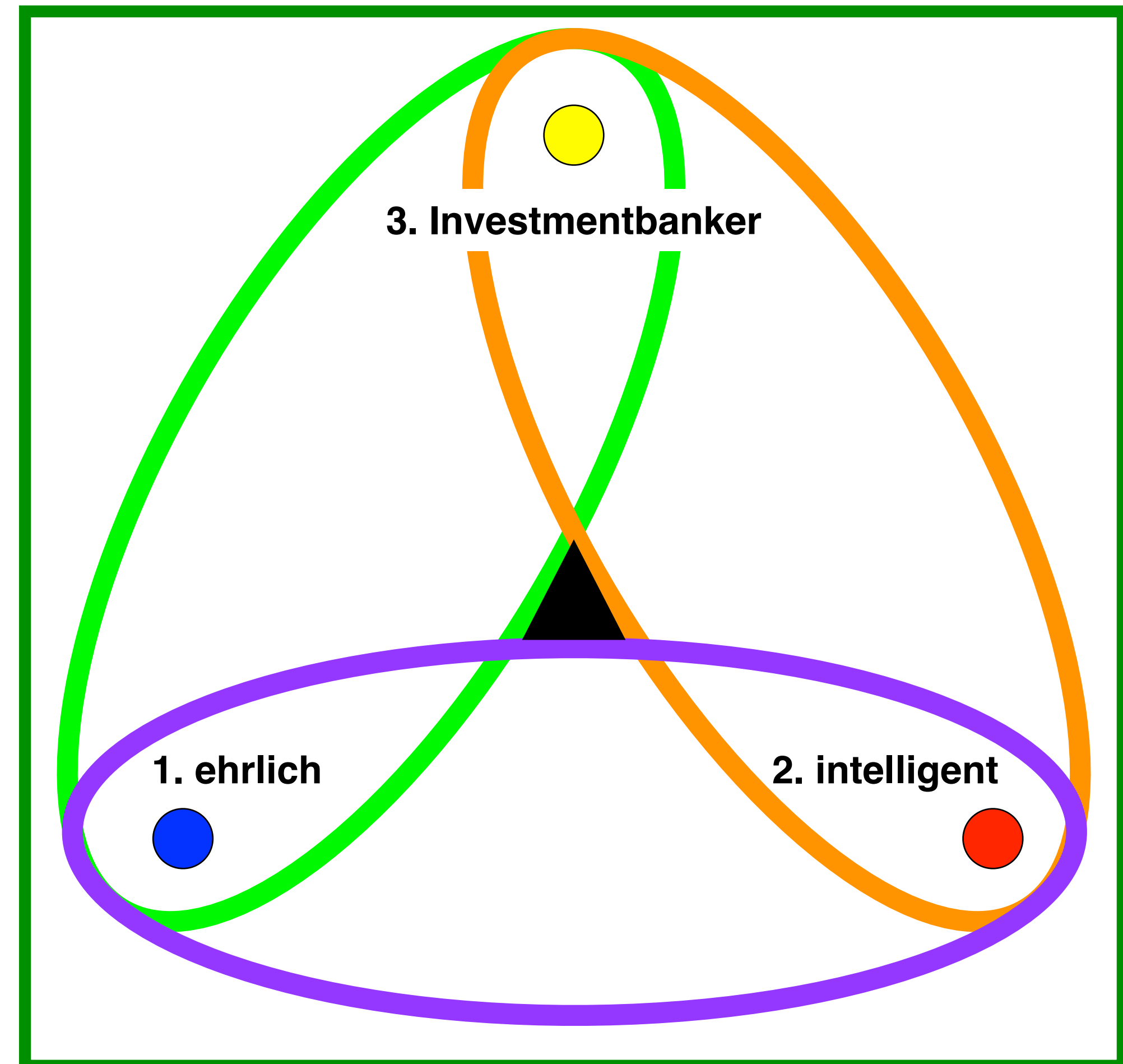




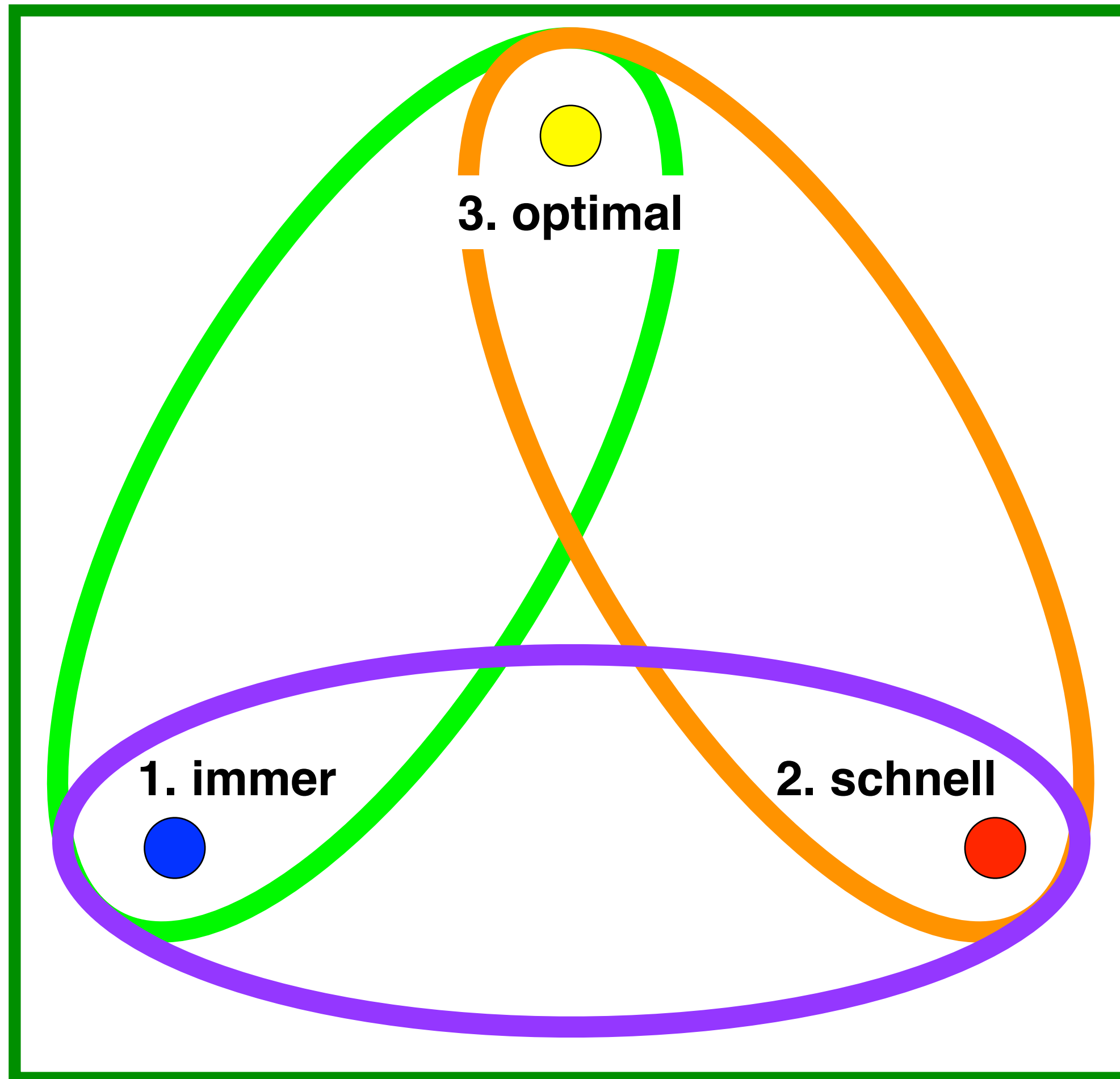
# NP-Vollständigkeit



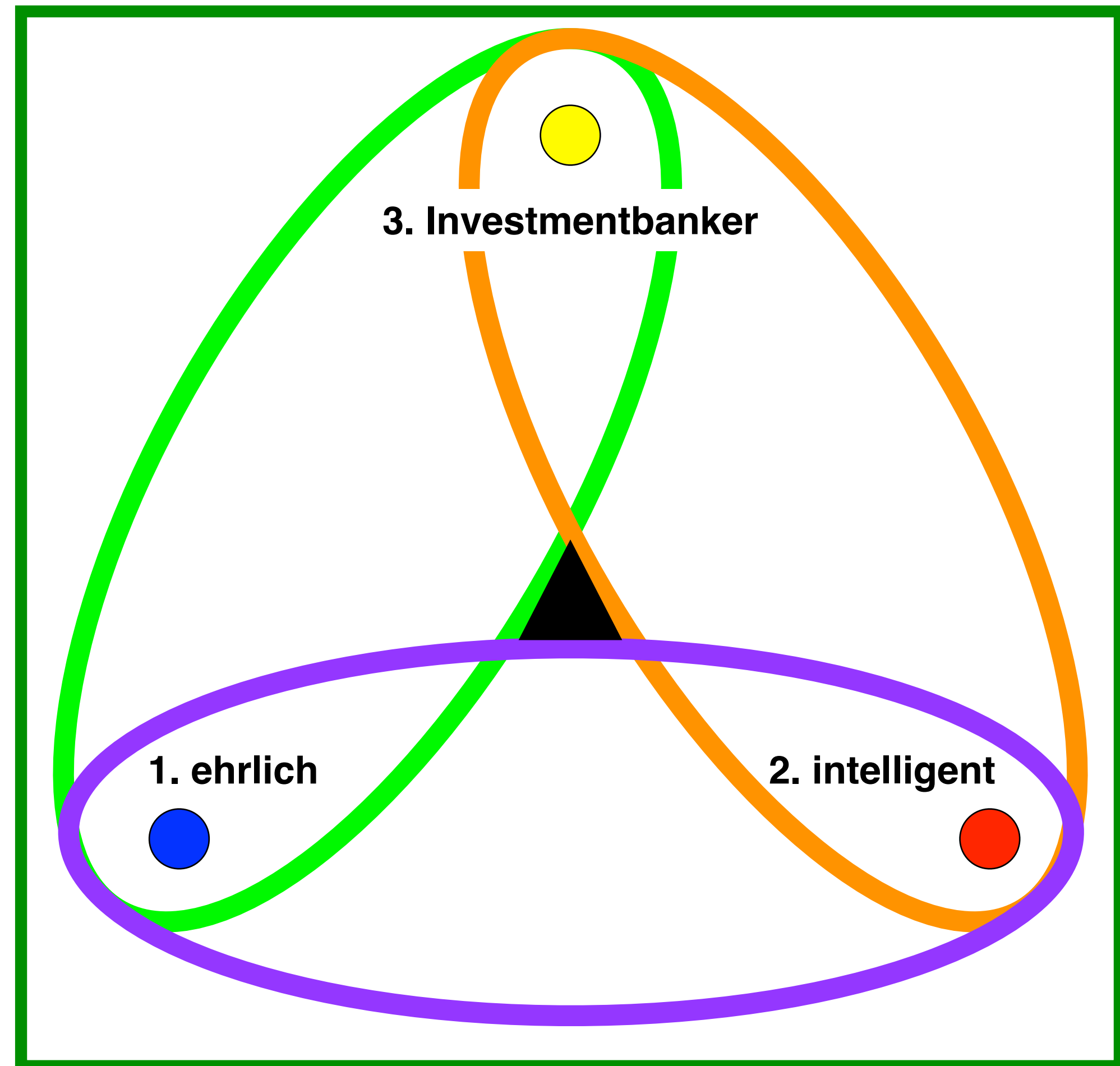
# Finanzkrise



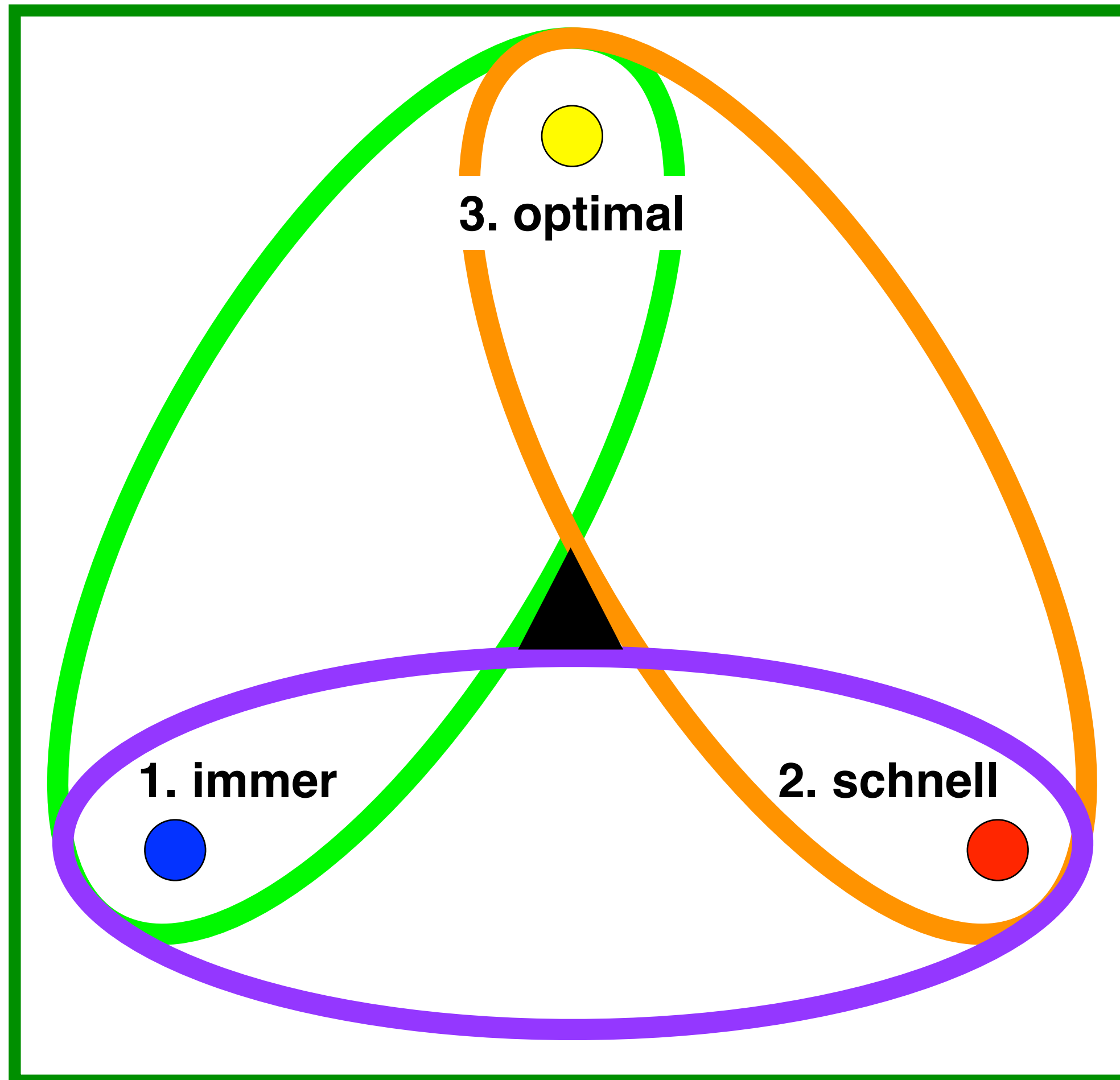
# NP-Vollständigkeit



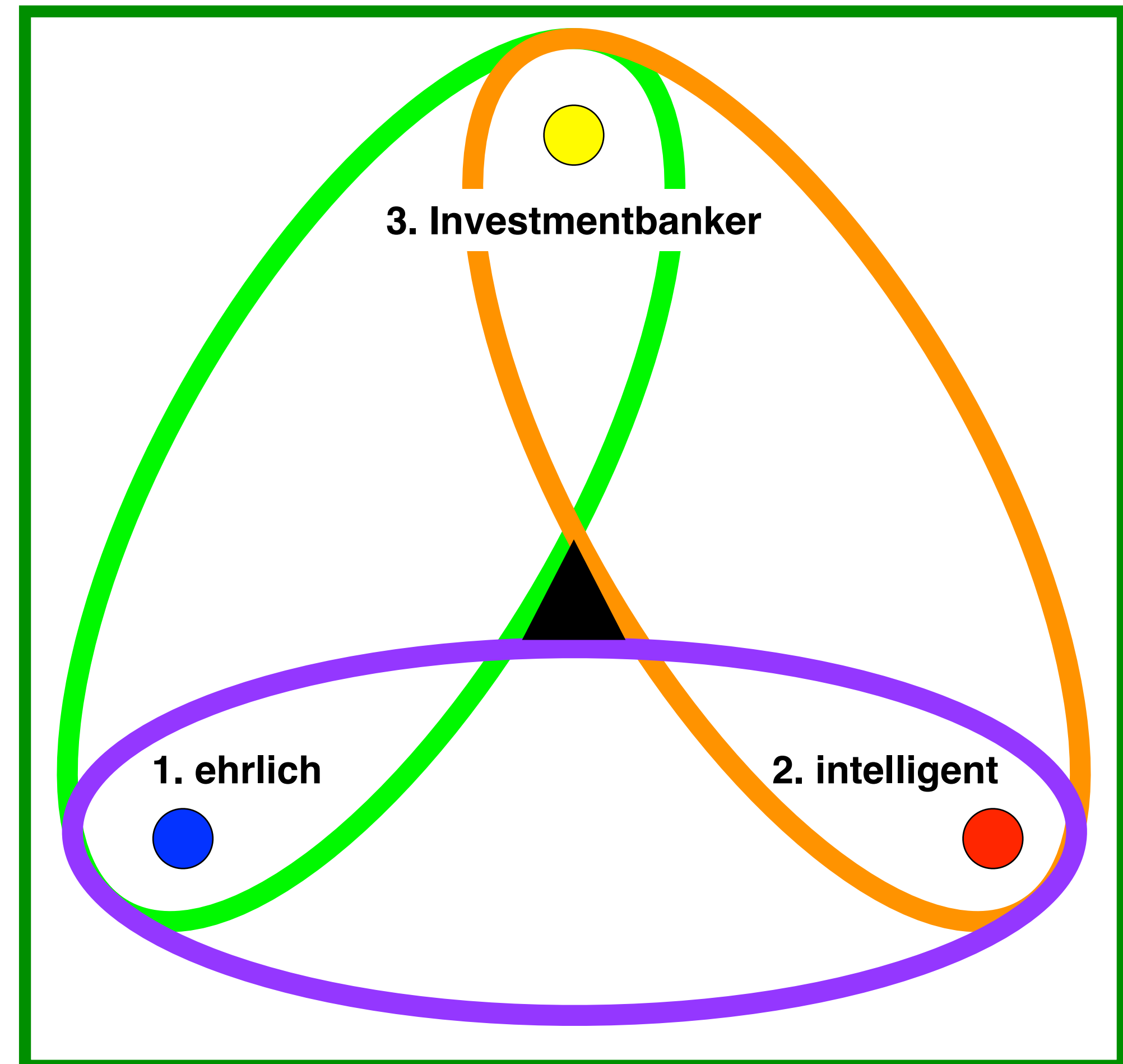
# Finanzkrise



# NP-Vollständigkeit



# Finanzkrise



WE OFFER THREE • KINDS OF SERVICE

GOOD • FAST • CHEAP

YOU CAN PICK ANY TWO



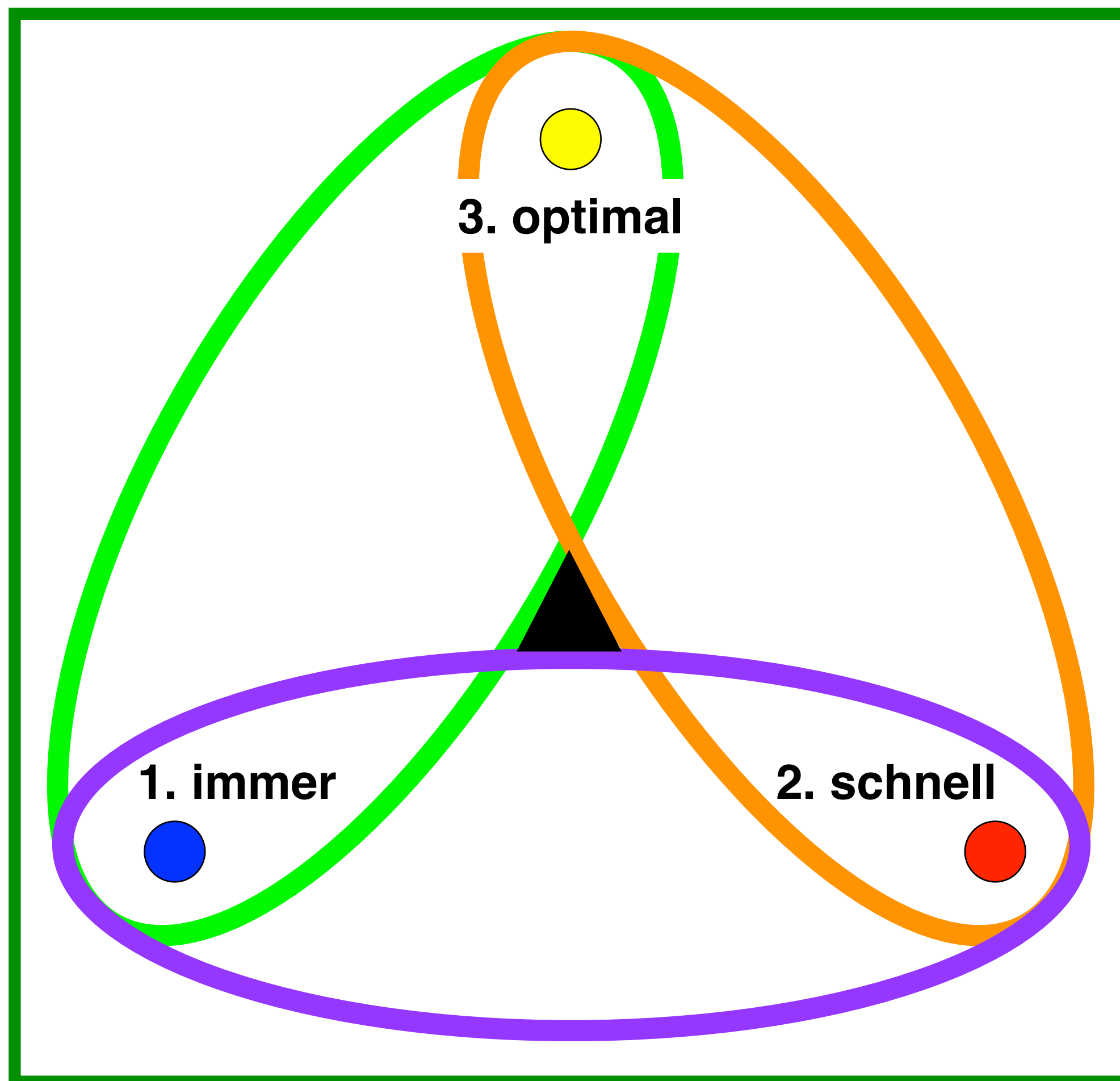
GOOD & CHEAP WONT BE FAST

GOOD & FAST WON'T BE CHEAP

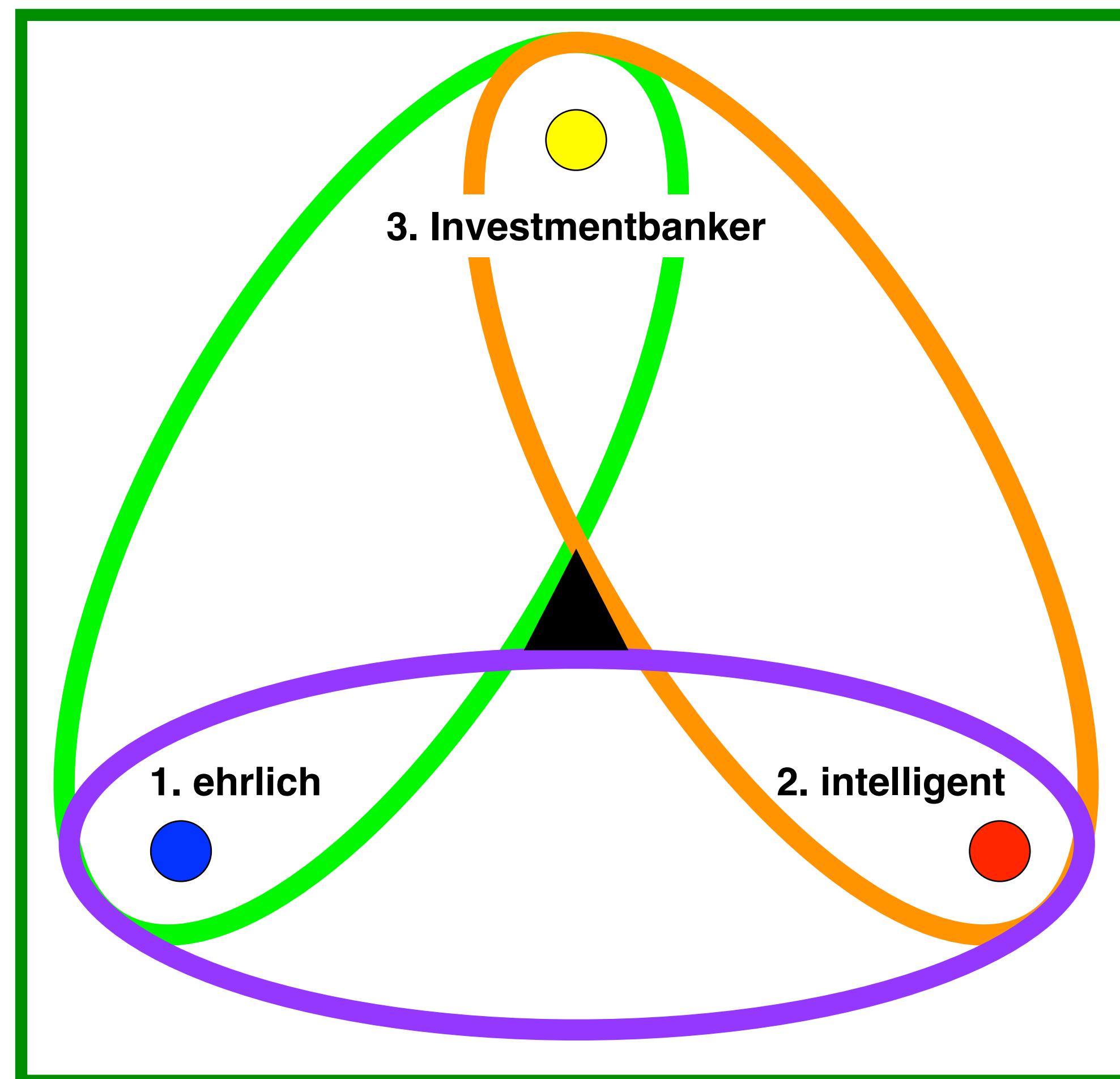
FAST & CHEAP WON'T BE GOOD



# NP-Vollständigkeit

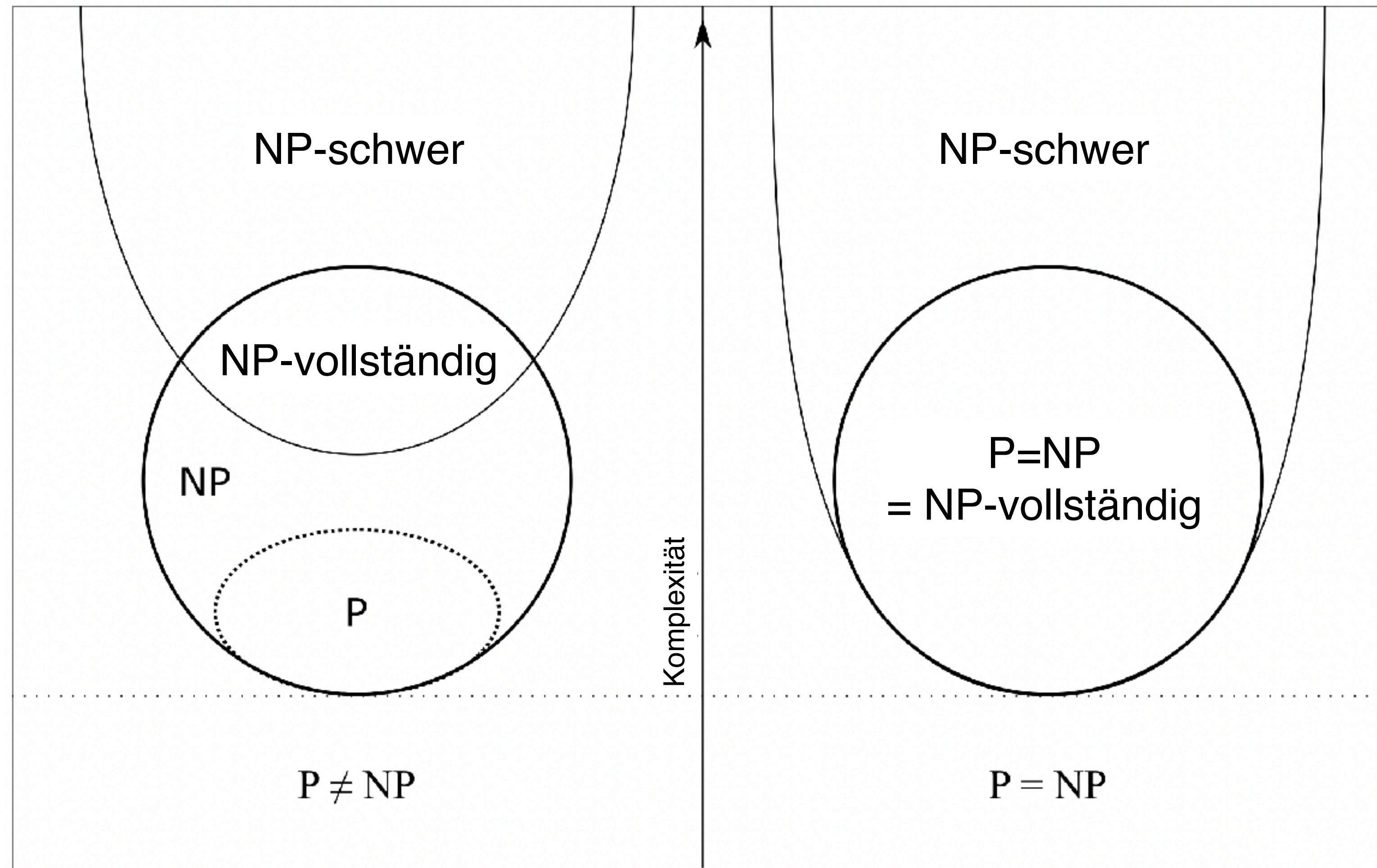


# Finanzkrise

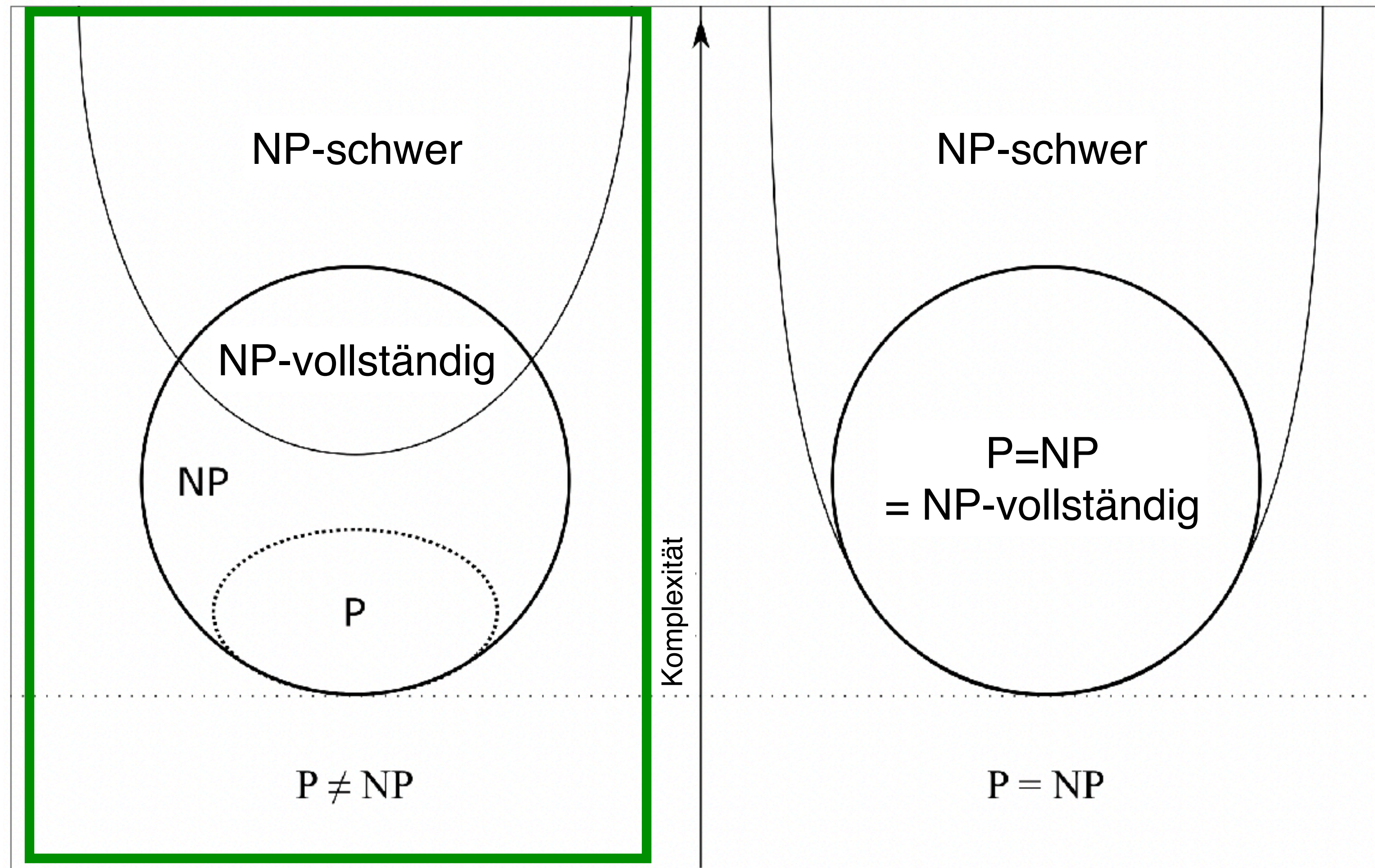


# Die Komplexitätslandschaft

# Die Komplexitätslandschaft

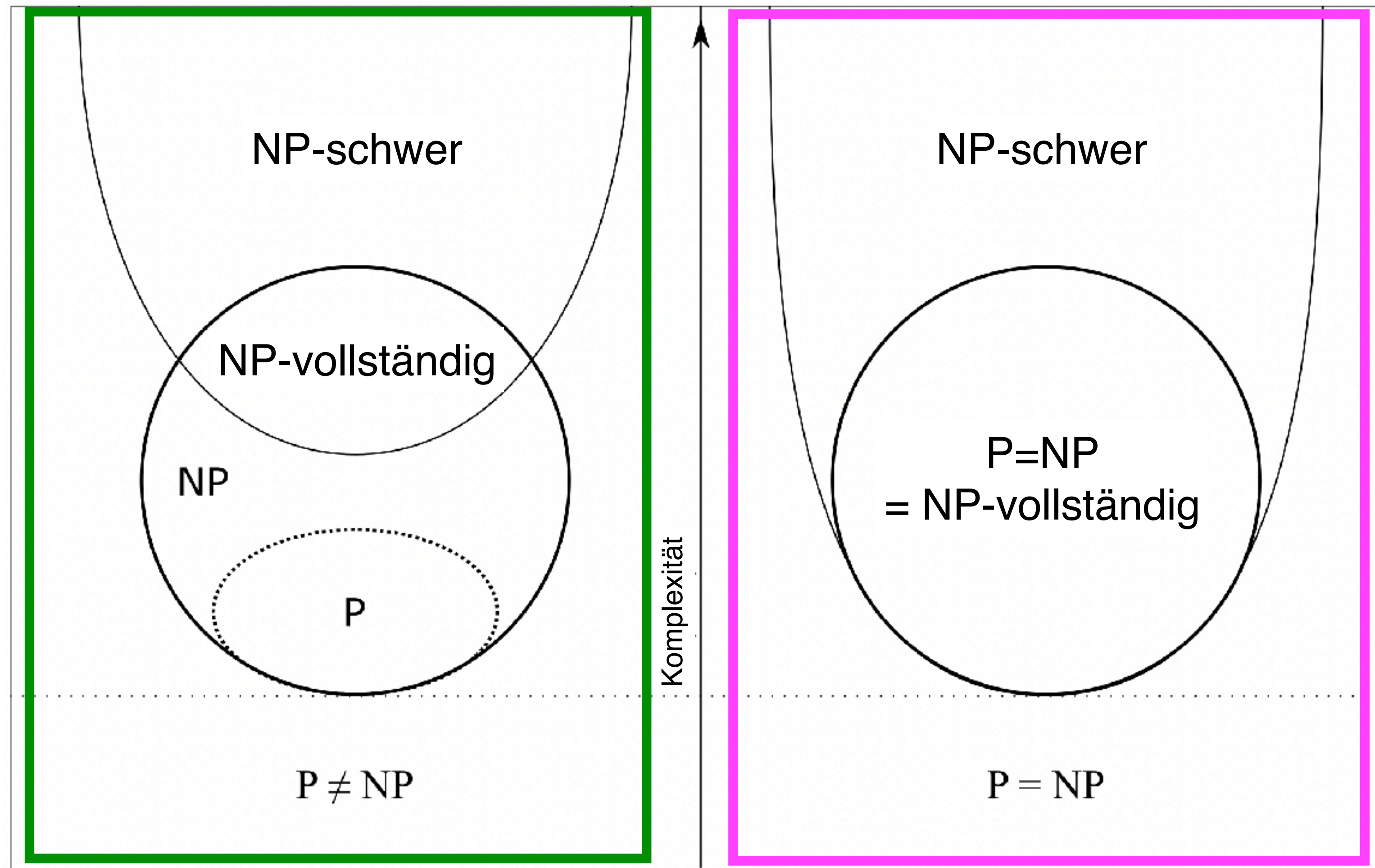


# Die Komplexitätslandschaft

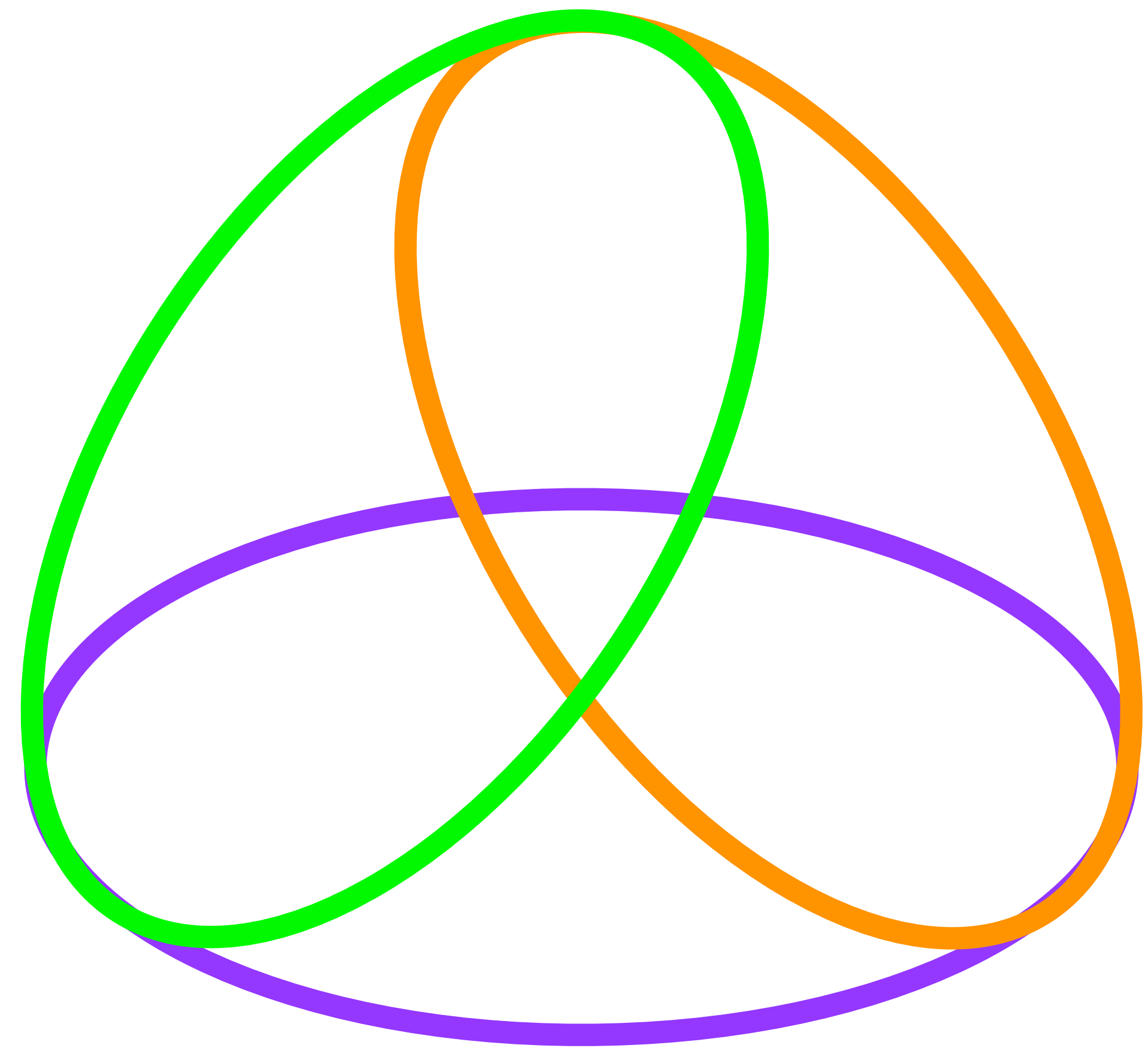
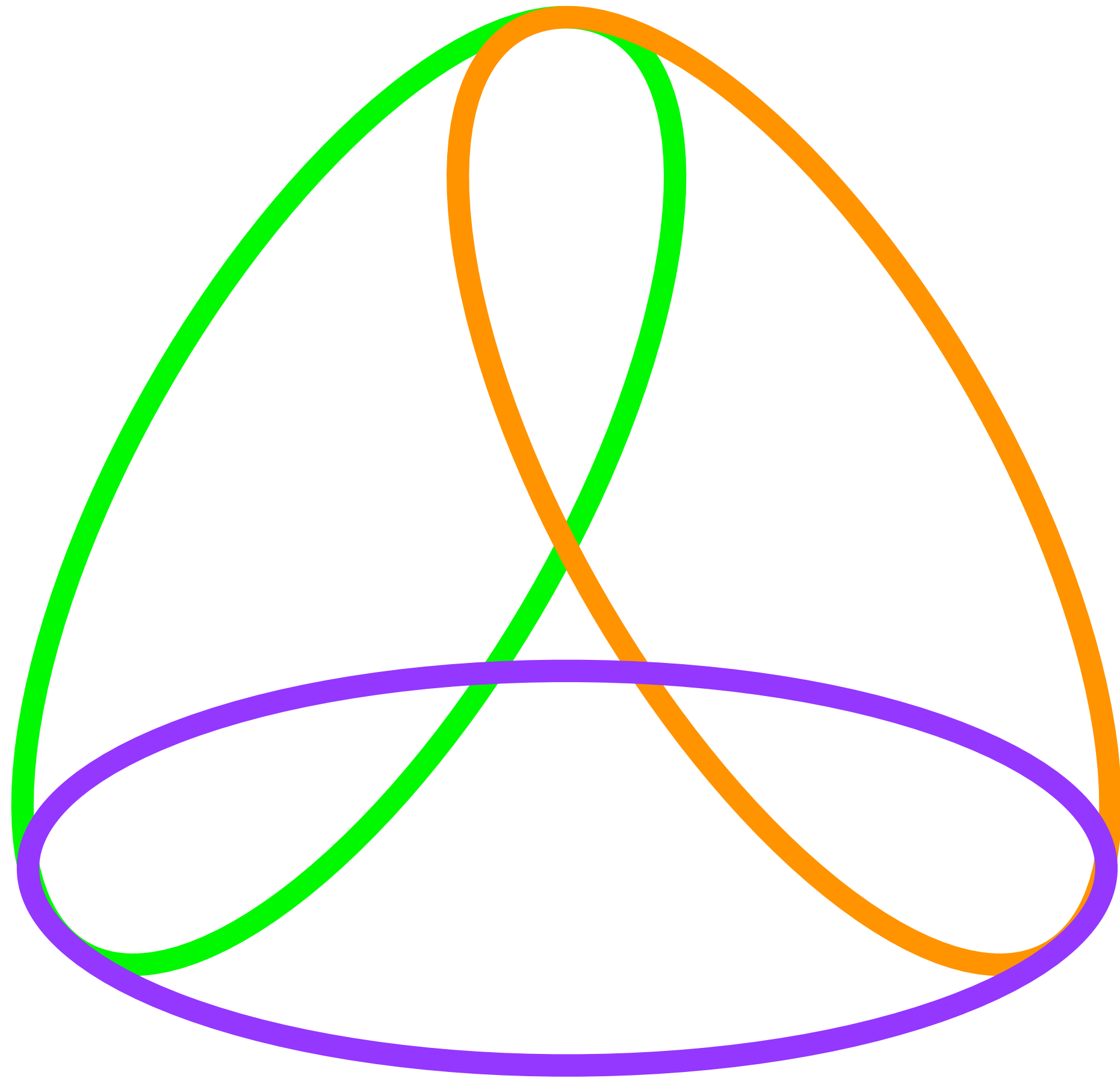




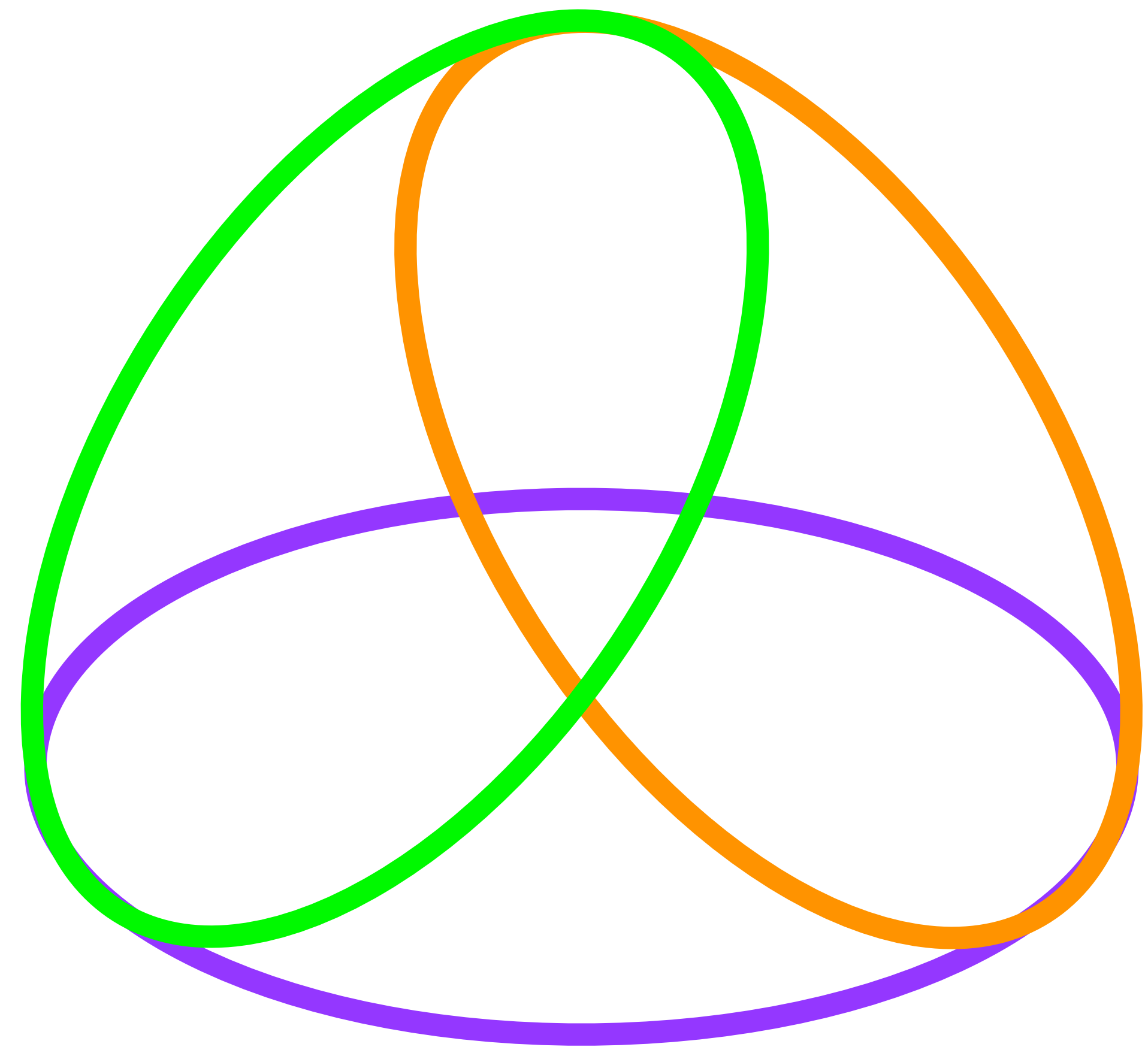
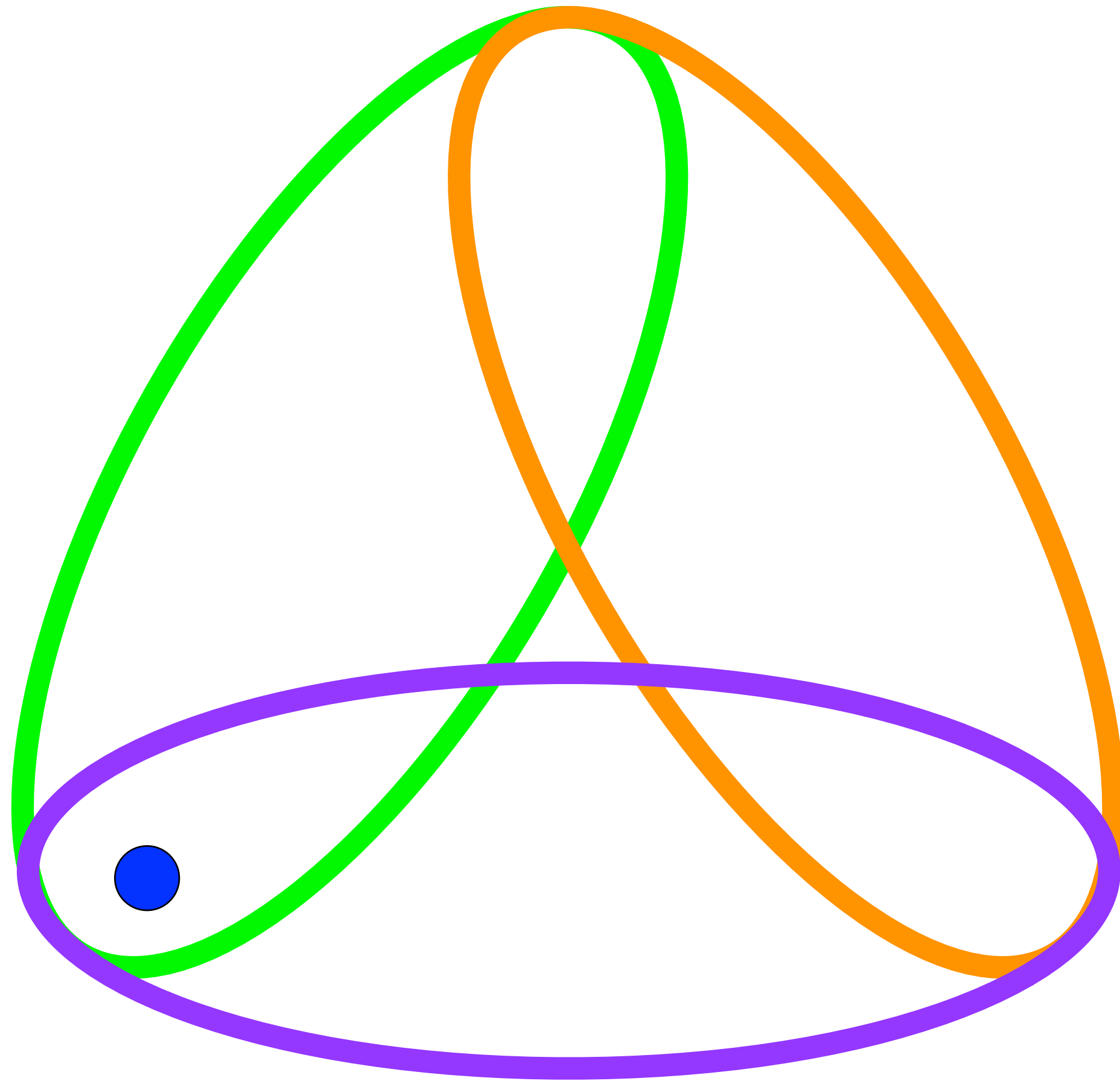
# Die Komplexitätslandschaft



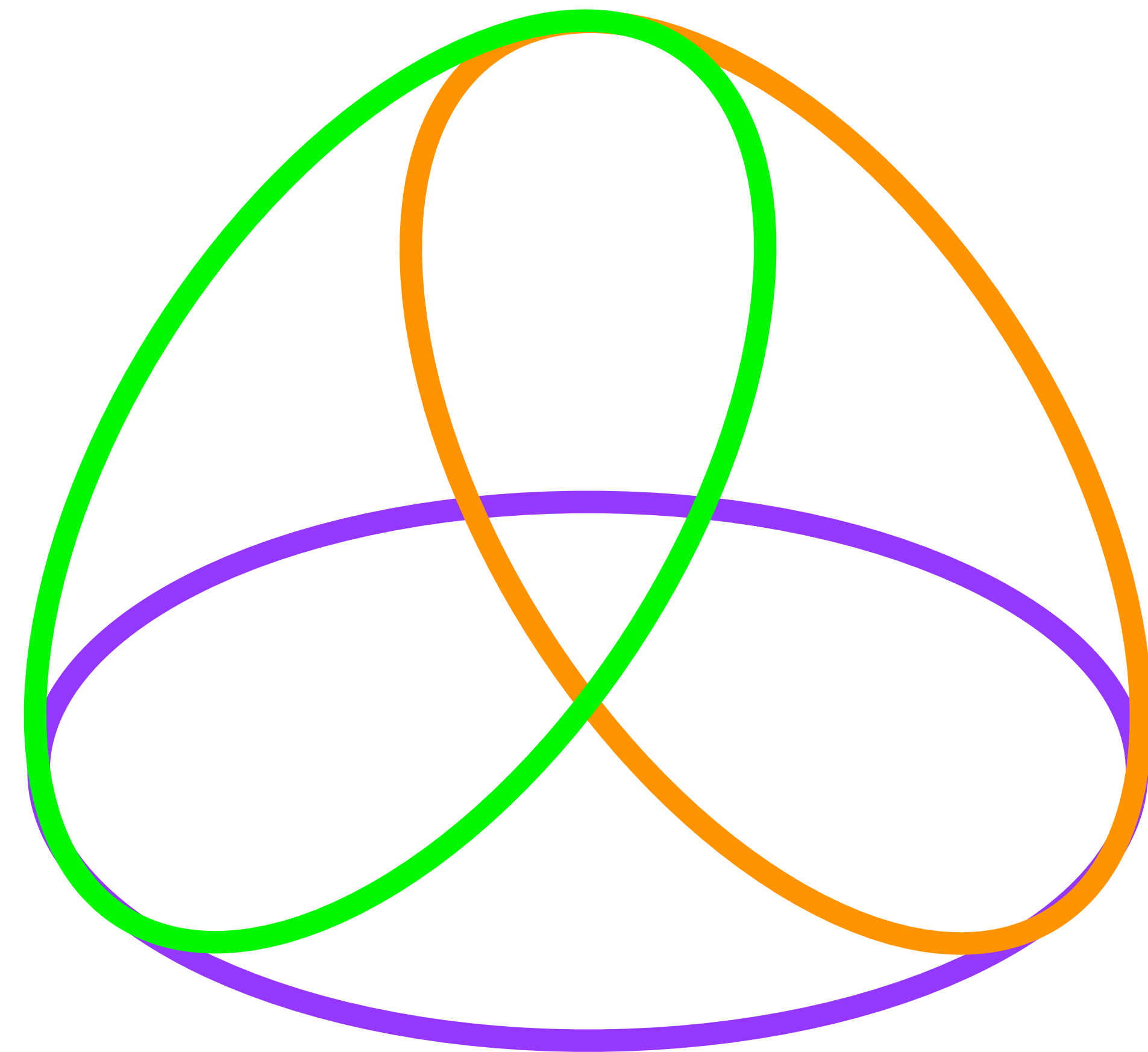
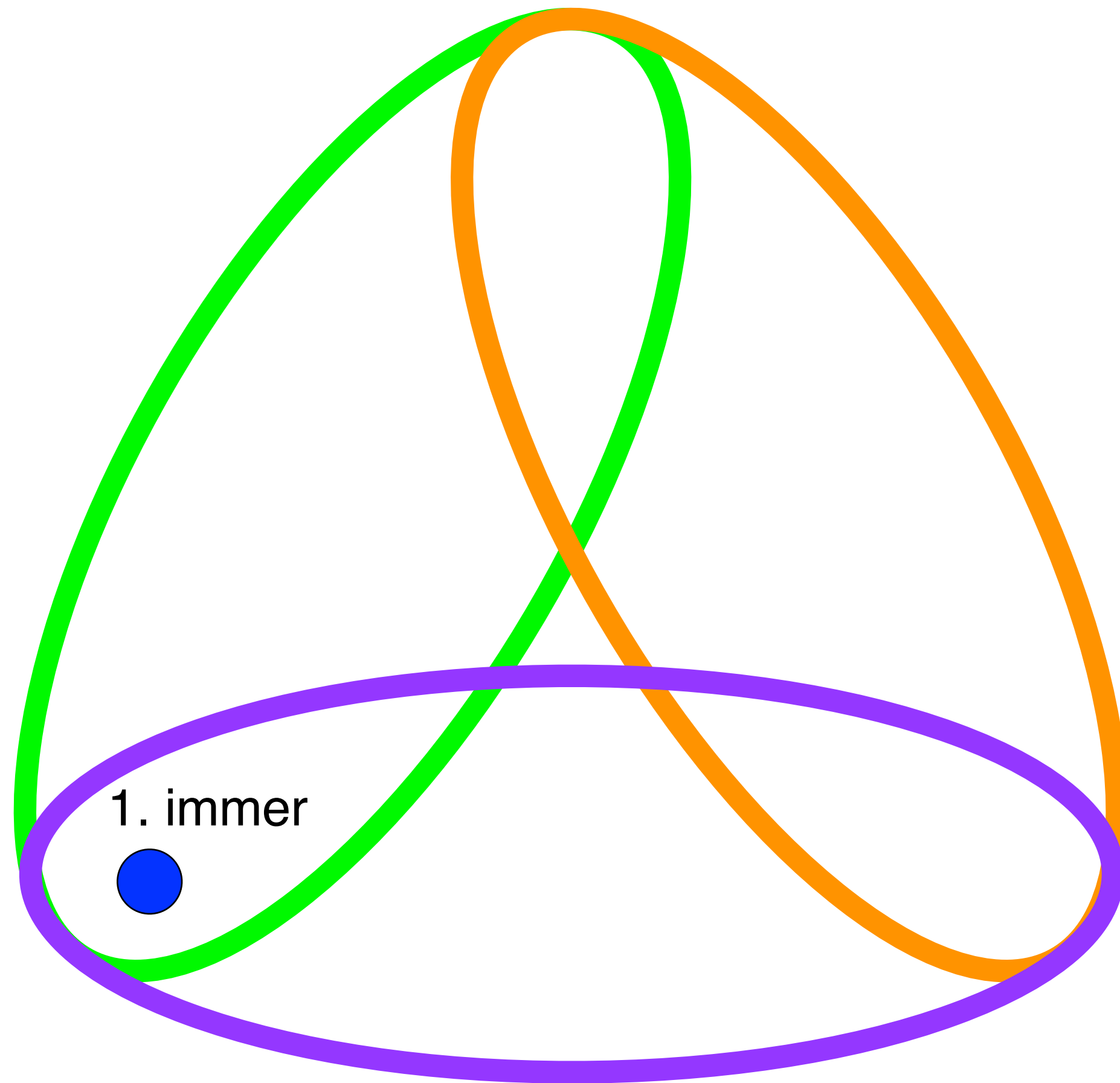
# Das Bild für Knapsack



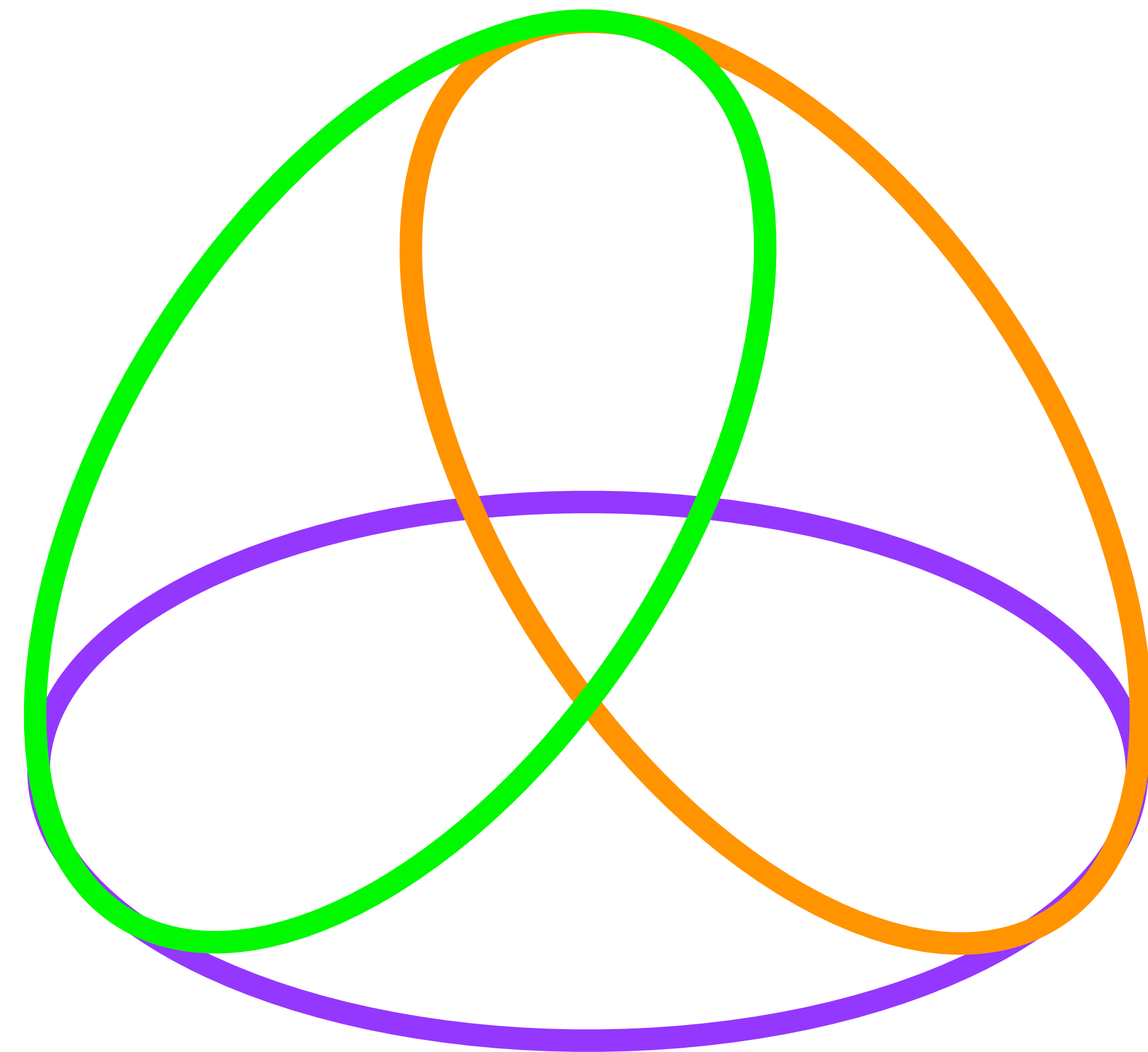
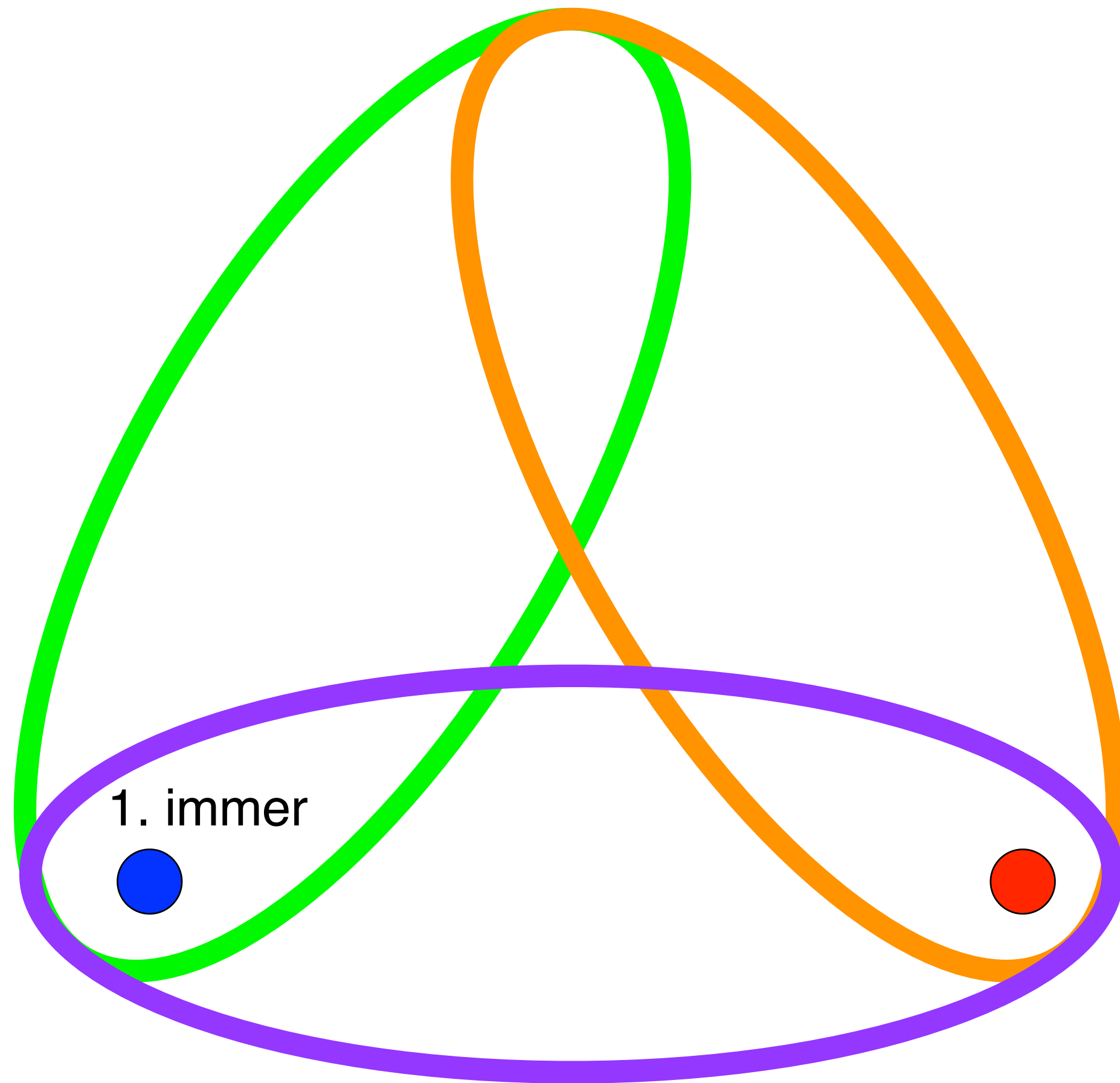
# Das Bild für Knapsack



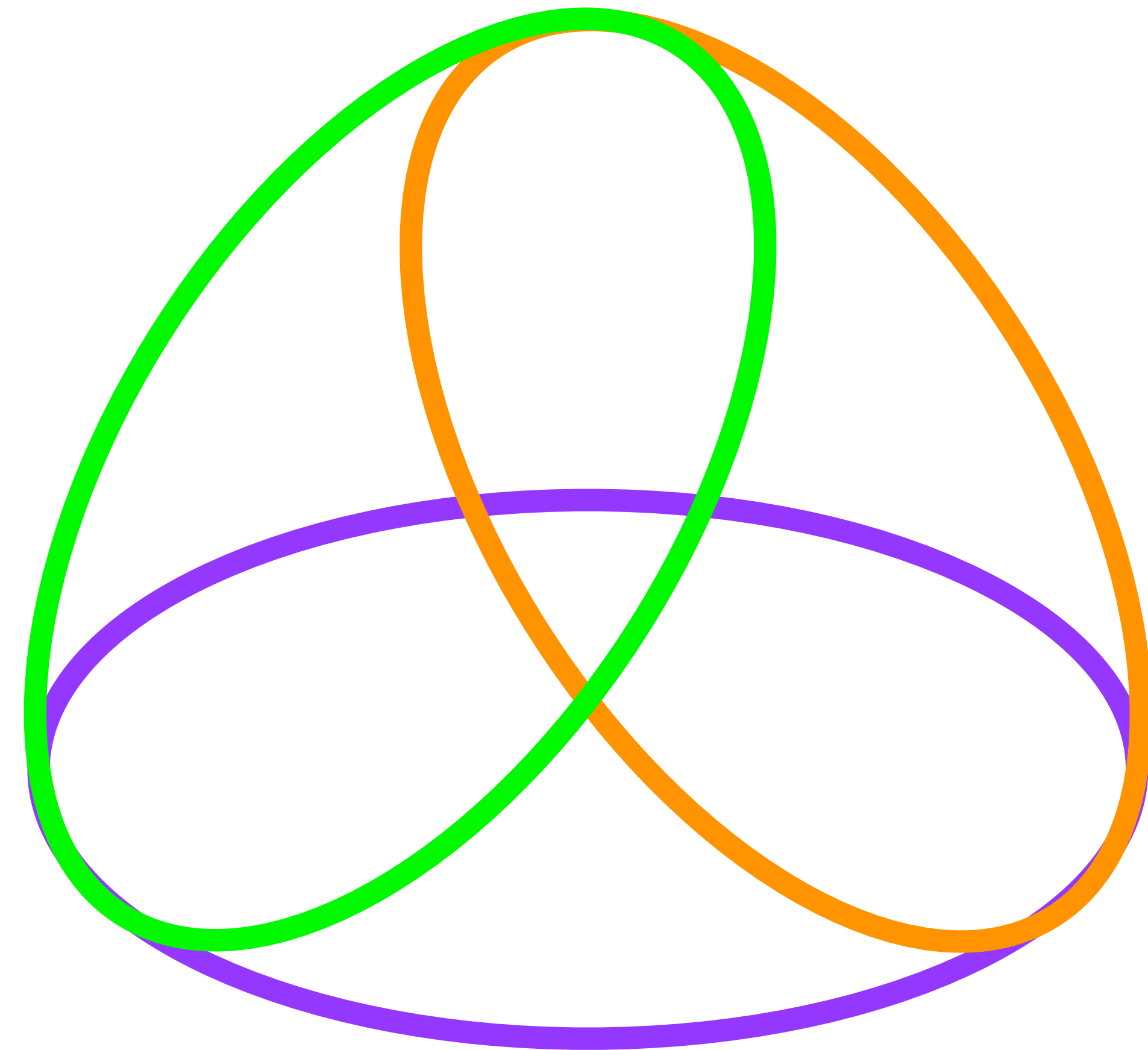
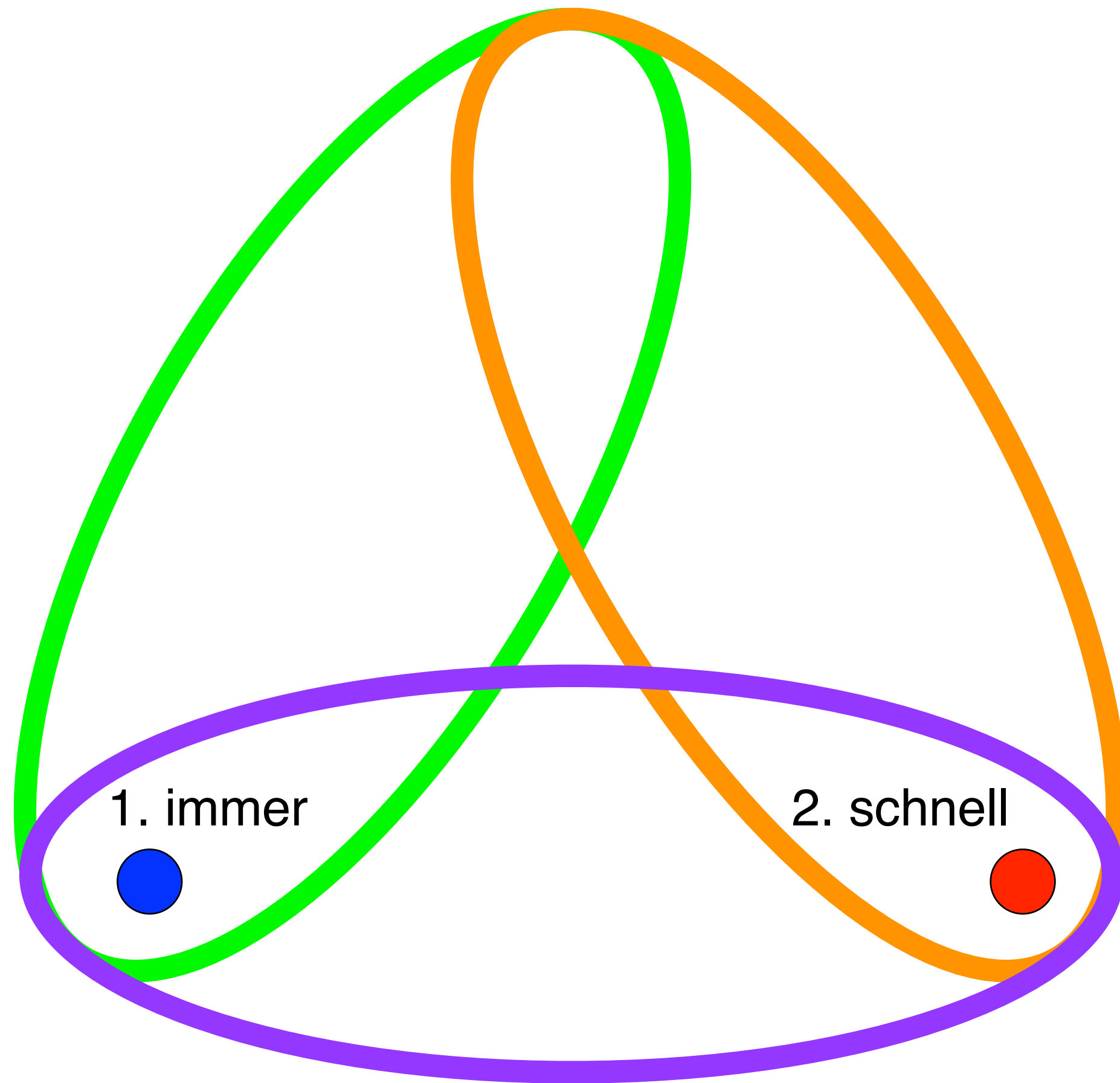
# Das Bild für Knapsack



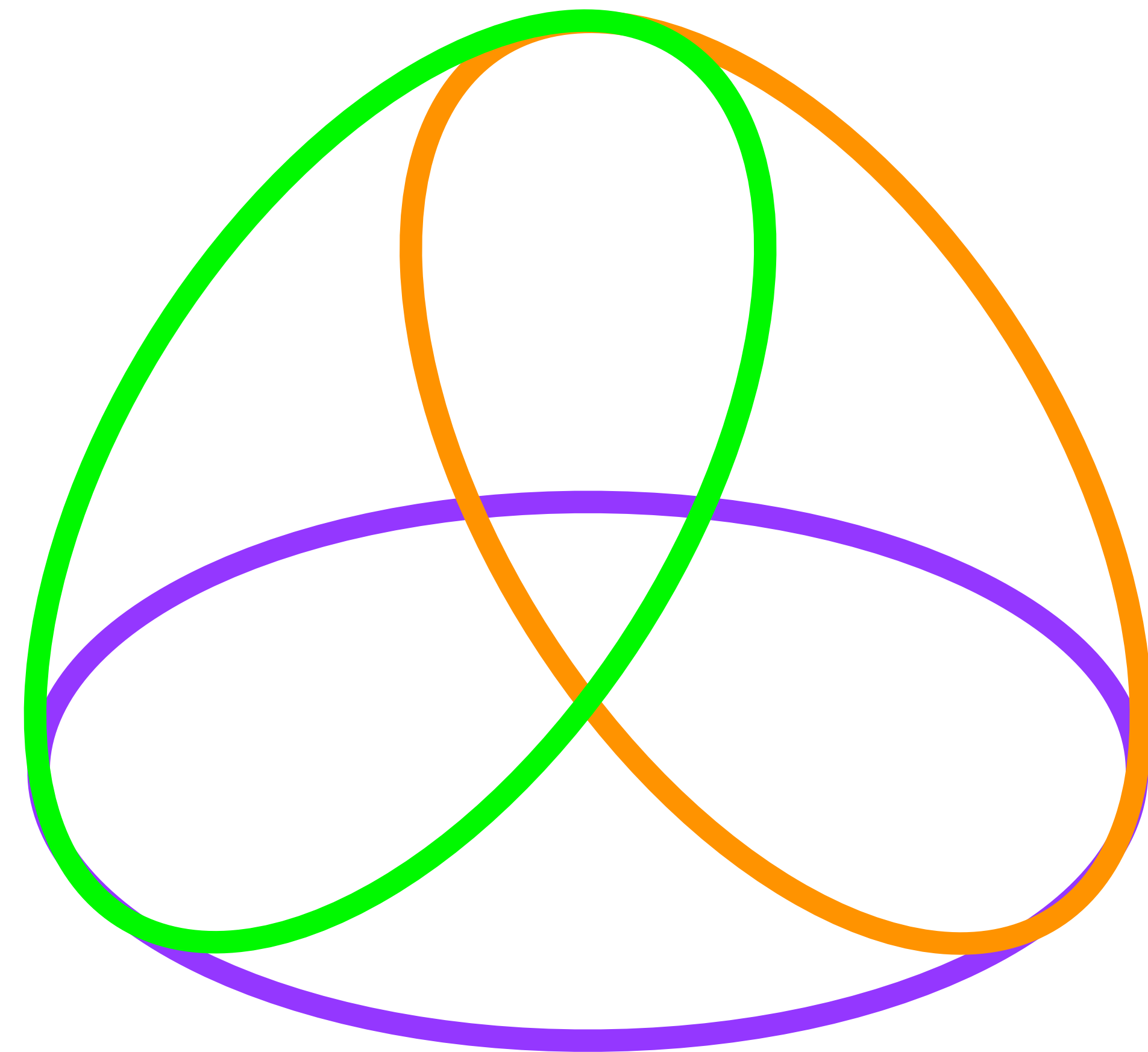
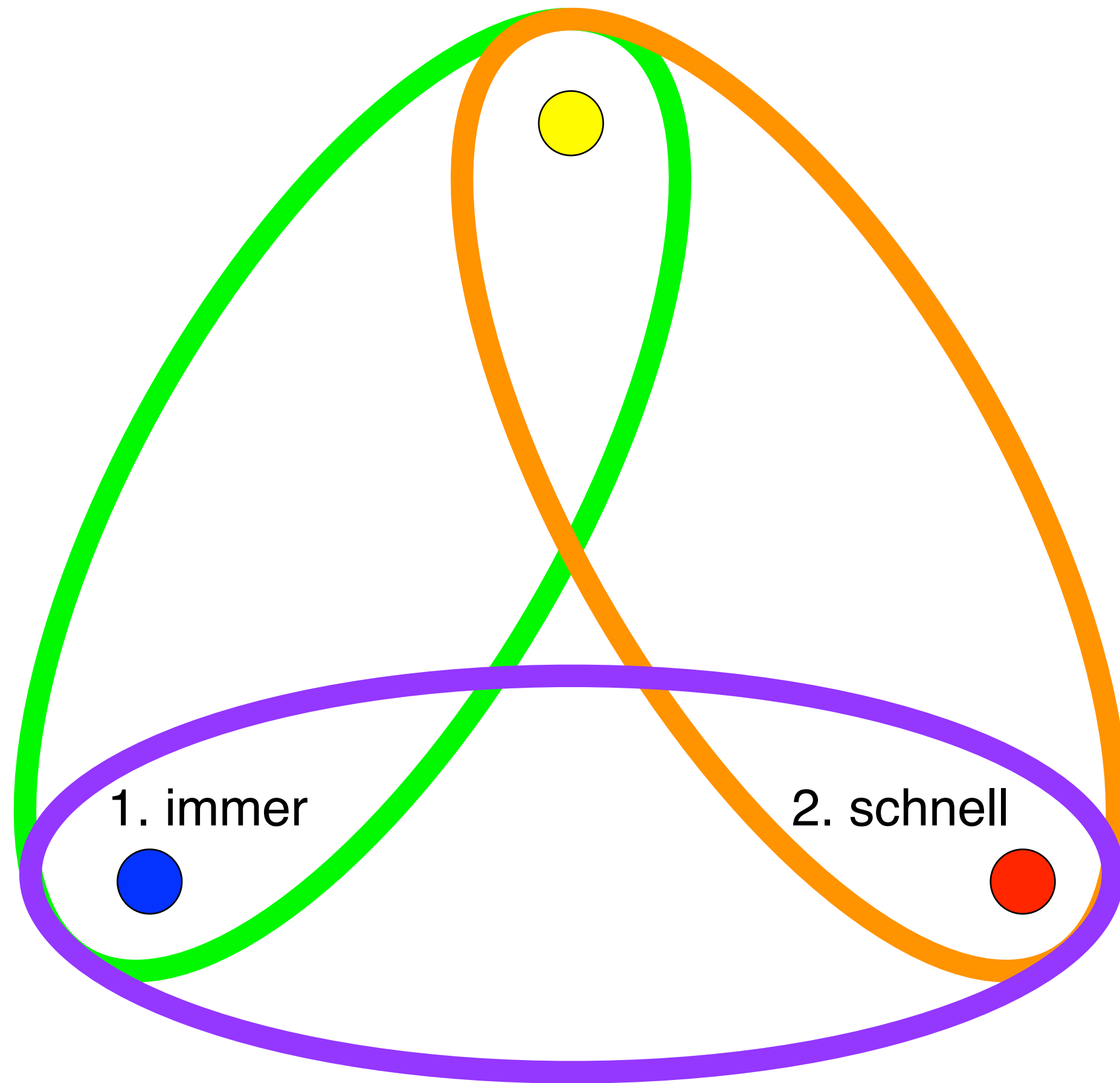
# Das Bild für Knapsack



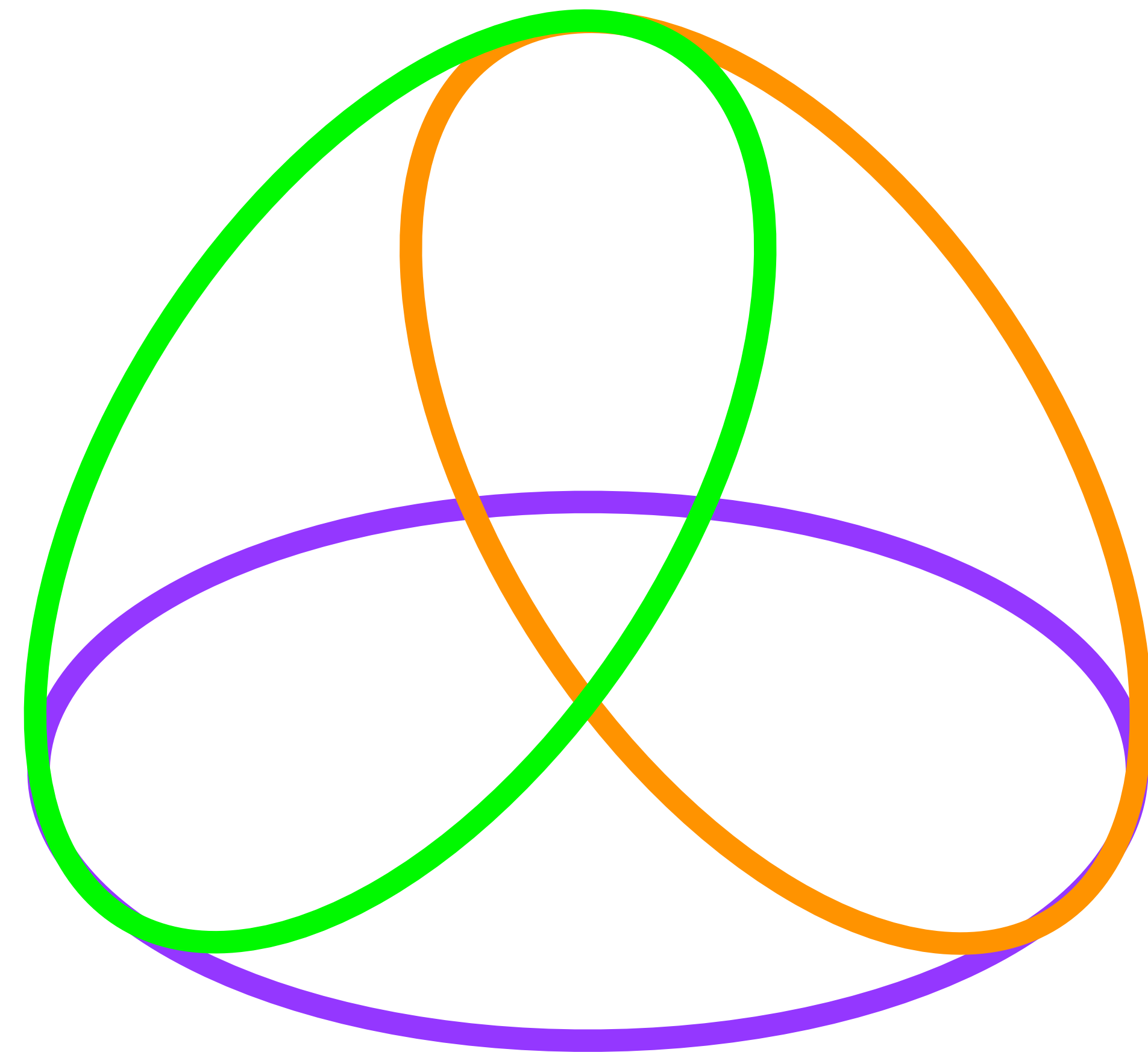
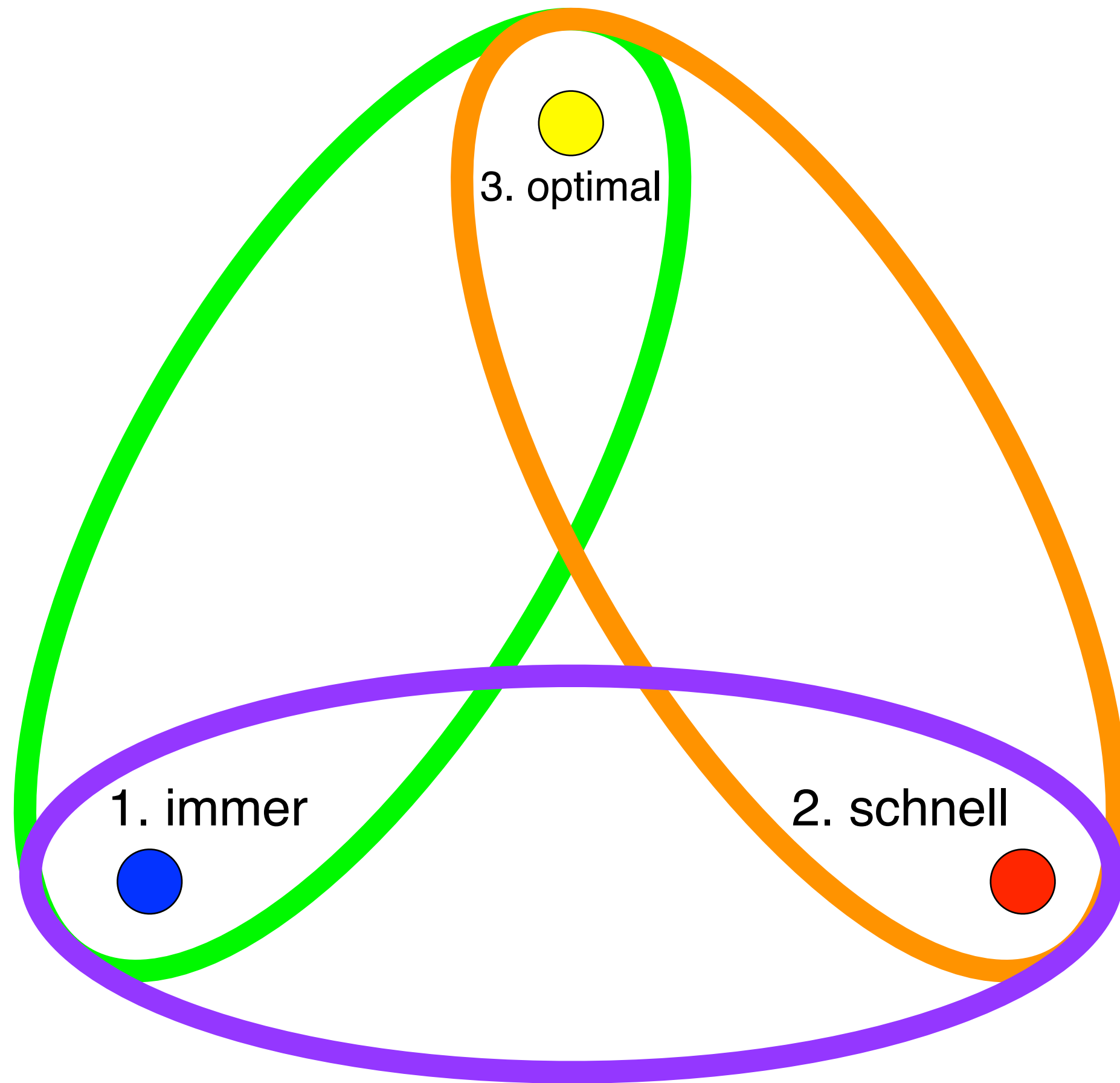
# Das Bild für Knapsack



# Das Bild für Knapsack

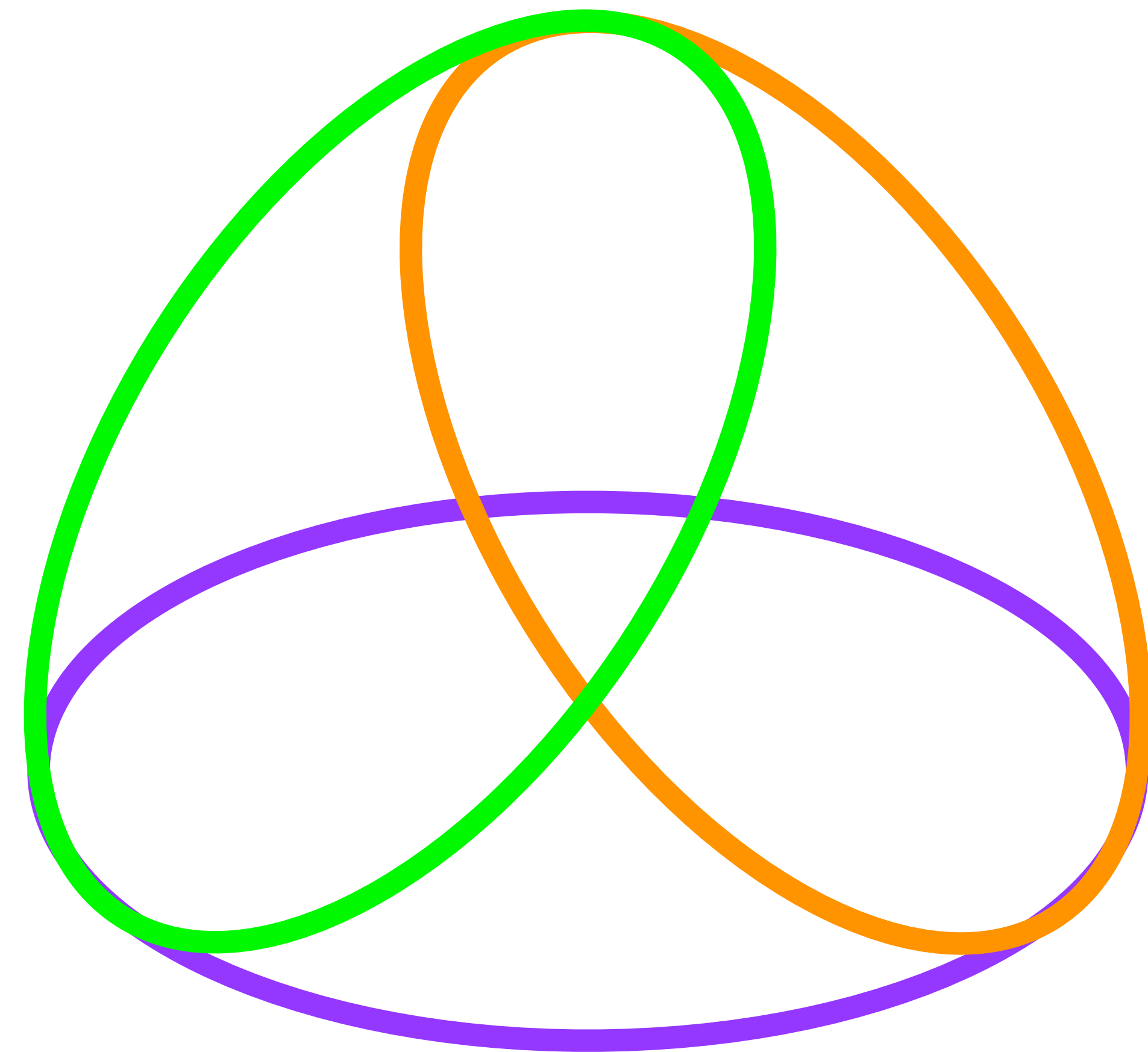
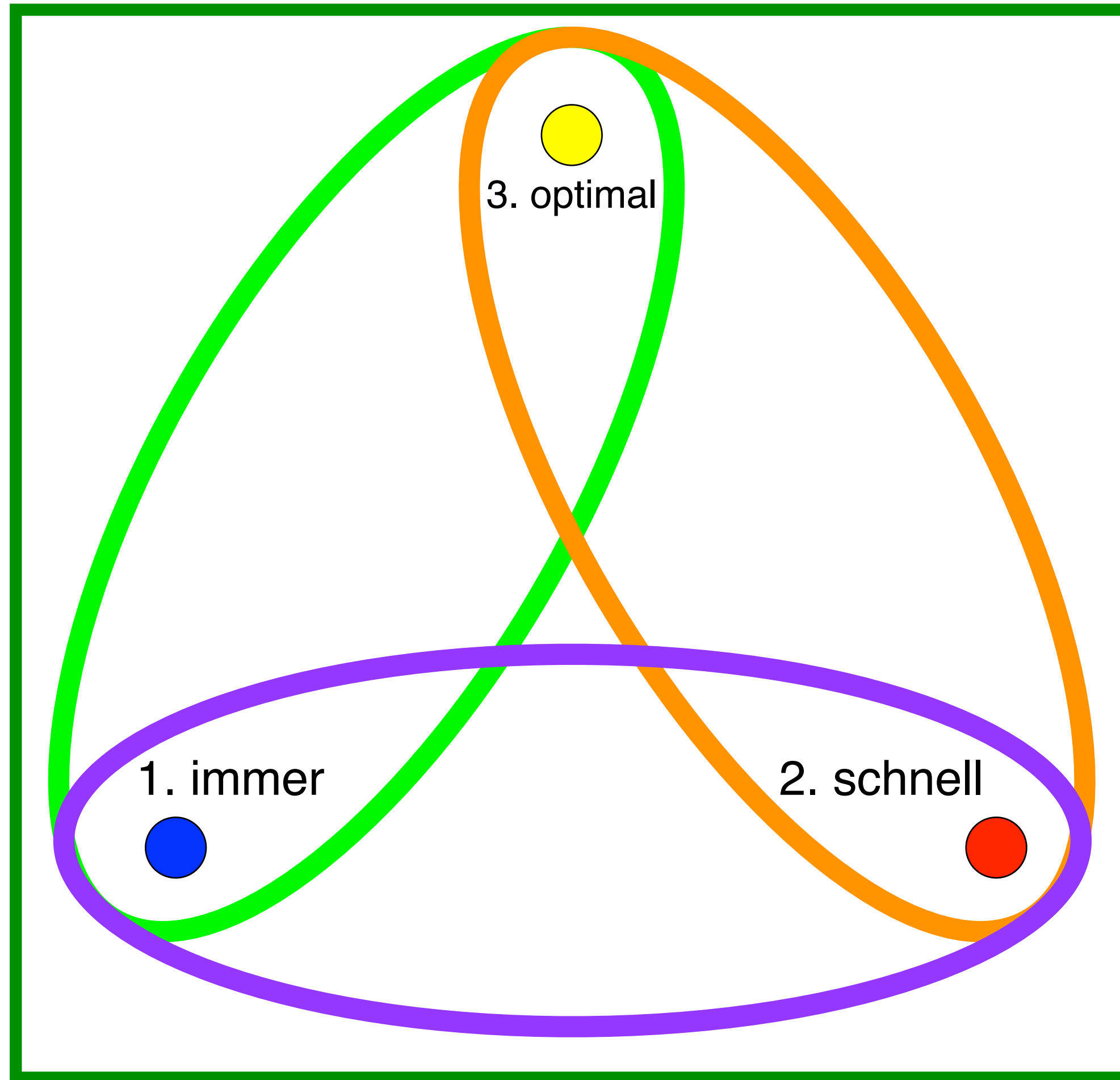


# Das Bild für Knapsack

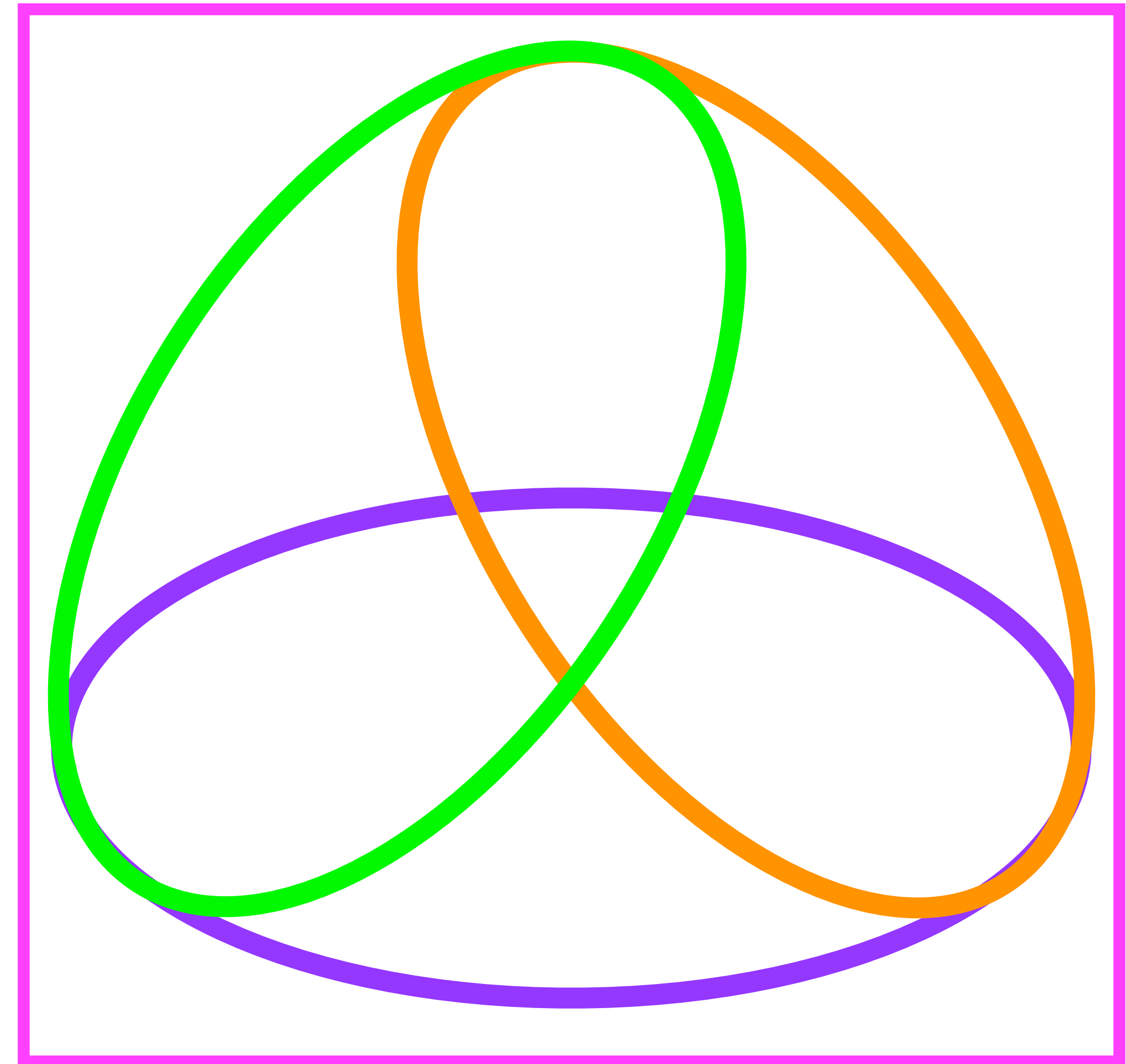
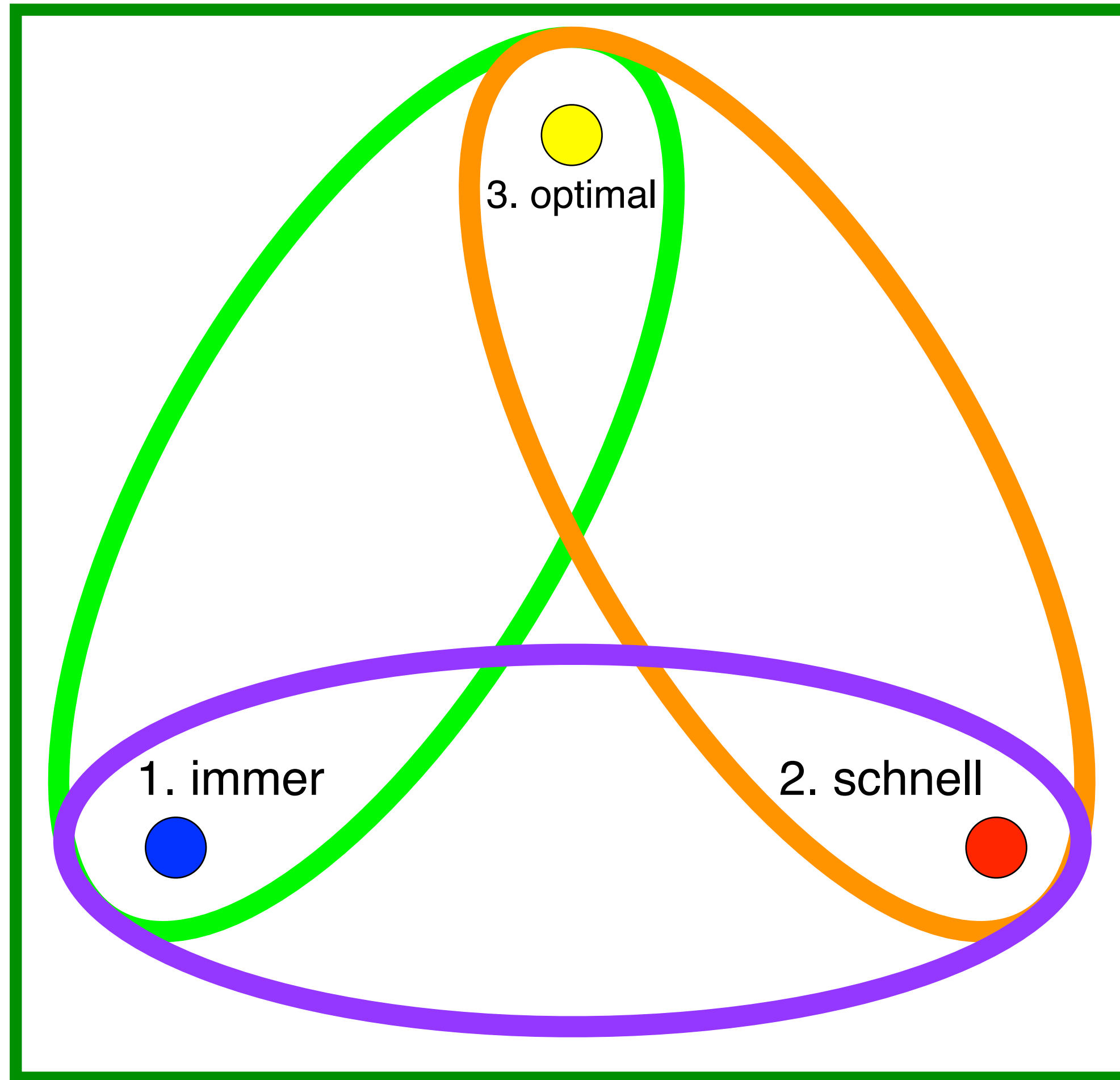




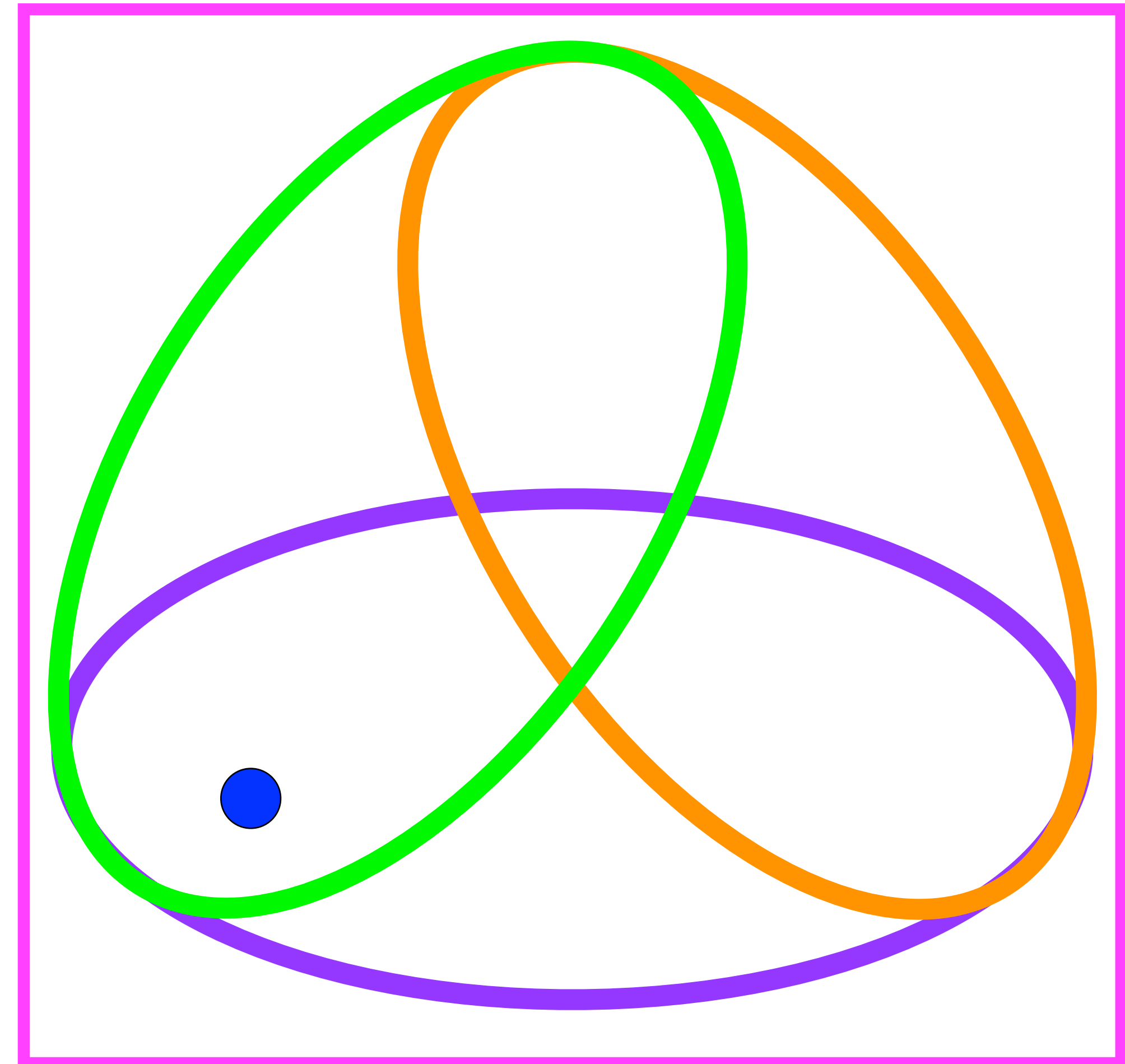
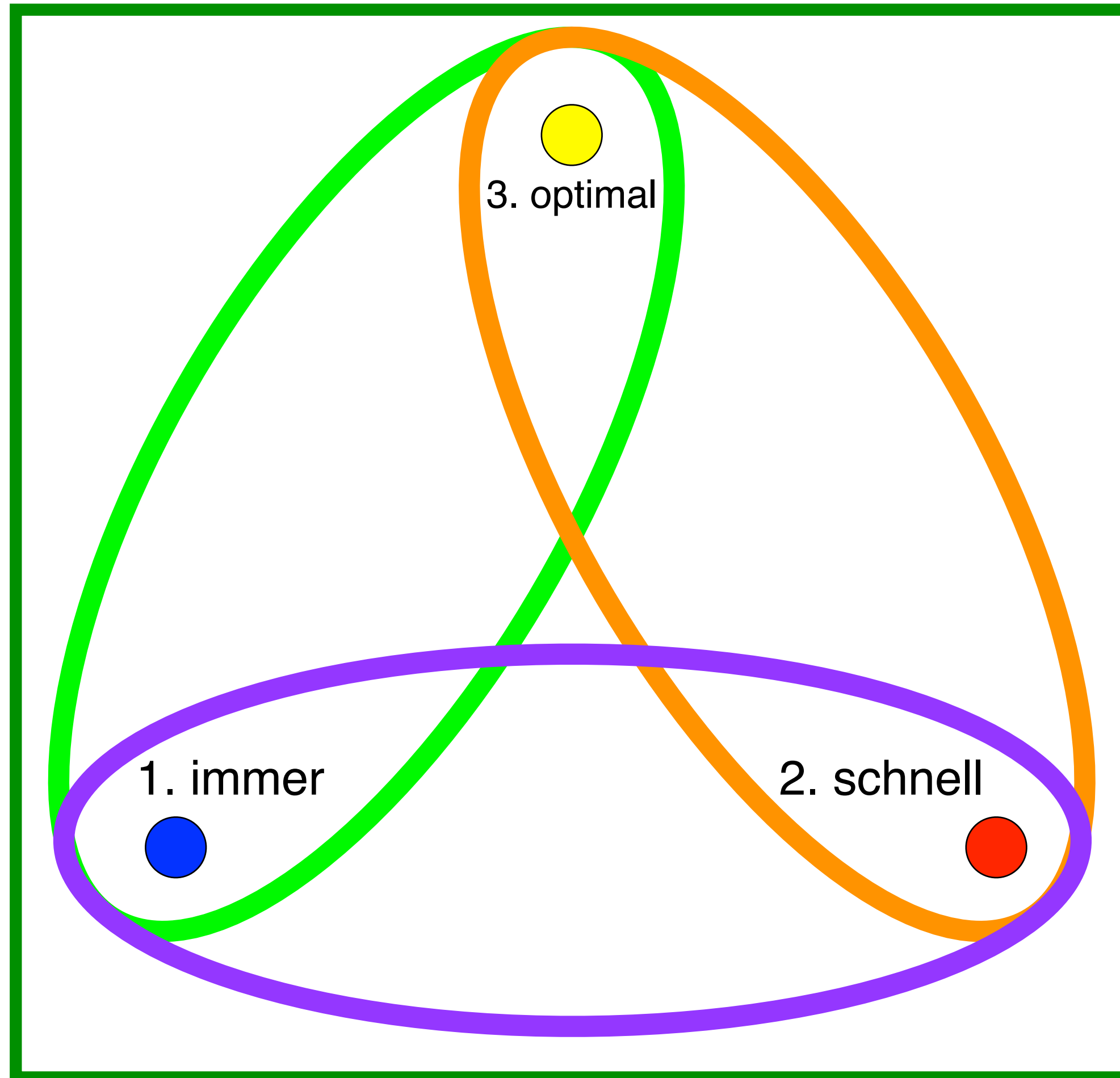
# Das Bild für Knapsack



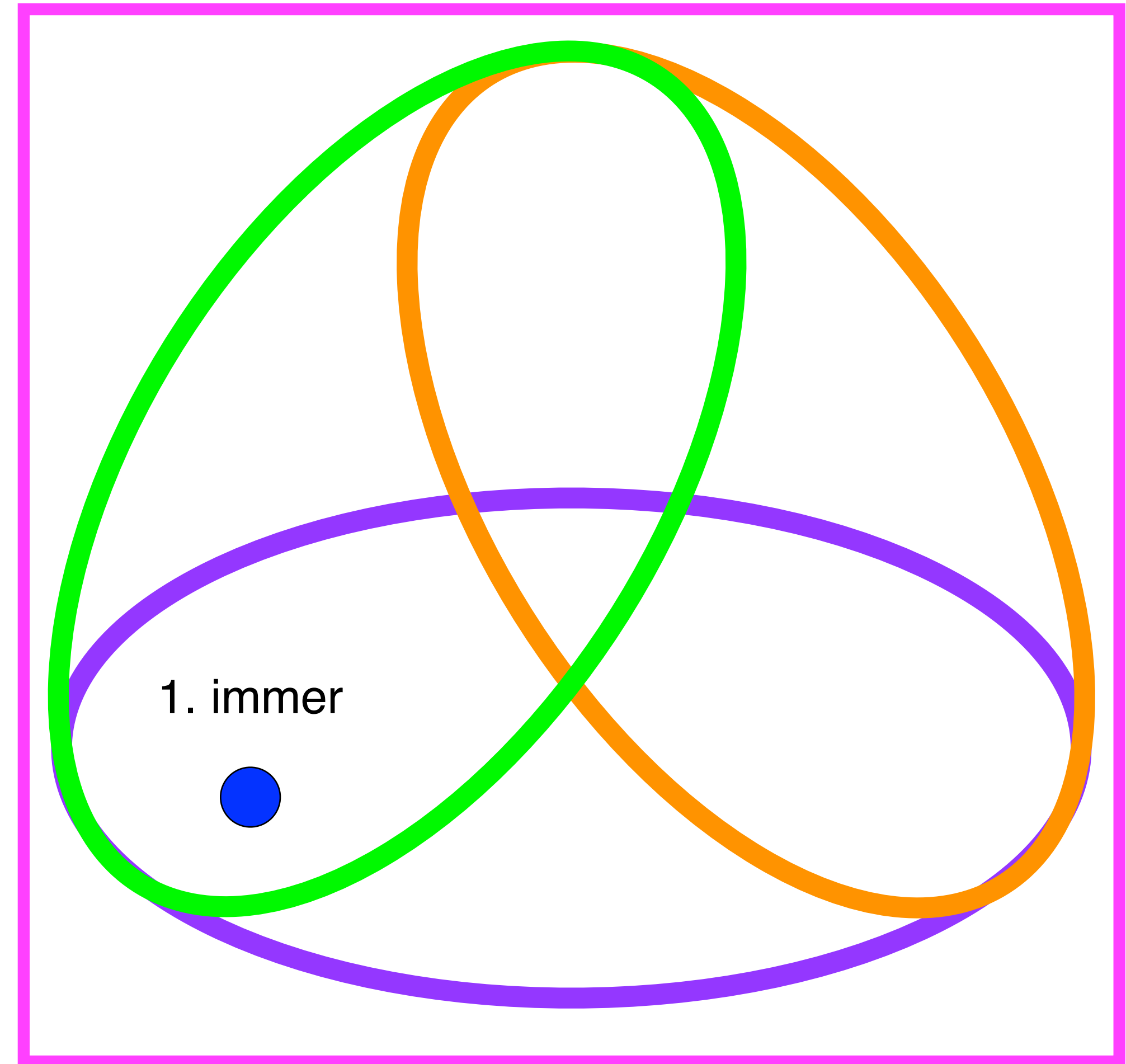
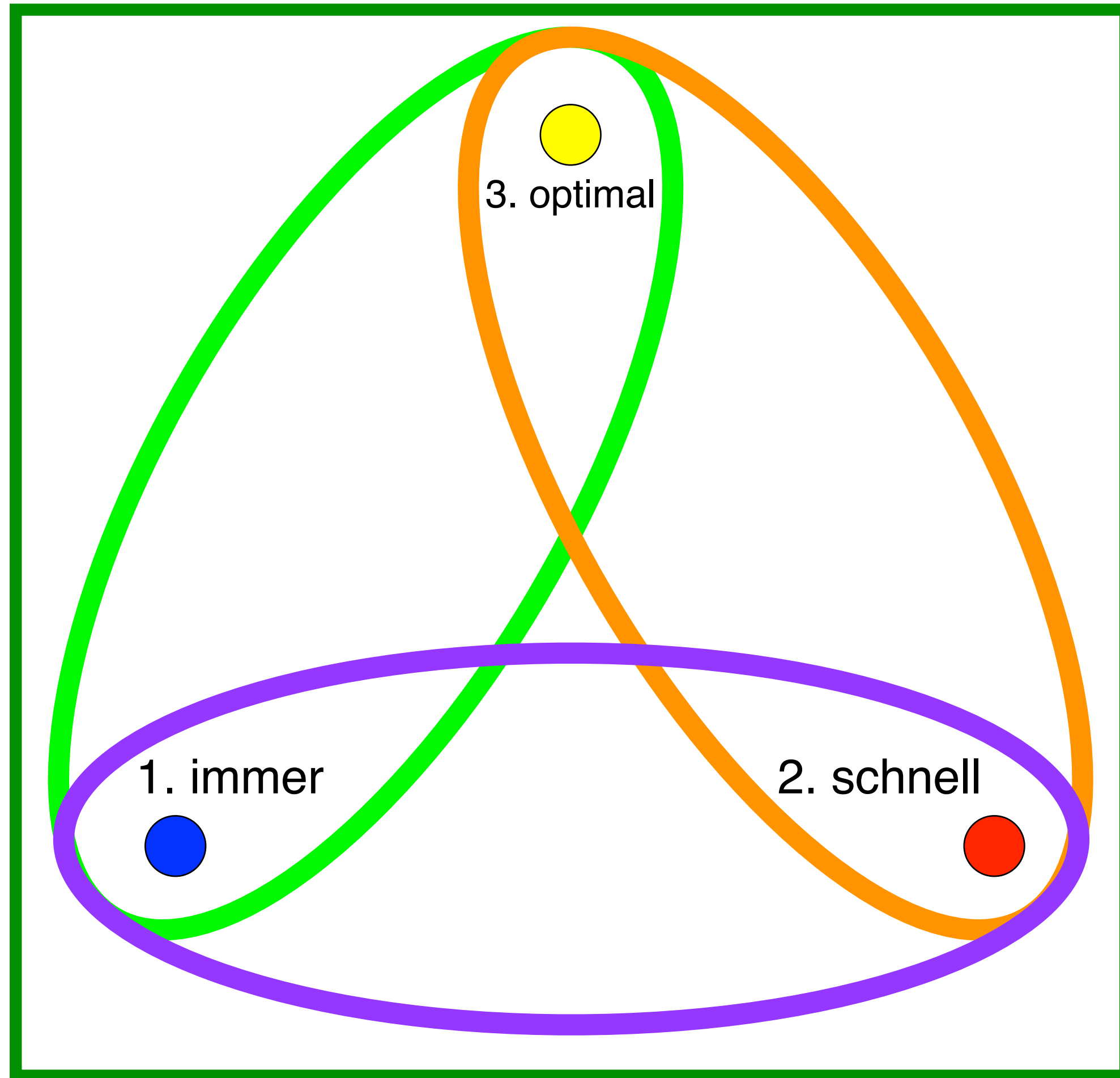
# Das Bild für Knapsack



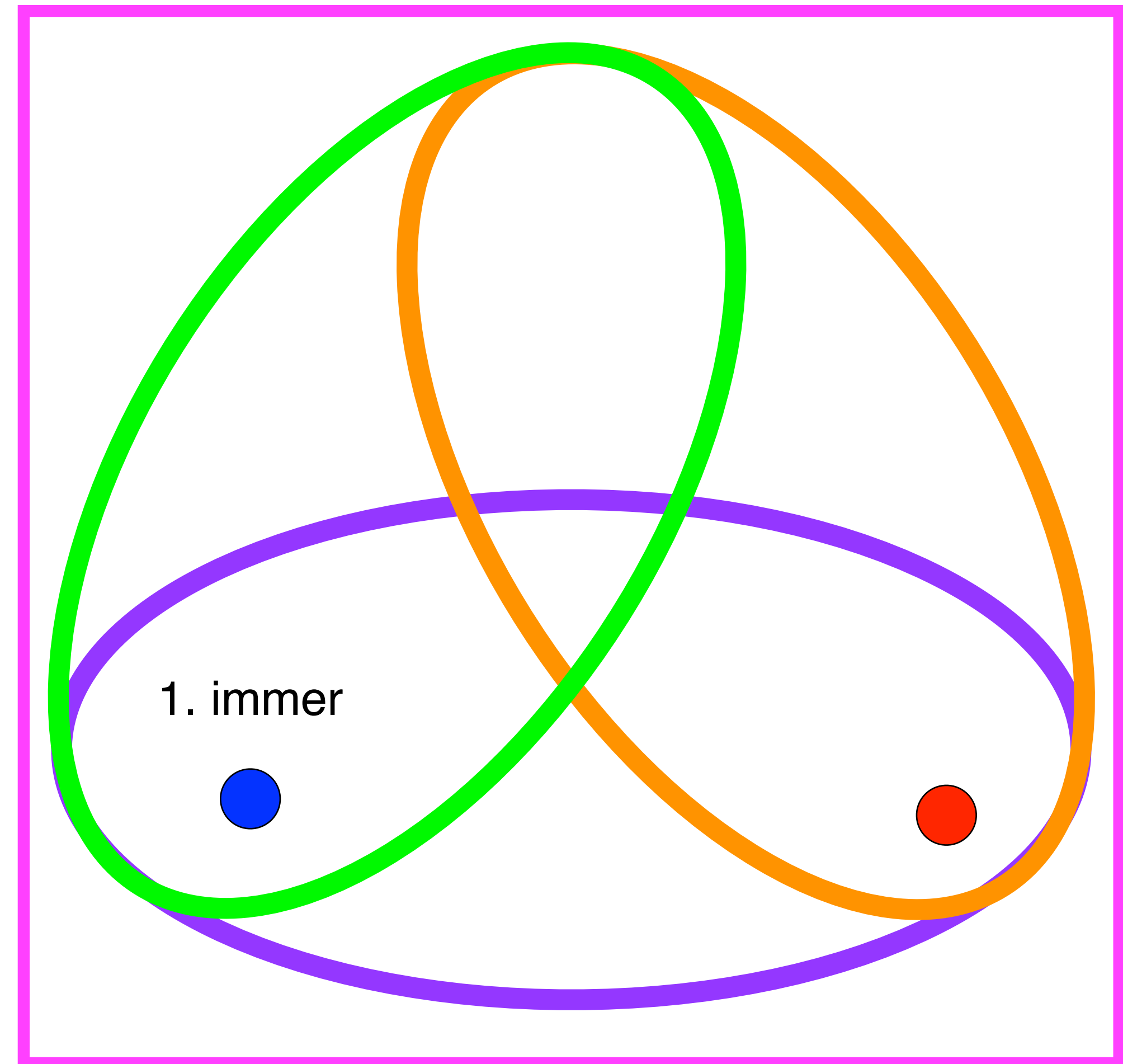
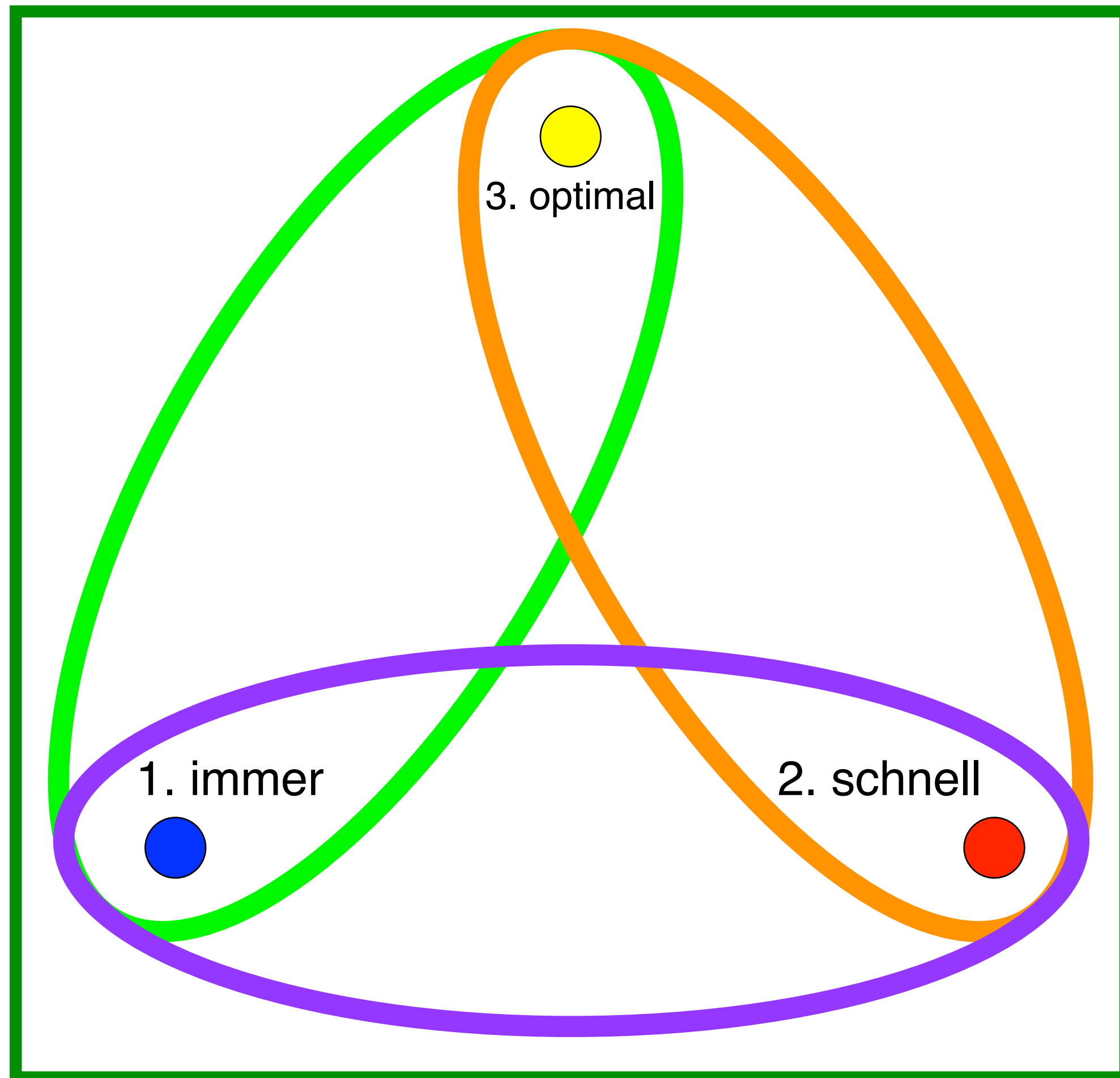
# Das Bild für Knapsack



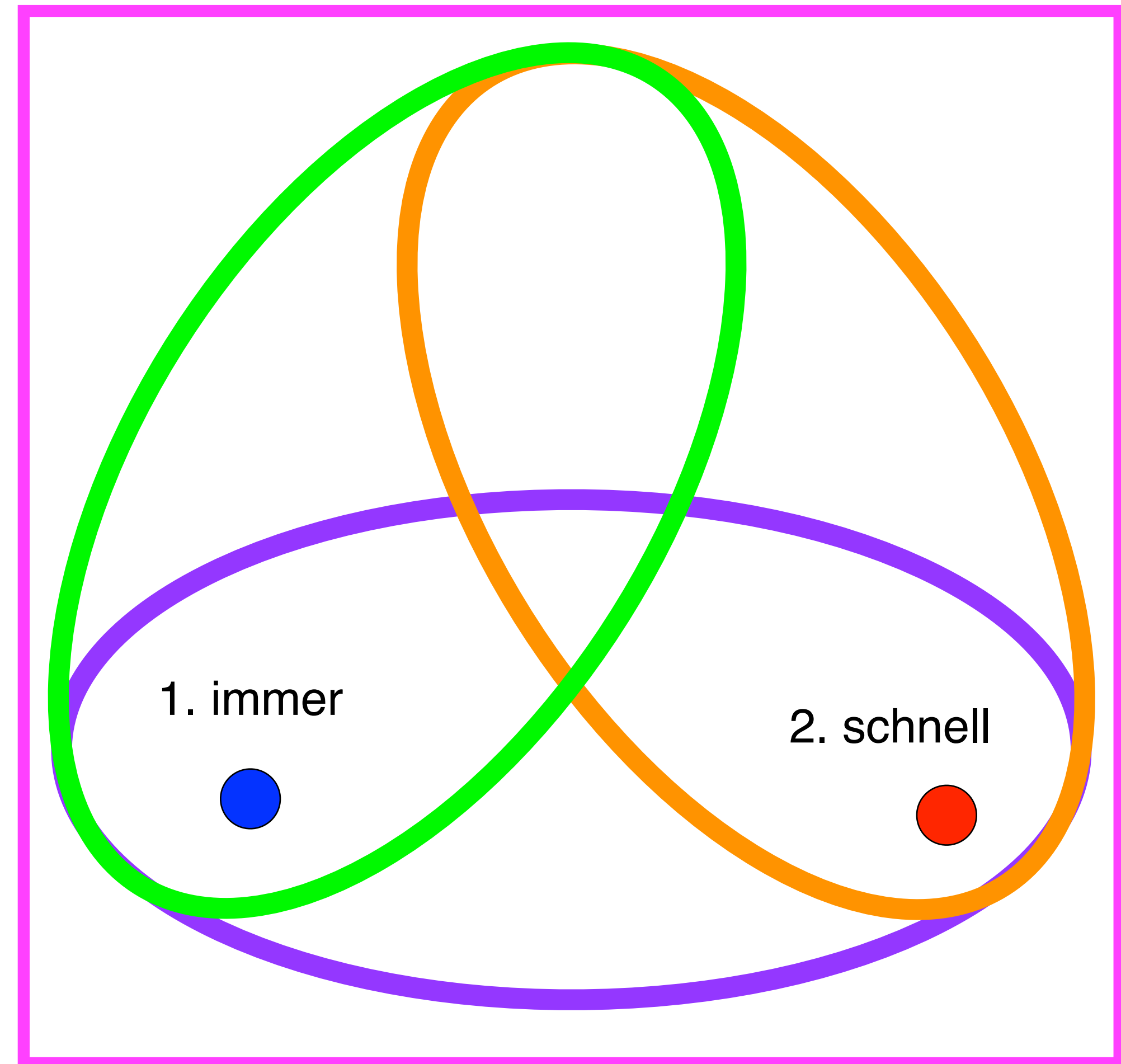
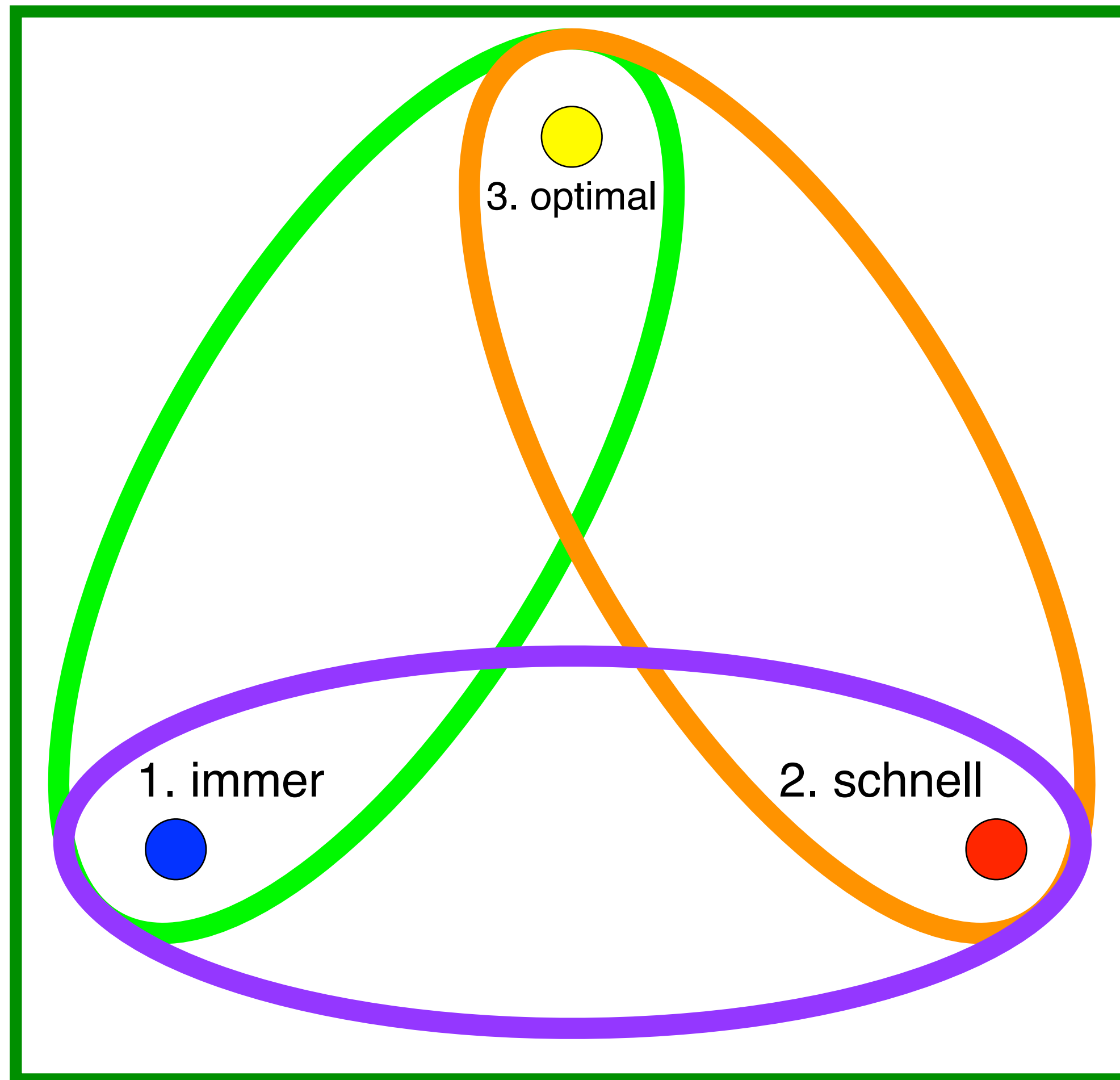
# Das Bild für Knapsack



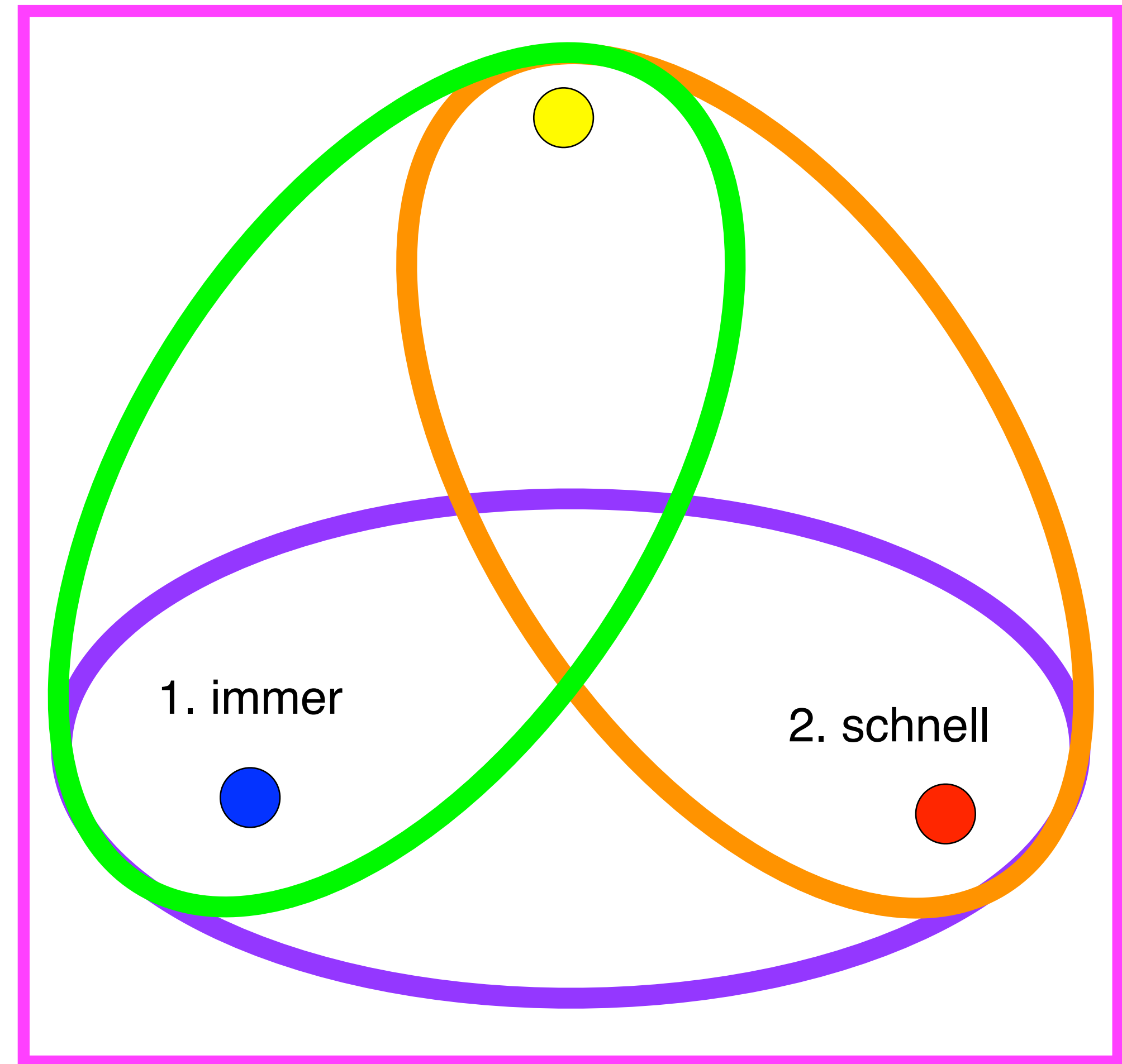
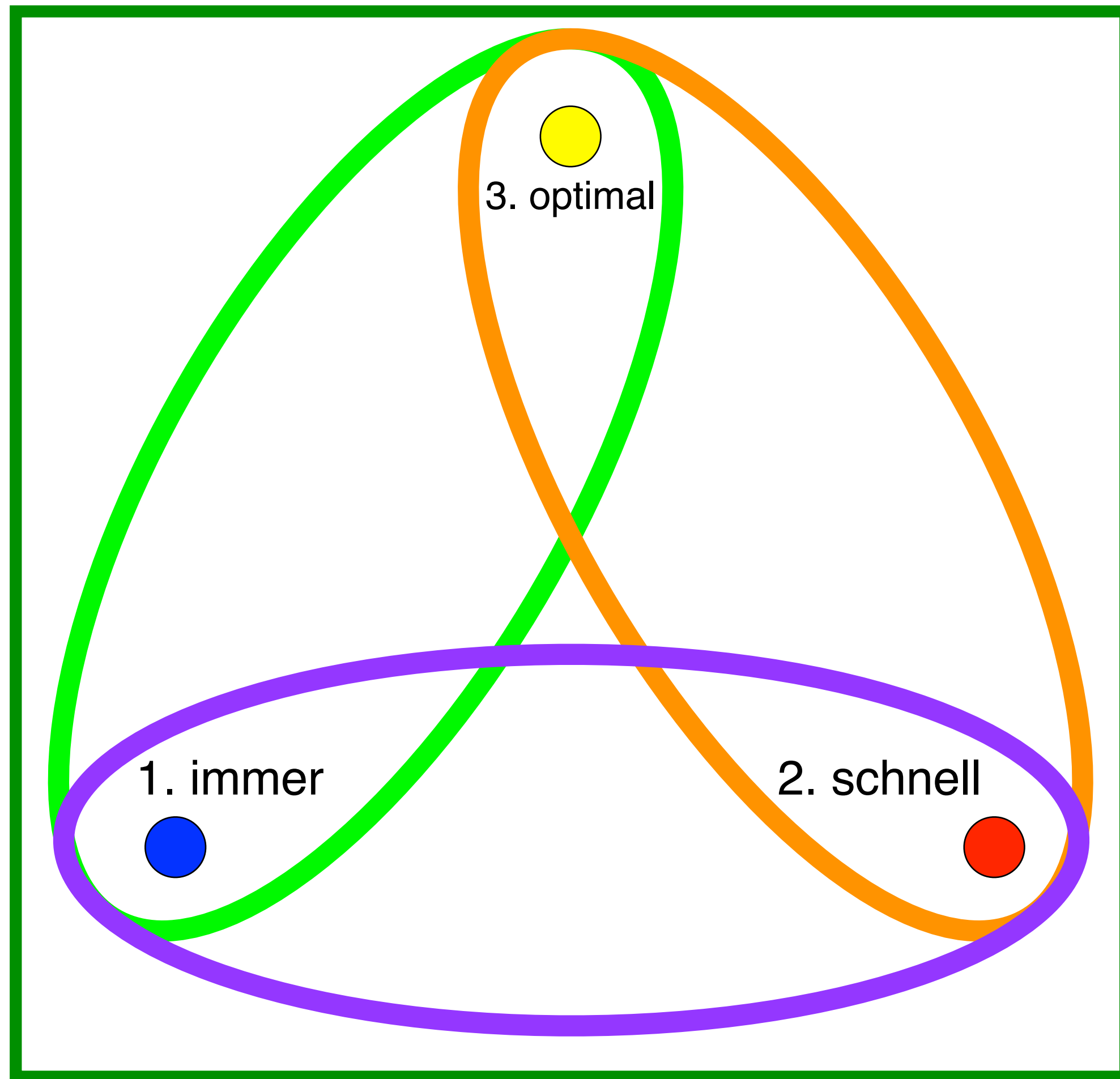
# Das Bild für Knapsack



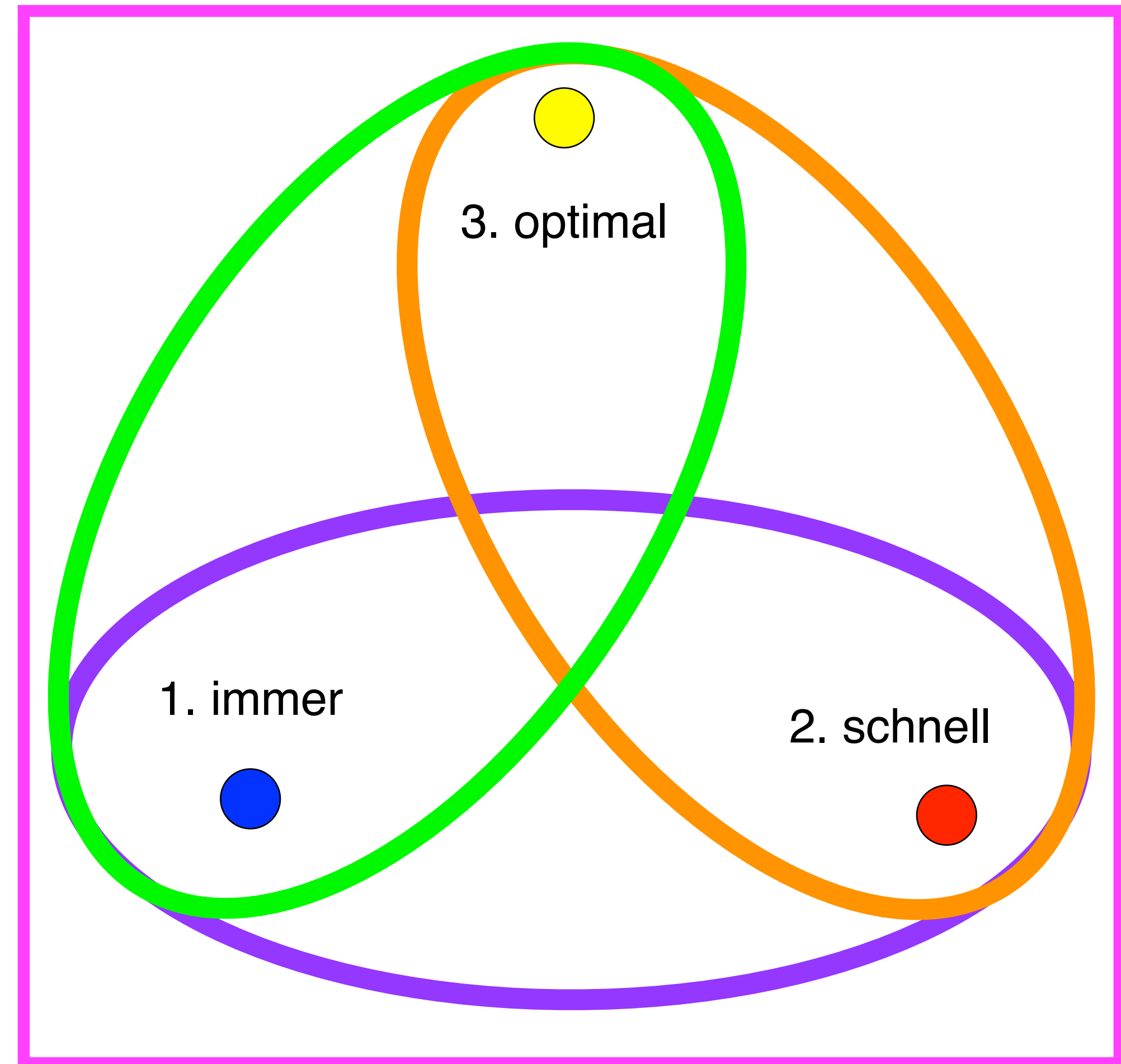
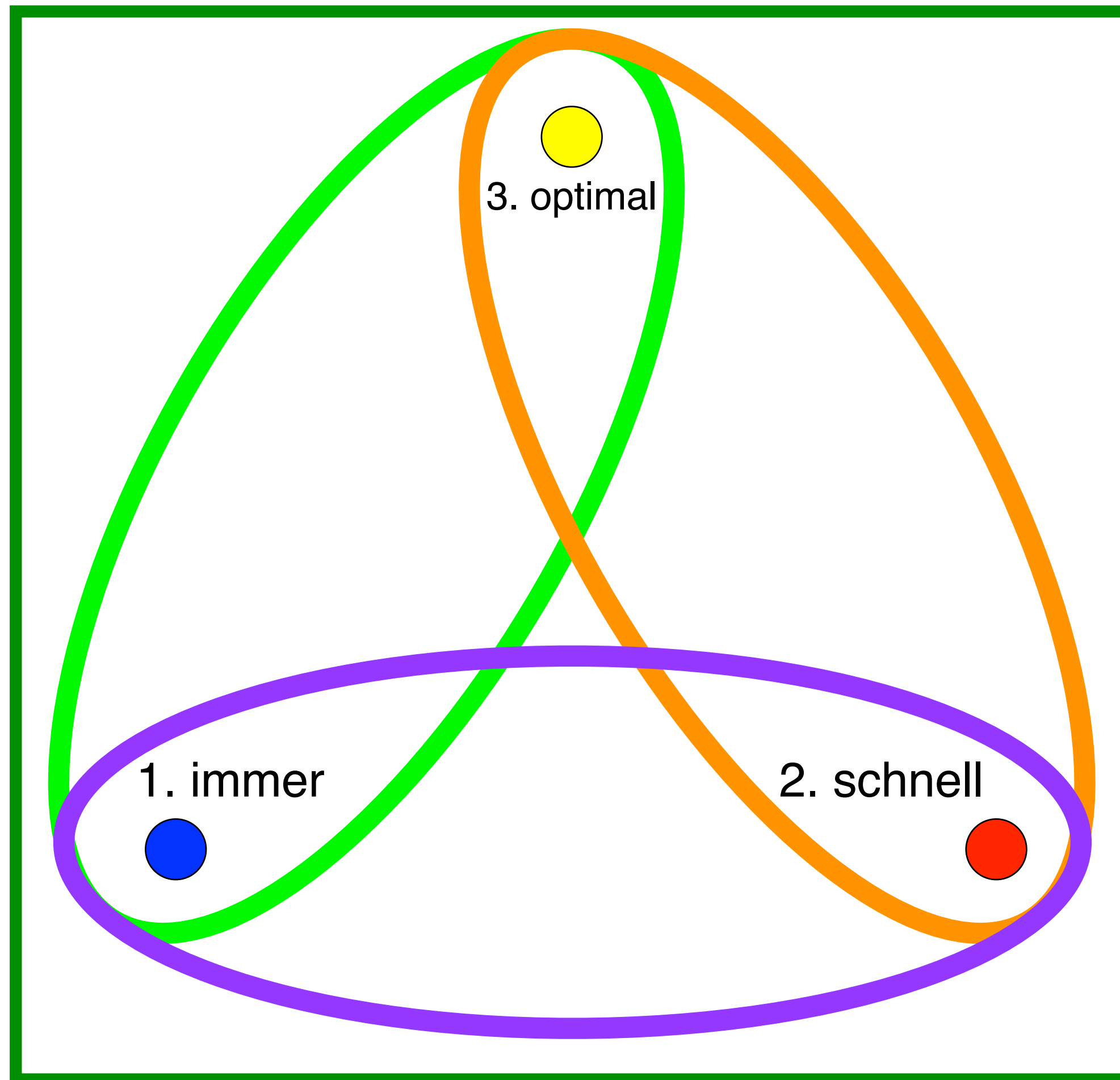
# Das Bild für Knapsack



# Das Bild für Knapsack

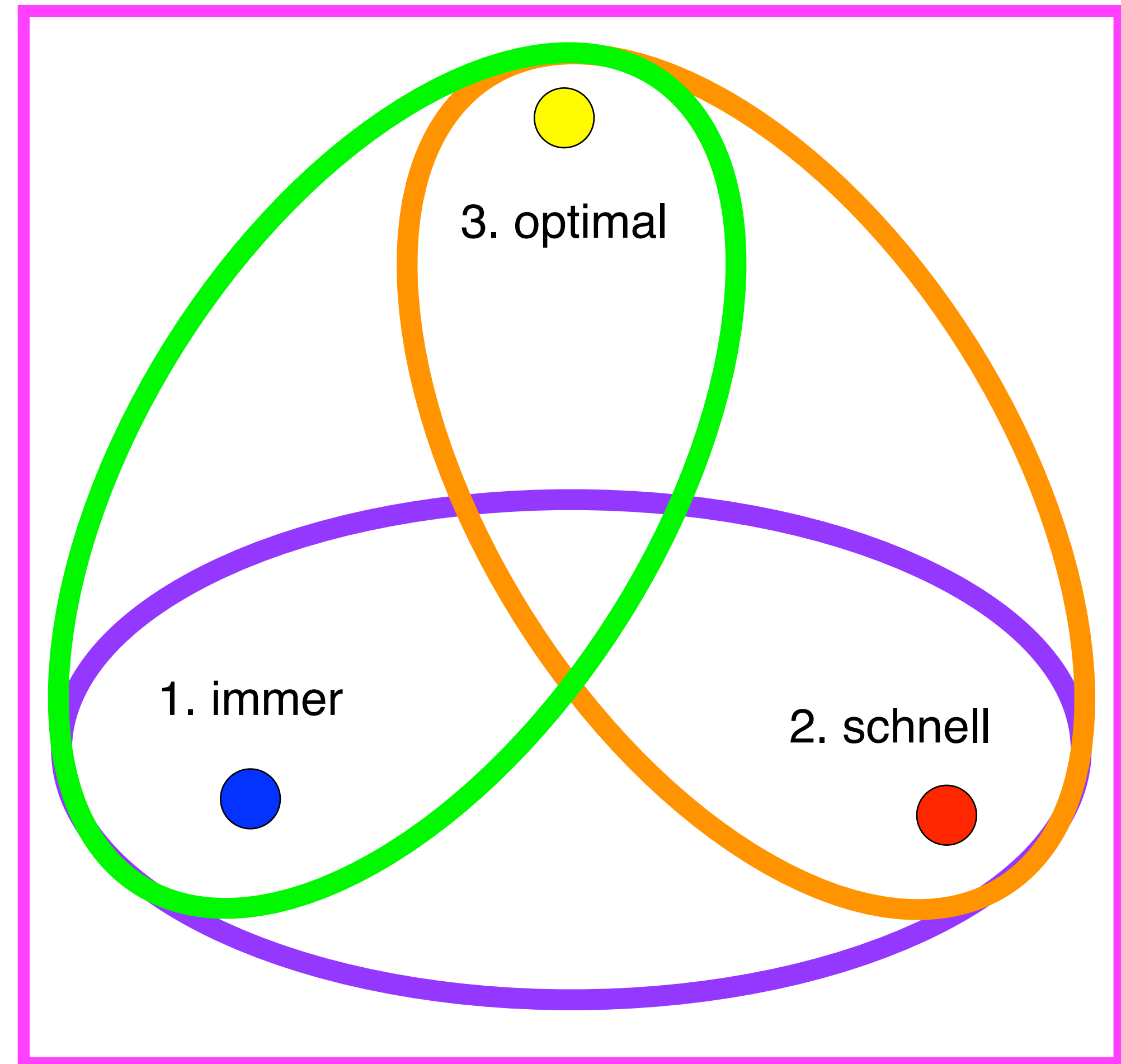
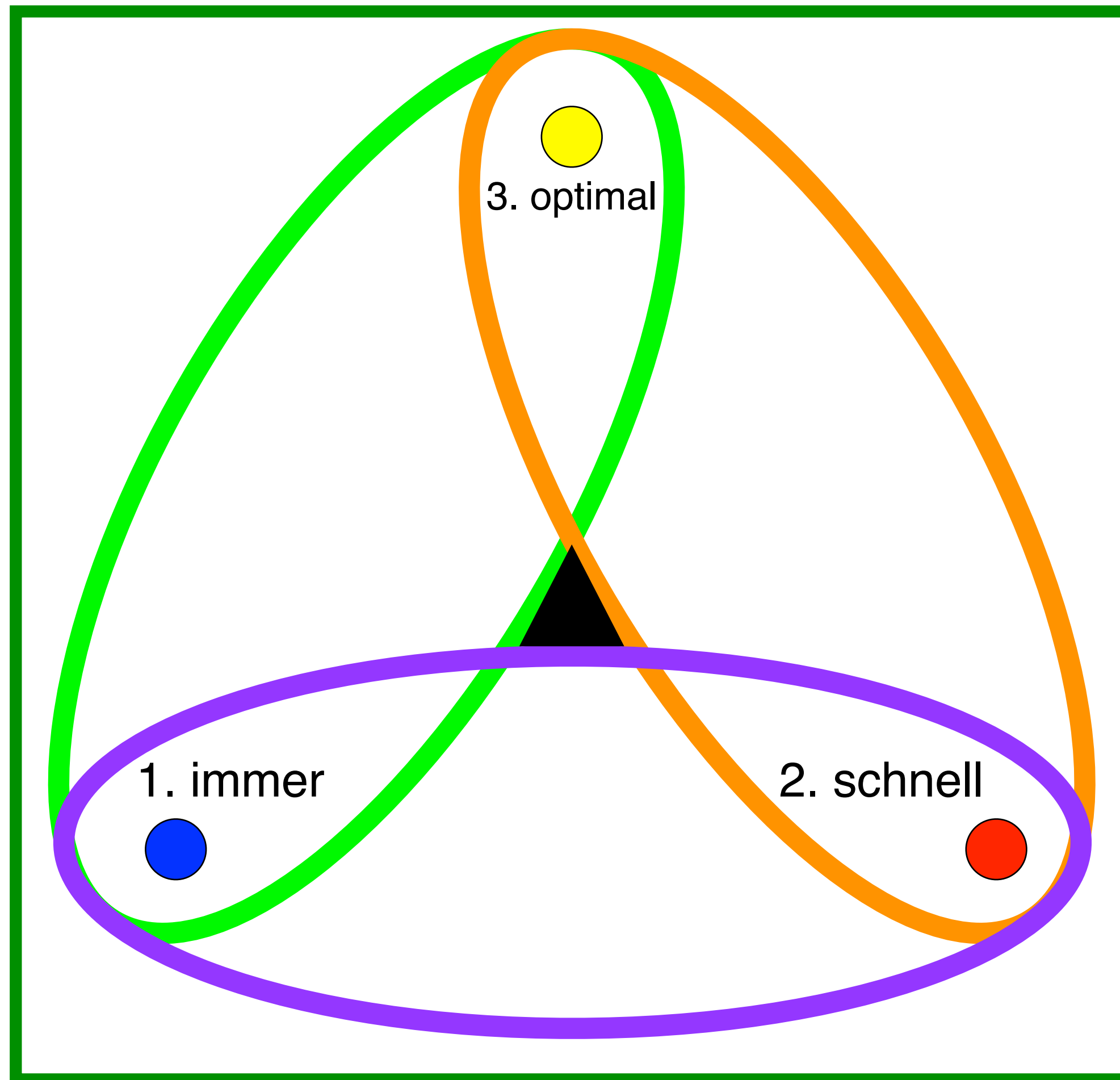


# Das Bild für Knapsack

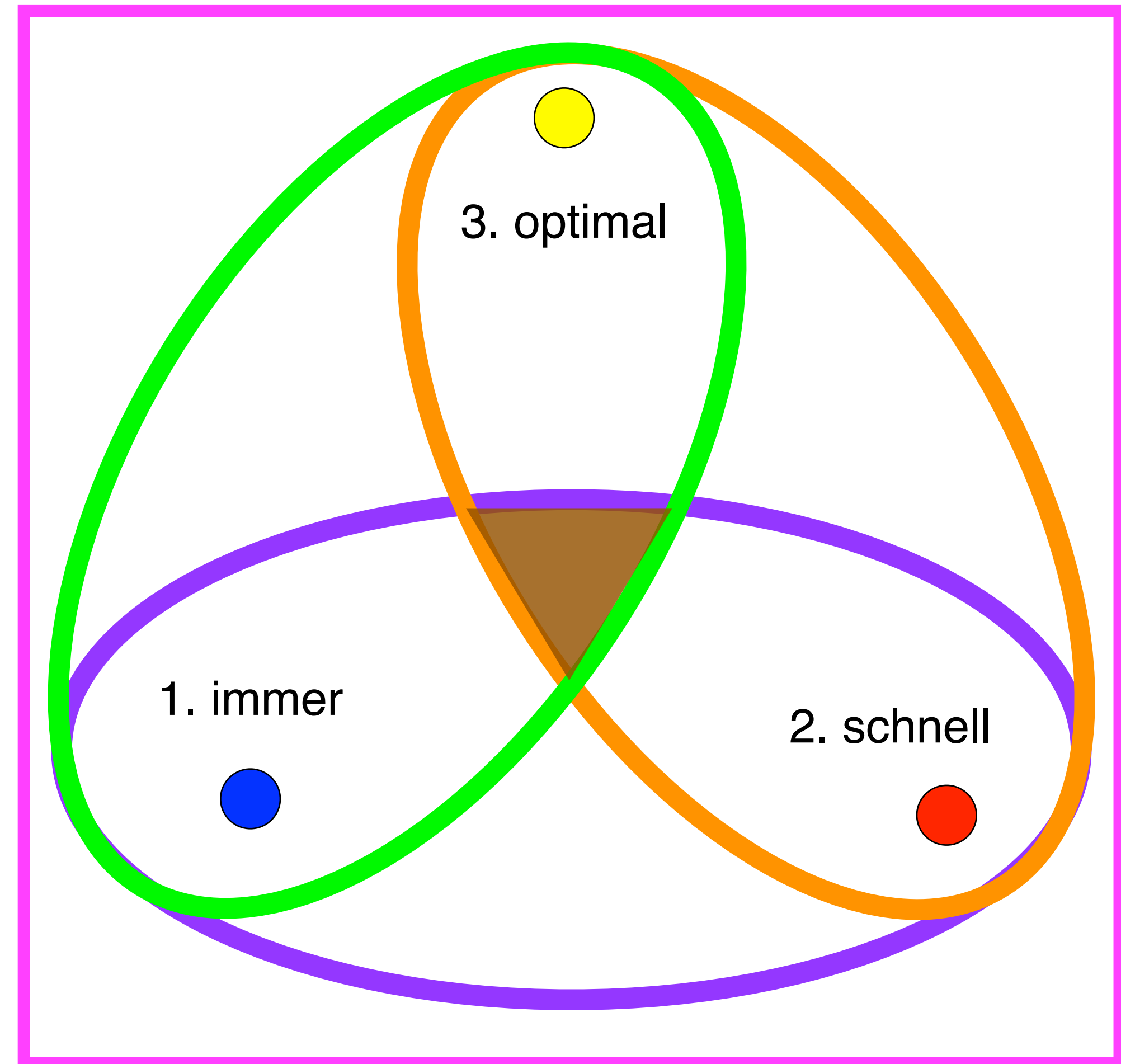
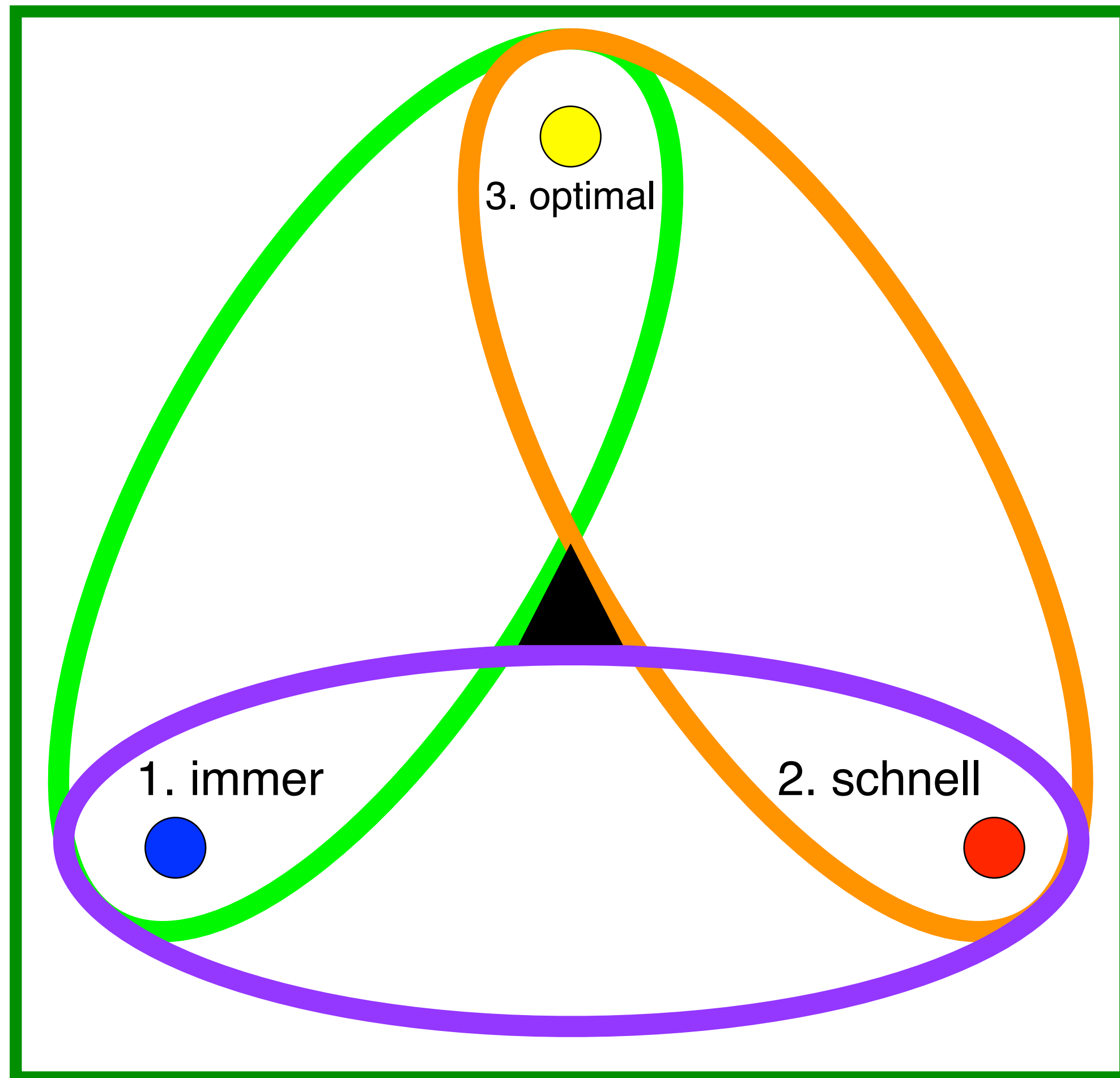




# Das Bild für Knapsack



# Das Bild für Knapsack



# Umgang mit schwierigen Situationen

# Umgang mit schwierigen Situationen

# Umgang mit schwierigen Situationen

Persönlichkeitsprofile:

# Umgang mit schwierigen Situationen

## Persönlichkeitsprofile:

**(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren**

# Umgang mit schwierigen Situationen

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

# Umgang mit schwierigen Situationen

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten



# Umgang mit schwierigen Situationen

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

**1. immer**

## Persönlichkeitsprofile:

- (A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren
- (B) Auf Glück vertrauen
- (C) Hart arbeiten
- (D) Erwartungen zurückschrauben

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?



# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

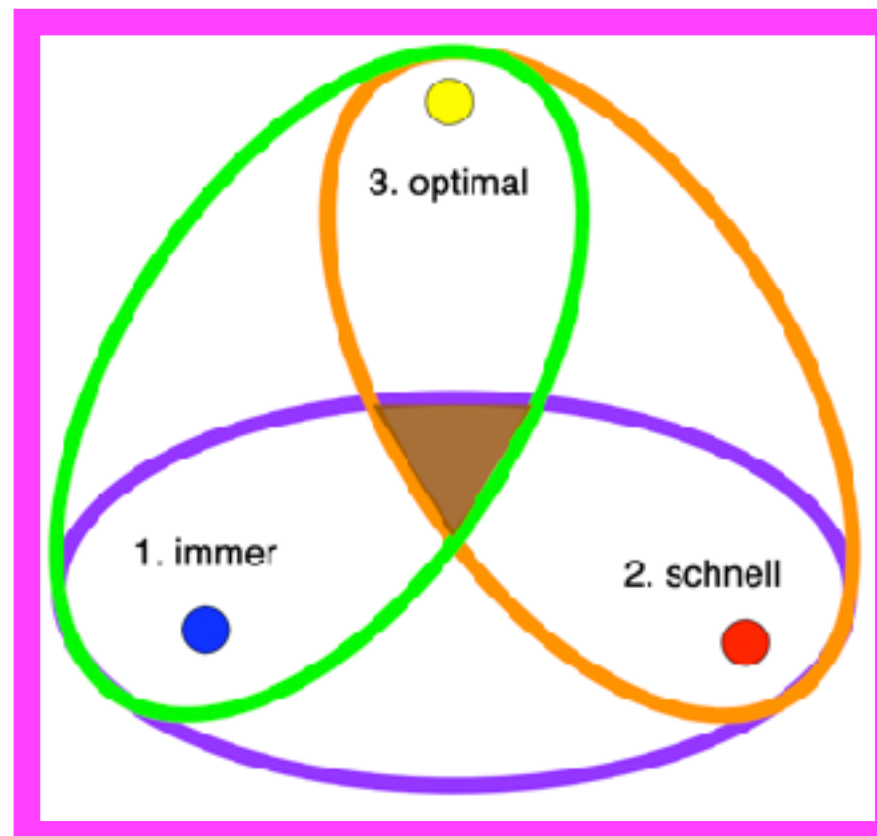
## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

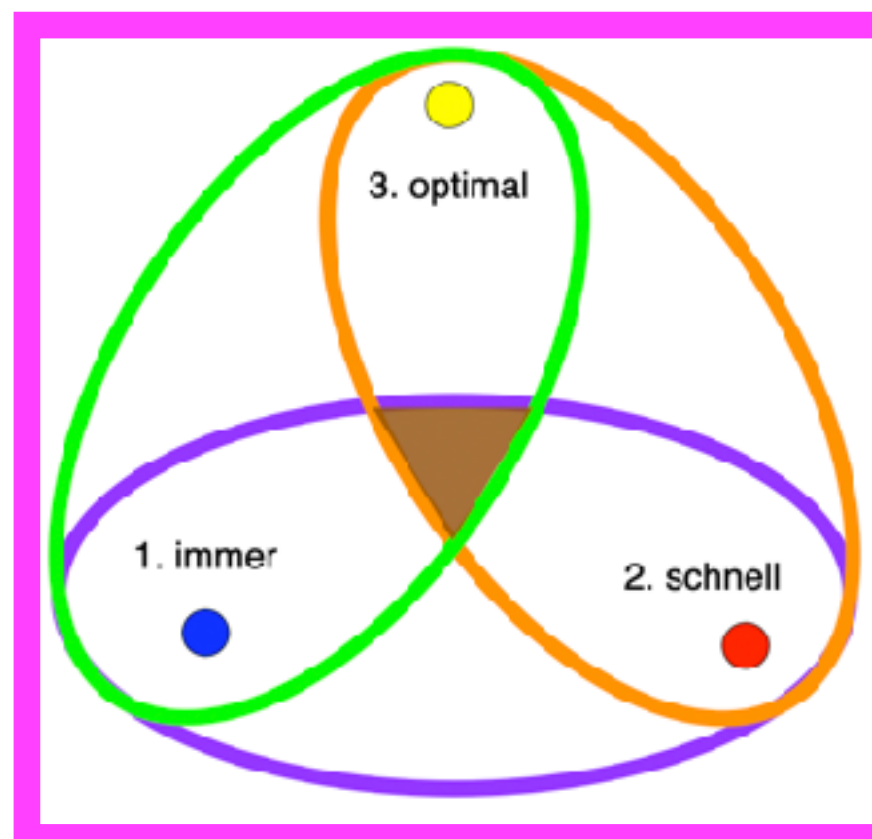
## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

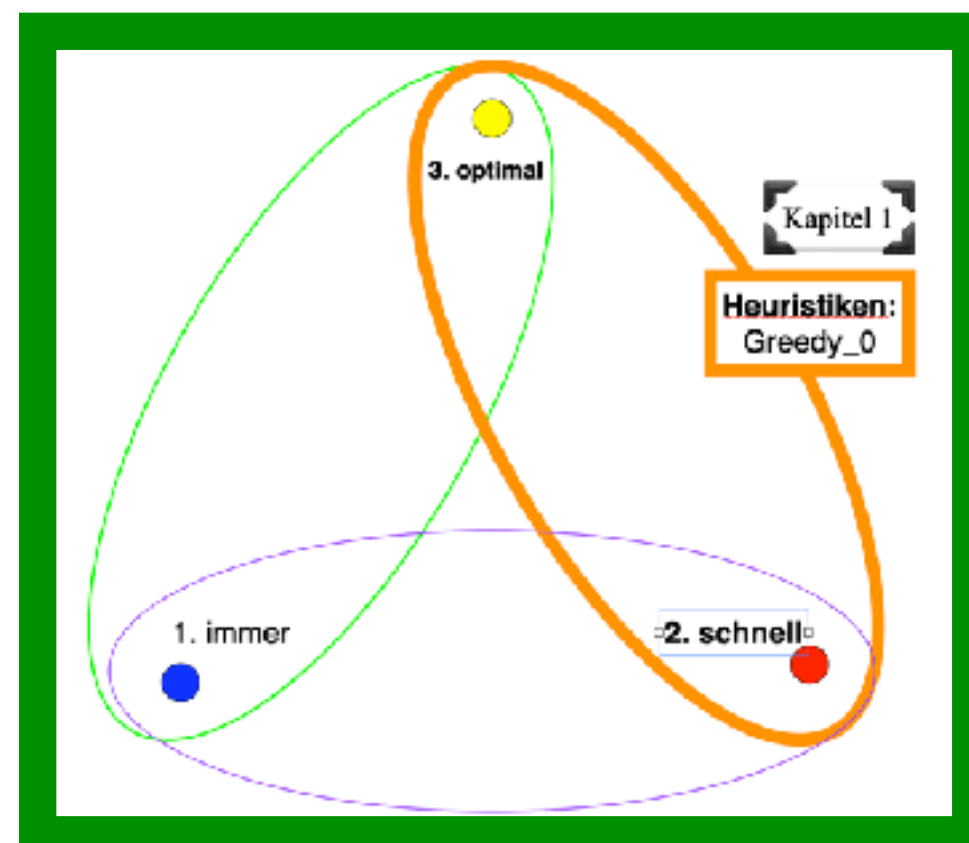
## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen



# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

## Persönlichkeitsprofile:

**(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren**

**(B) Auf Glück vertrauen**

**(C) Hart arbeiten**

**(D) Erwartungen zurückschrauben**

**(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?**

**(B) Heuristiken: raten und hoffen**

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

## Persönlichkeitsprofile:

**(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren**

**(B) Auf Glück vertrauen**

**(C) Hart arbeiten**

**(D) Erwartungen zurückschrauben**

**(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?**

**(B) Heuristiken: raten und hoffen**

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

## Persönlichkeitsprofile:

**(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren**

**(B) Auf Glück vertrauen**

**(C) Hart arbeiten**

**(D) Erwartungen zurückschrauben**

**(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?**

**(B) Heuristiken: raten und hoffen**

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

## Persönlichkeitsprofile:

**(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren**

**(B) Auf Glück vertrauen**

**(C) Hart arbeiten**

**(D) Erwartungen zurückschrauben**

**(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?**

**(B) Heuristiken: raten und hoffen**

**(C) Exakte Algorithmen**

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

**1. immer**

**2. schnell**

**3. eine optimale Lösung.**

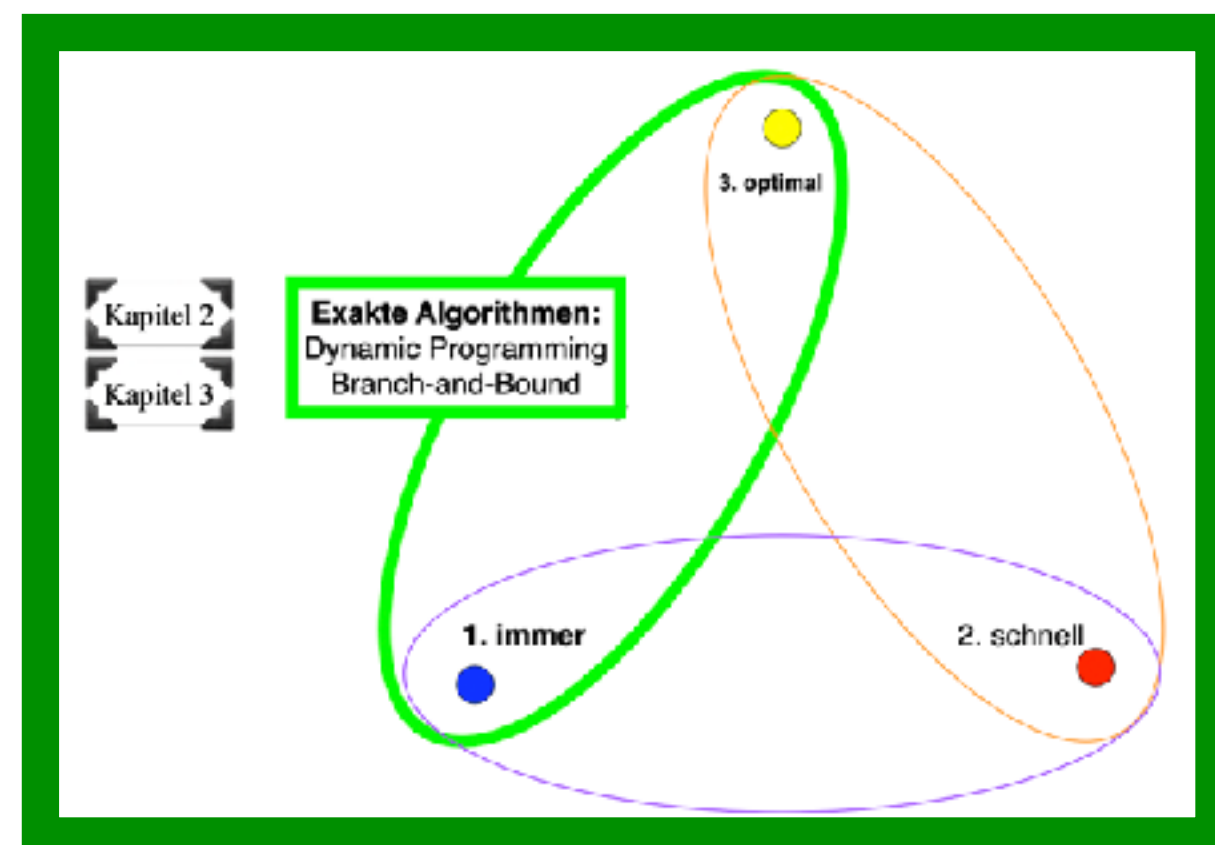
## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen



# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

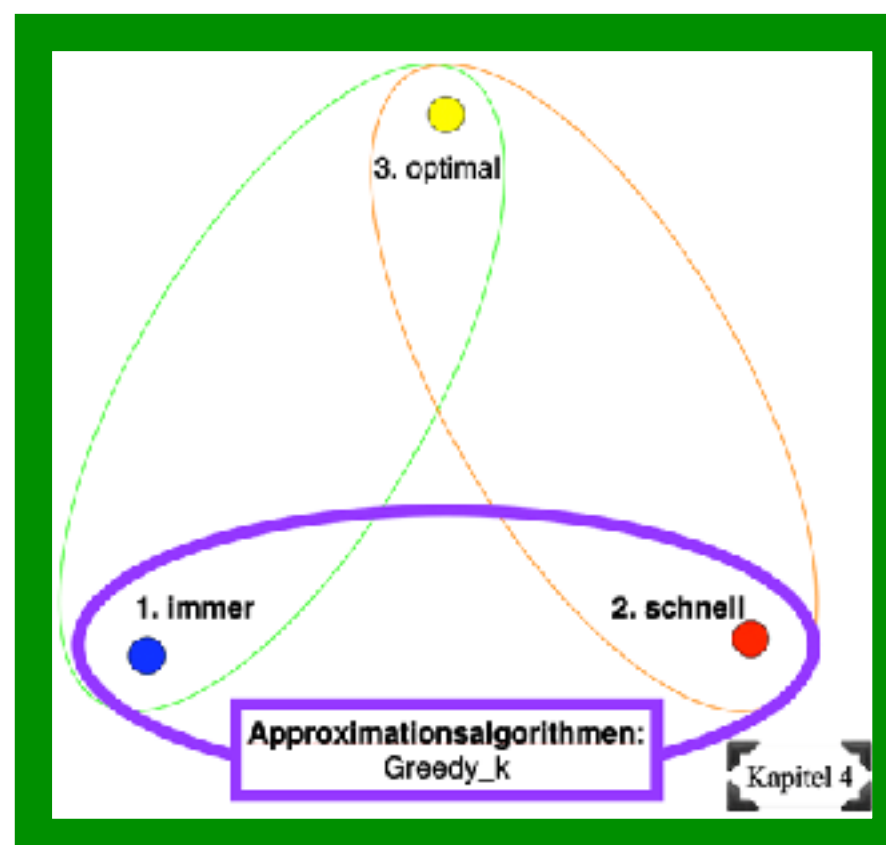
## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

# Umgang mit schwierigen Situationen

**Ziel:** Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

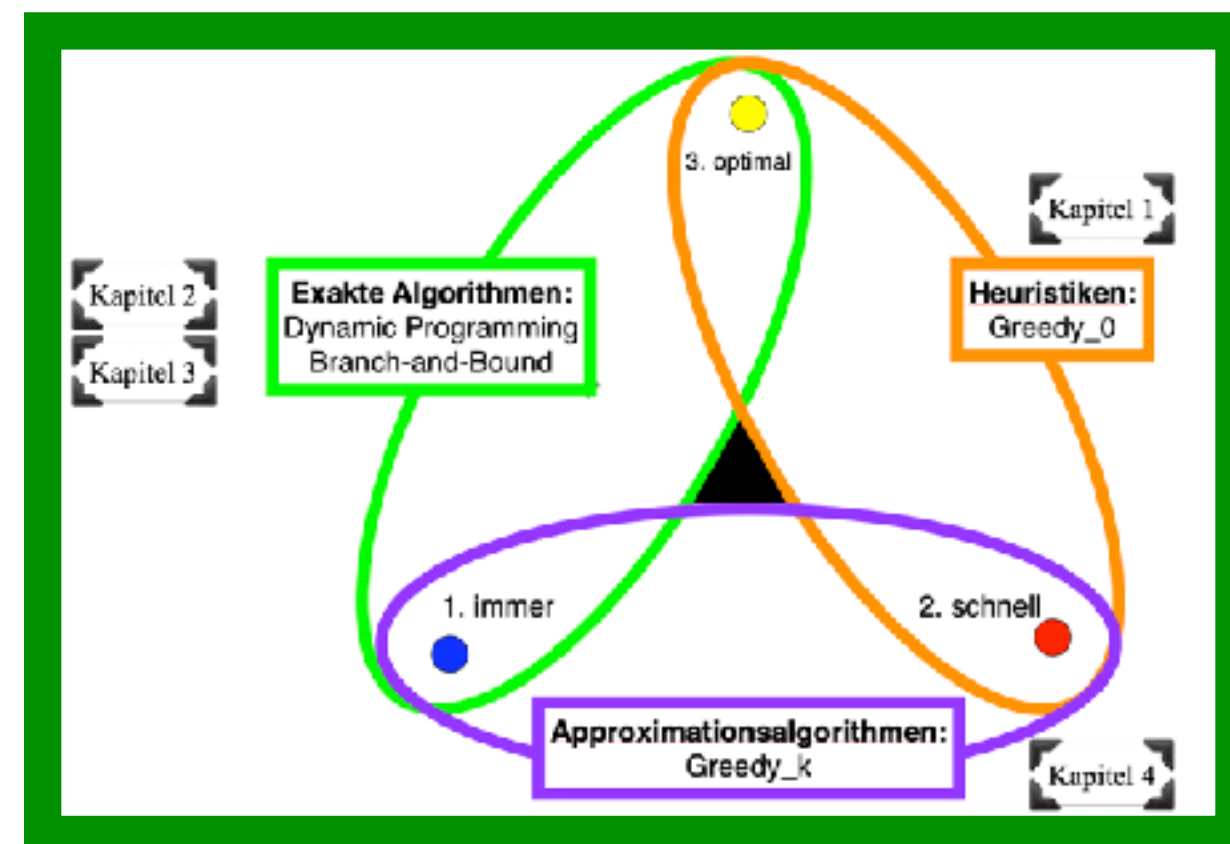
## Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

# 5.6 Ausblick

# Vertex Cover

# Vertex Cover

**Gegeben:**

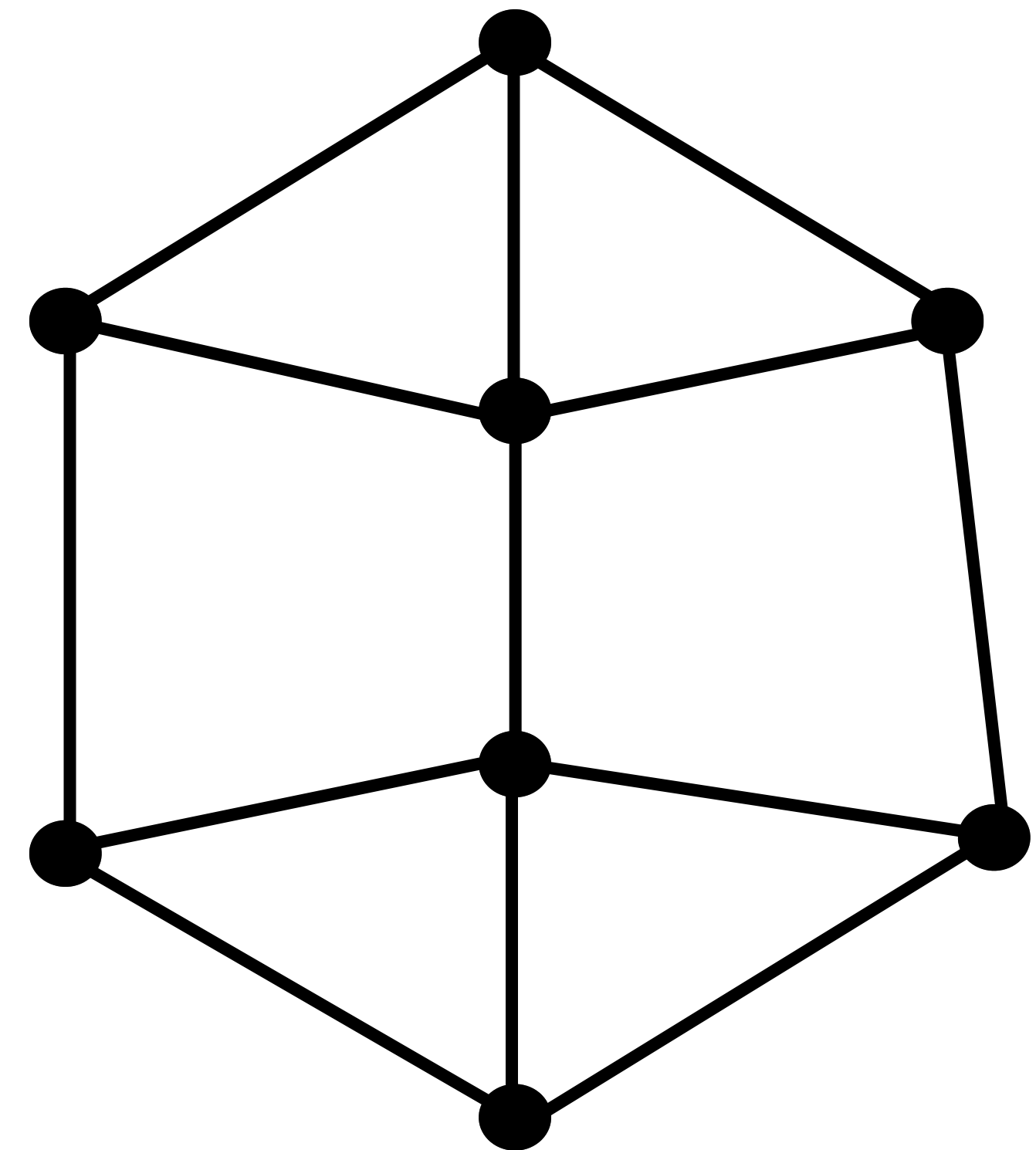
# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$



# Vertex Cover

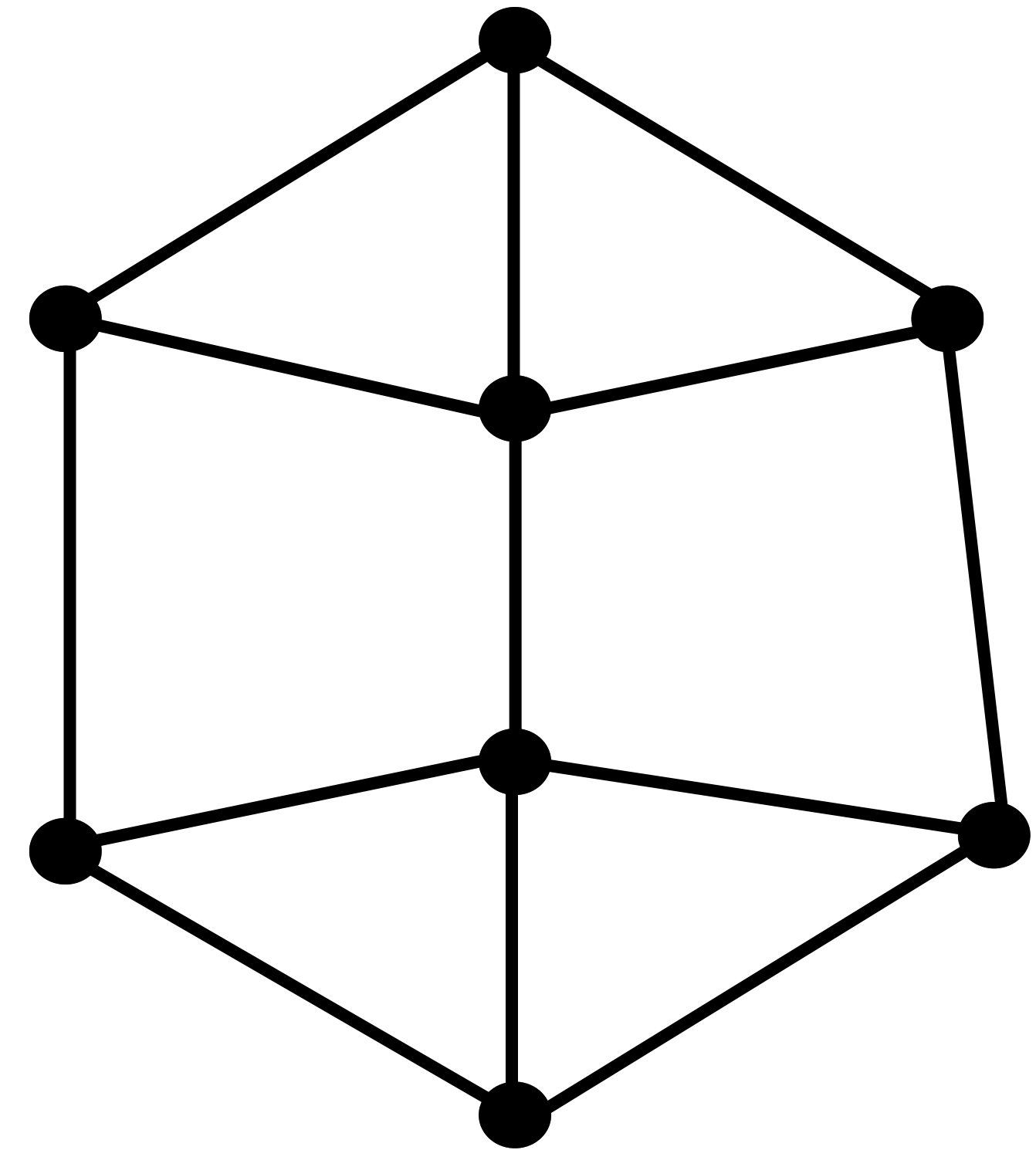
**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$



# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

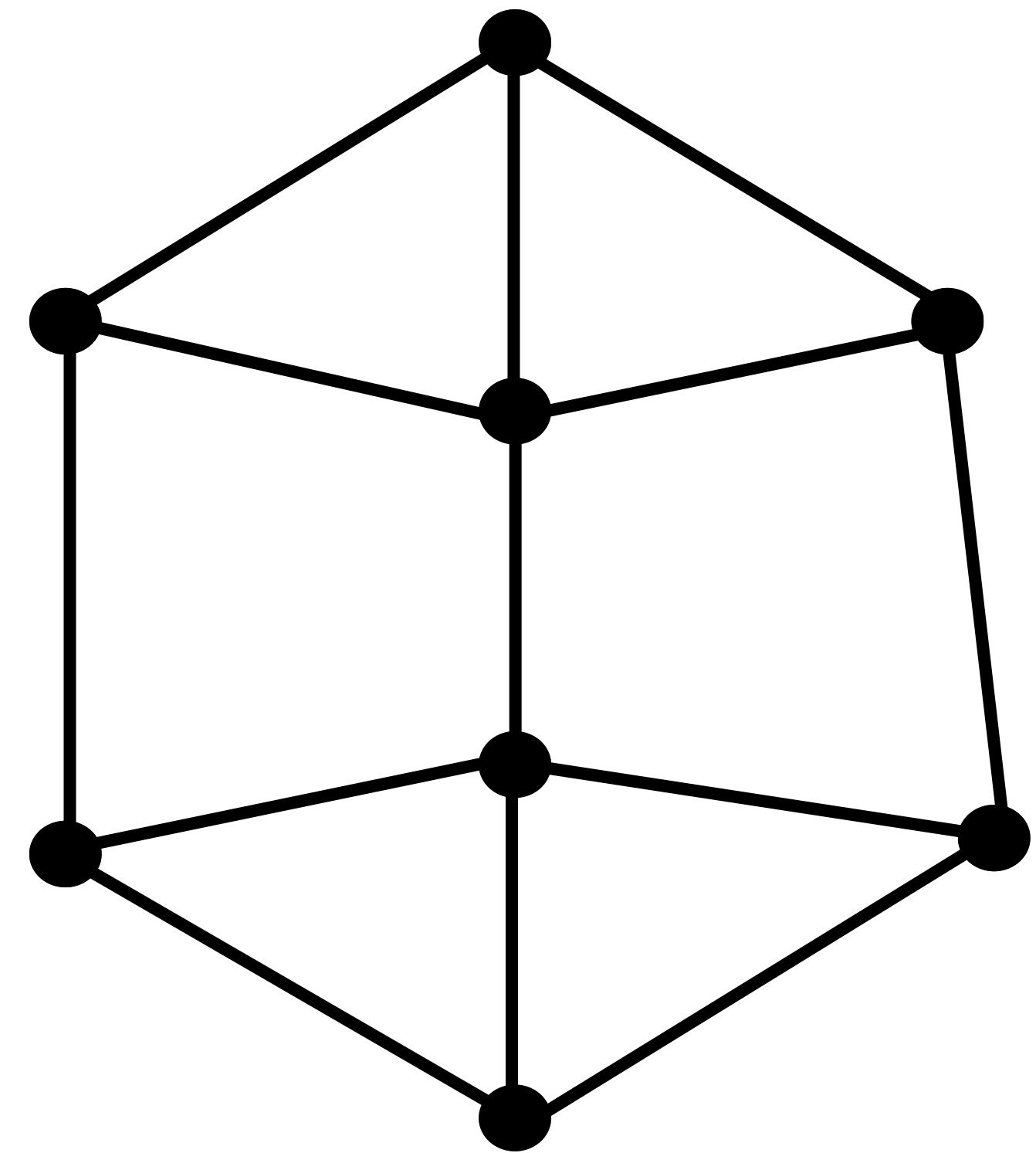
**Gesucht:**



# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

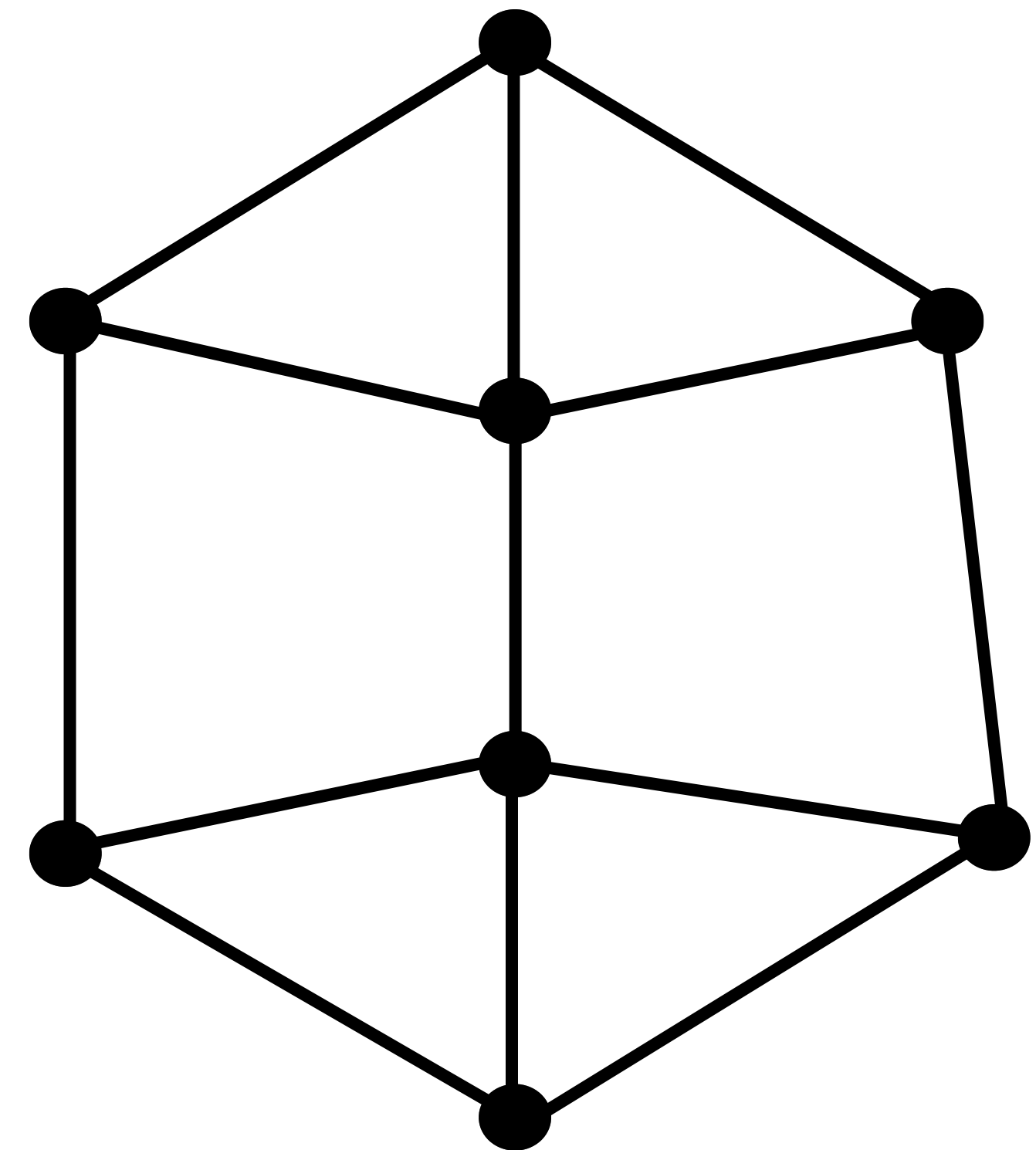
**Gesucht:** Ein kleinstmögliches **Vertex Cover**  $S$  in  $G$ :



# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

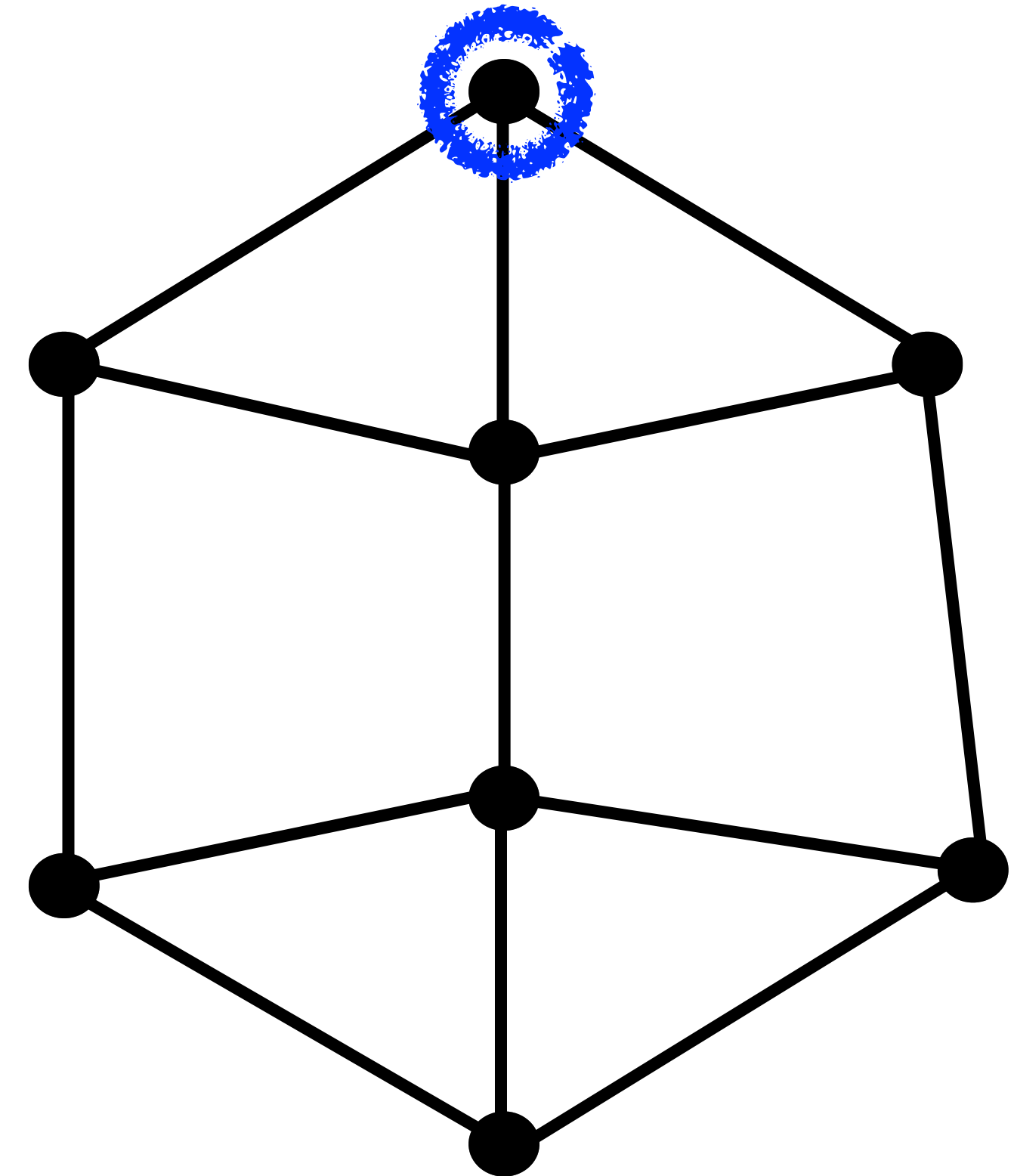
**Gesucht:** Ein kleinstmögliches **Vertex Cover**  $S$  in  $G$ :  
eine möglichst kleine Menge von Knoten,  
die alle Kanten überdecken



# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

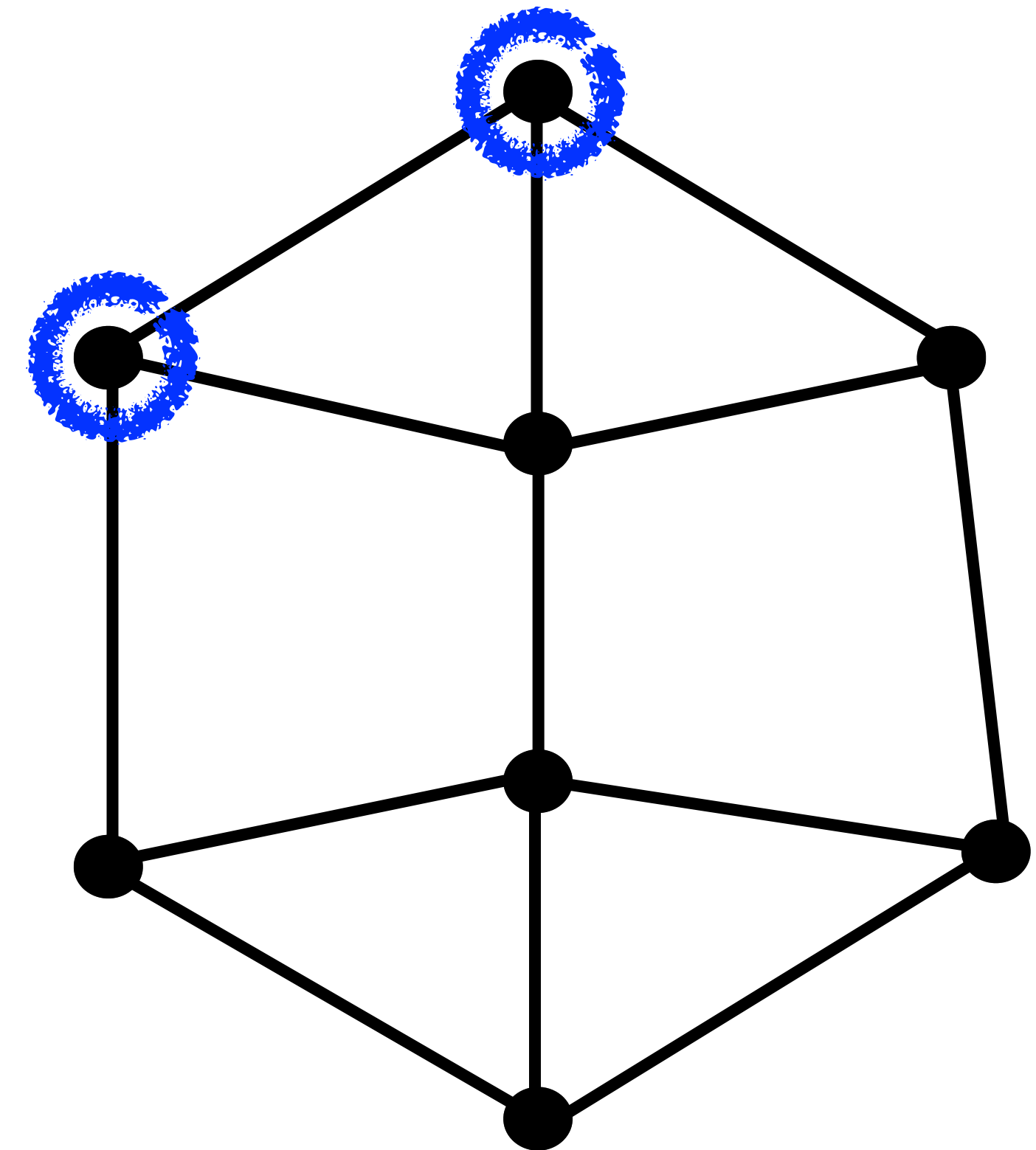
**Gesucht:** Ein kleinstmögliches **Vertex Cover**  $S$  in  $G$ :  
eine möglichst kleine Menge von Knoten,  
die alle Kanten überdecken



# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

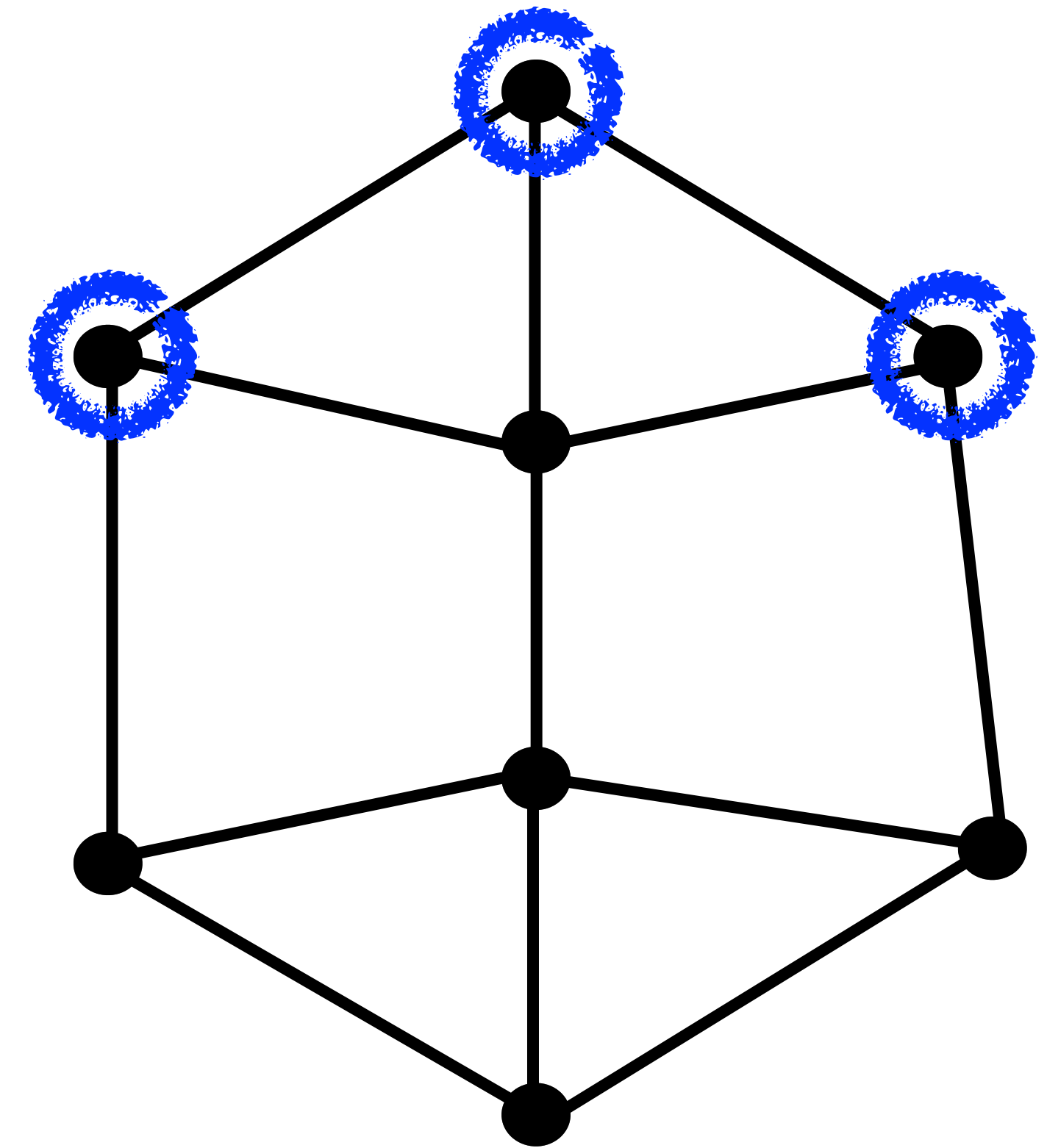
**Gesucht:** Ein kleinstmögliches **Vertex Cover**  $S$  in  $G$ :  
eine möglichst kleine Menge von Knoten,  
die alle Kanten überdecken



# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

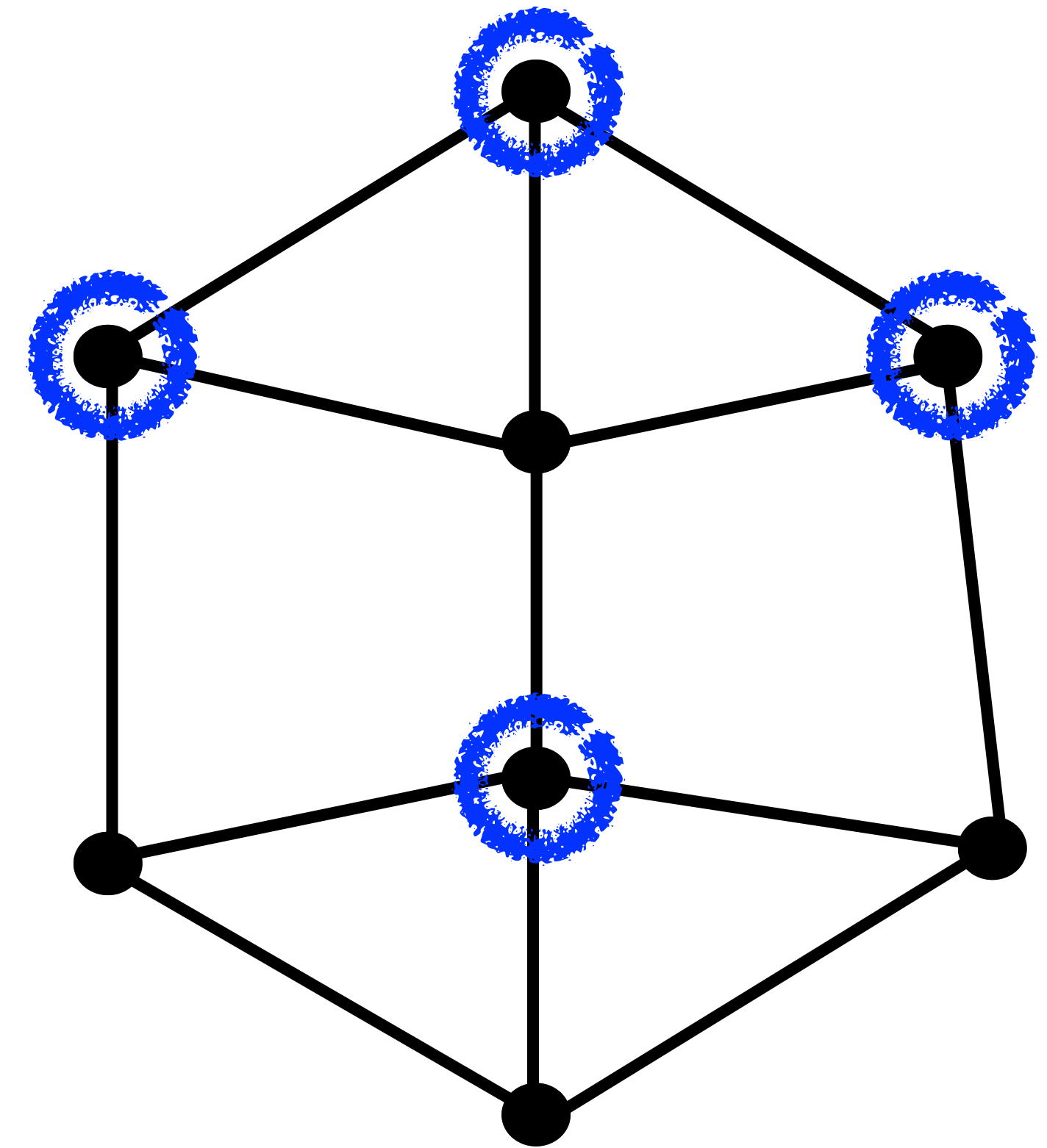
**Gesucht:** Ein kleinstmögliches **Vertex Cover**  $S$  in  $G$ :  
eine möglichst kleine Menge von Knoten,  
die alle Kanten überdecken



# Vertex Cover

**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

**Gesucht:** Ein kleinstmögliches **Vertex Cover**  $S$  in  $G$ :  
eine möglichst kleine Menge von Knoten,  
die alle Kanten überdecken

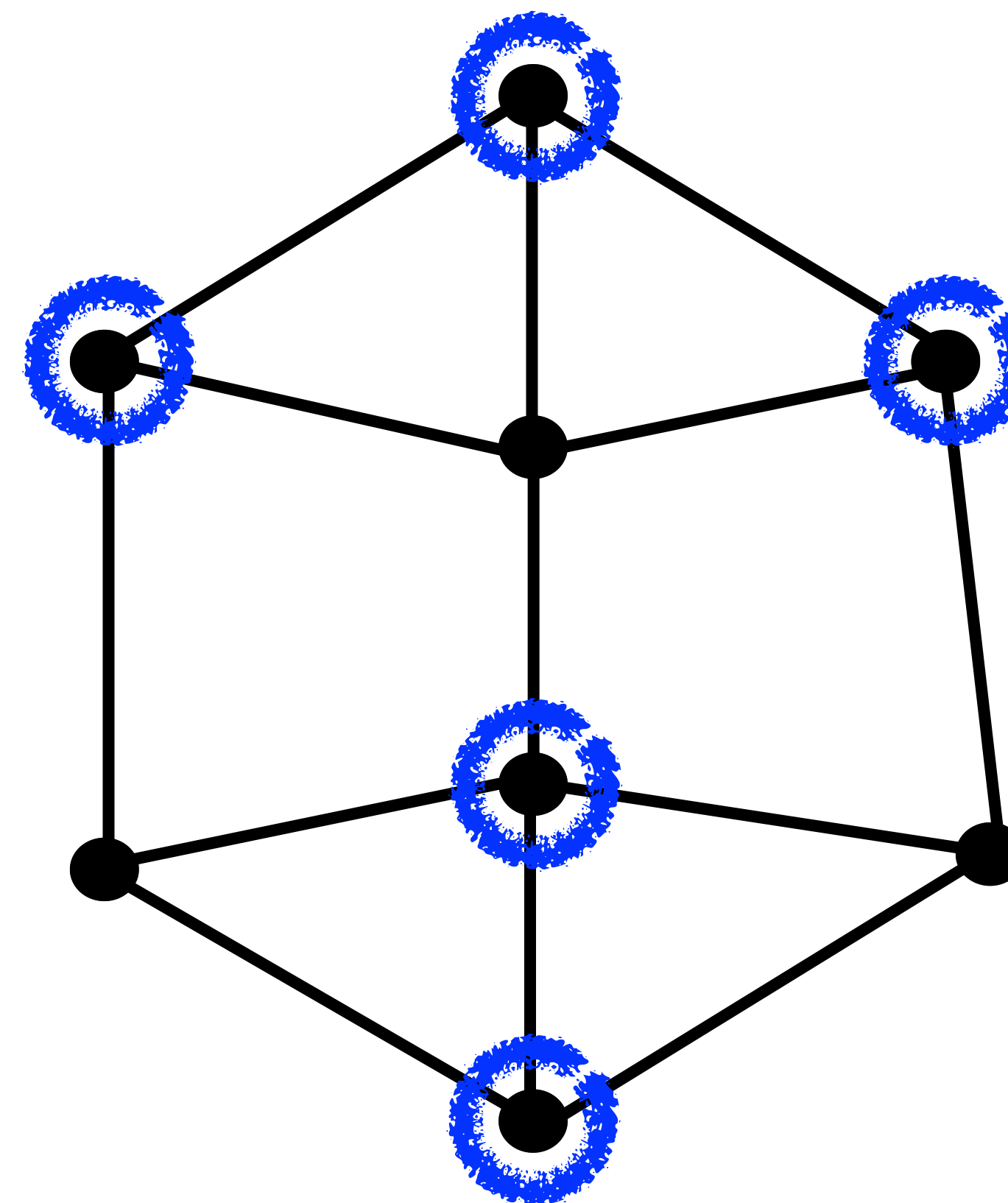




# Vertex Cover

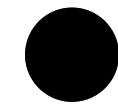
**Gegeben:** Ein Graph  $G=(V,E)$

**Gesucht:** Ein kleinstmögliches **Vertex Cover**  $S$  in  $G$ :  
eine möglichst kleine Menge von Knoten,  
die alle Kanten überdecken



# Entscheidungskomponenten

# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten

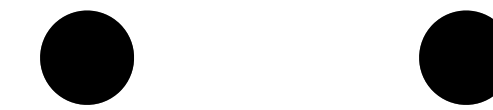




# Entscheidungskomponenten



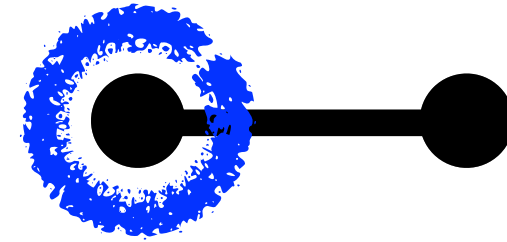
# Entscheidungskomponenten



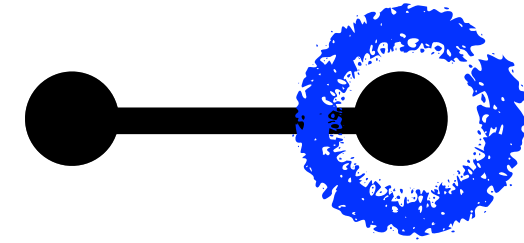
# Entscheidungskomponenten



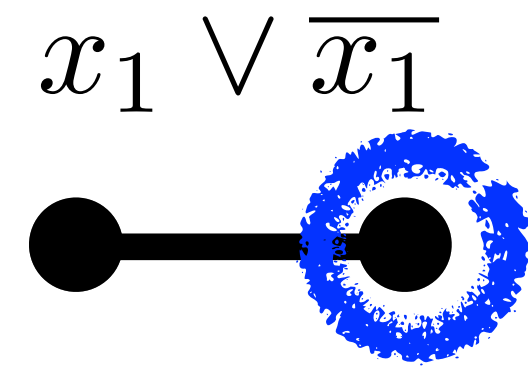
# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten

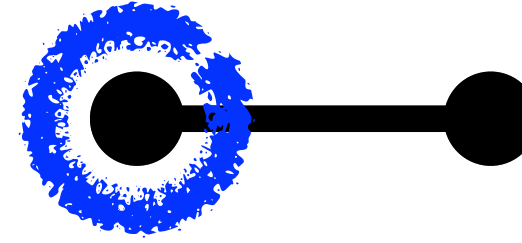
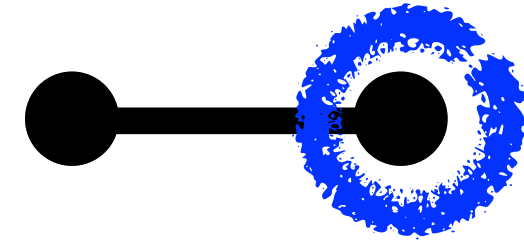


# Entscheidungskomponenten



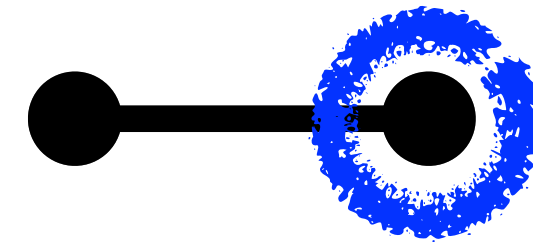
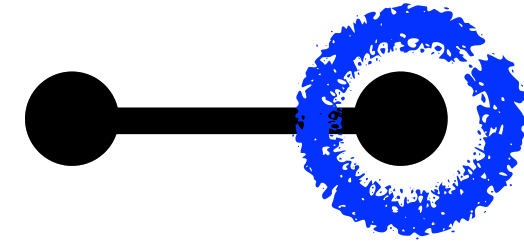
# Entscheidungskomponenten

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



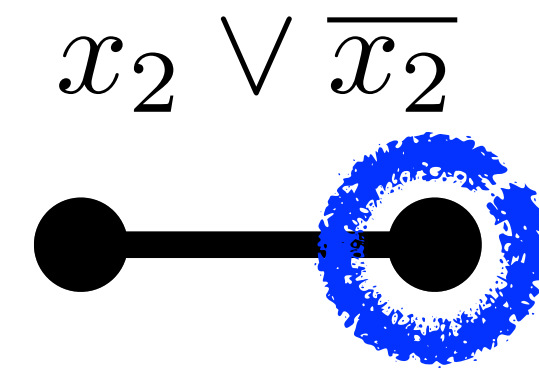
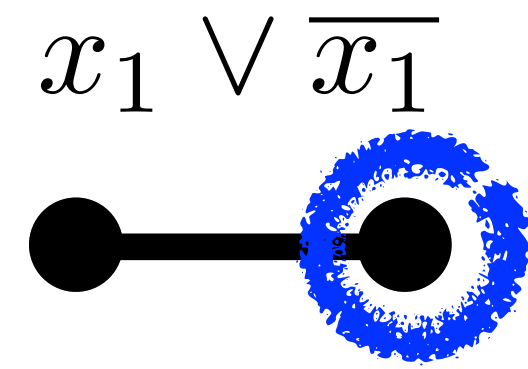
# Entscheidungskomponenten

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

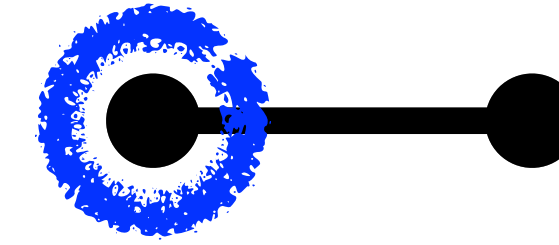
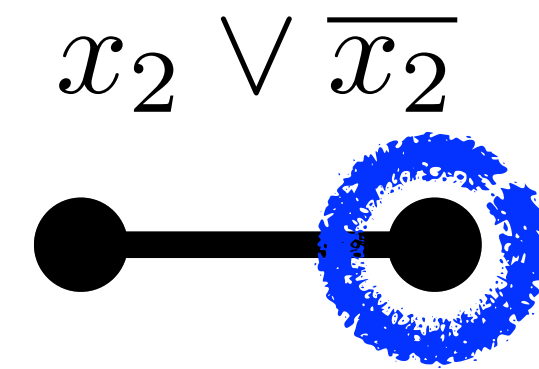
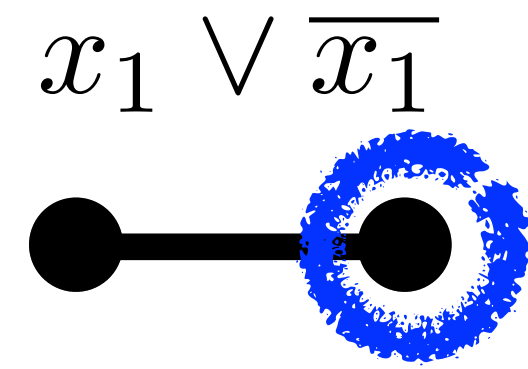




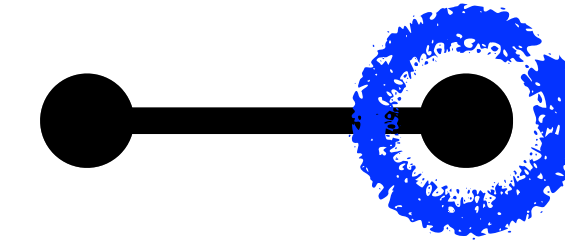
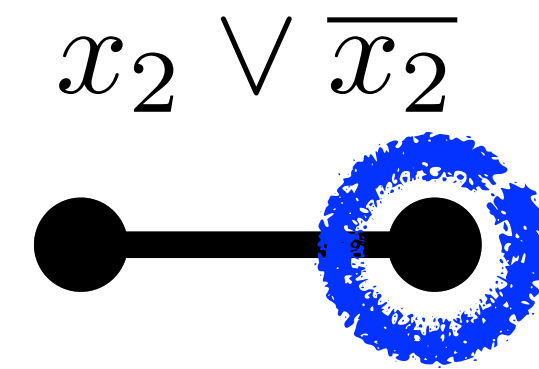
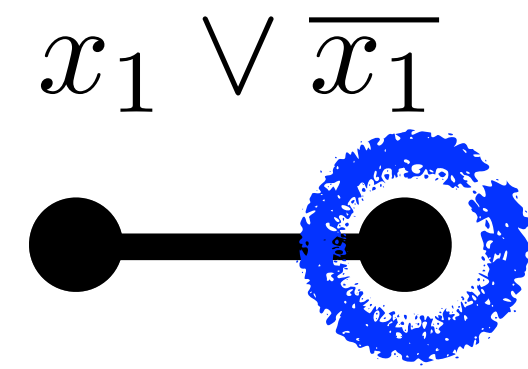
# Entscheidungskomponenten



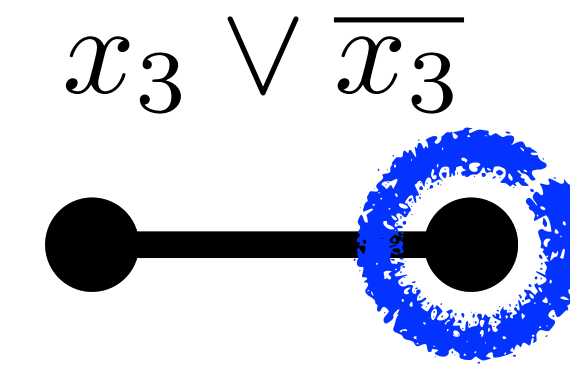
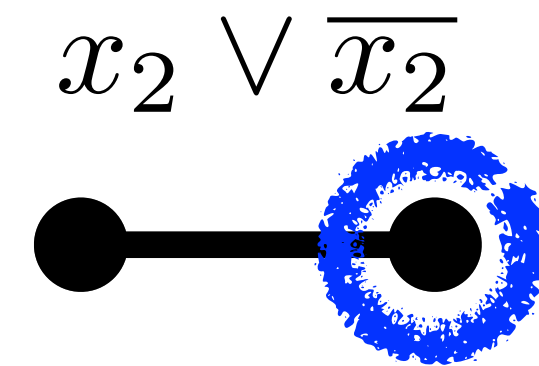
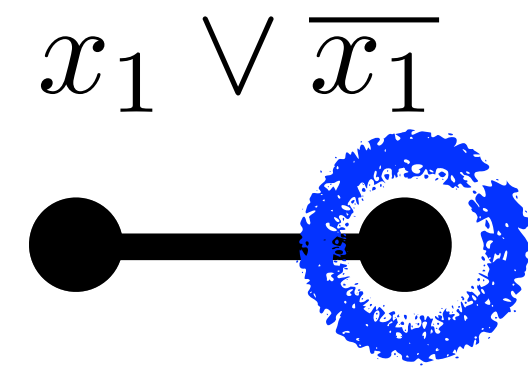
# Entscheidungskomponenten



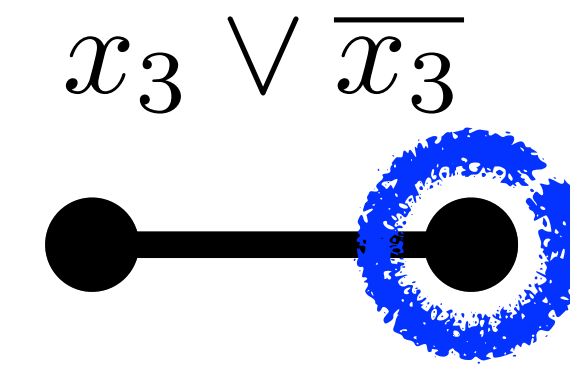
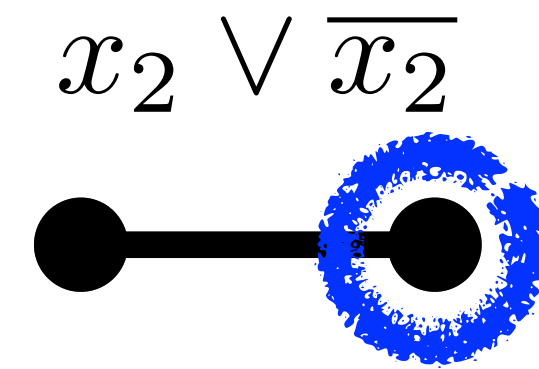
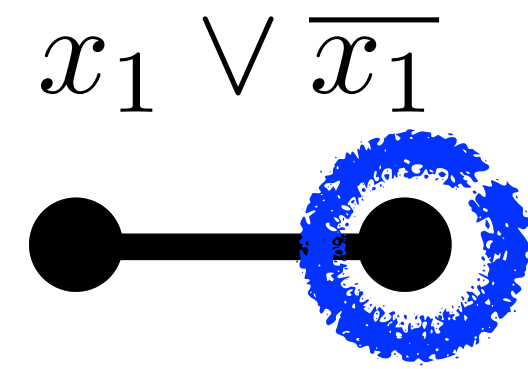
# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten

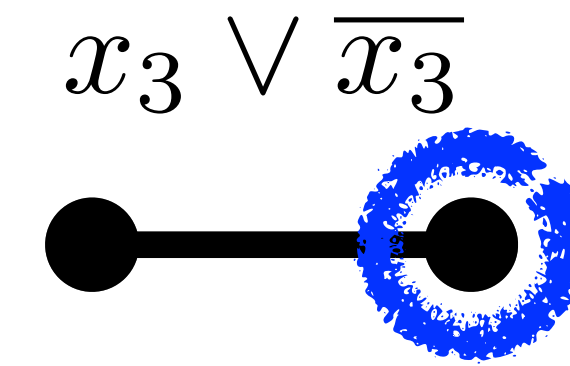
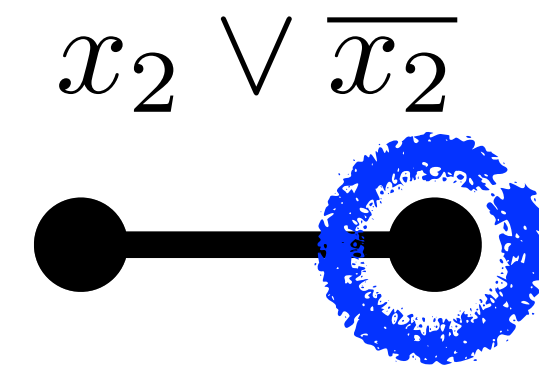
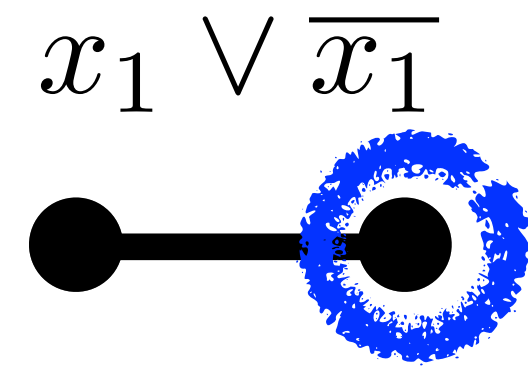


# Entscheidungskomponenten

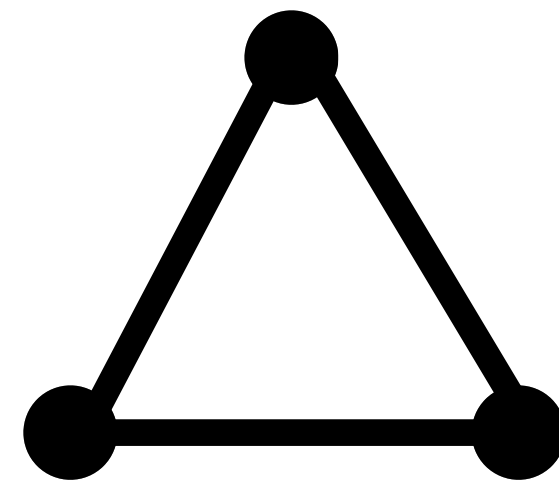


$n$  Knoten

# Entscheidungskomponenten

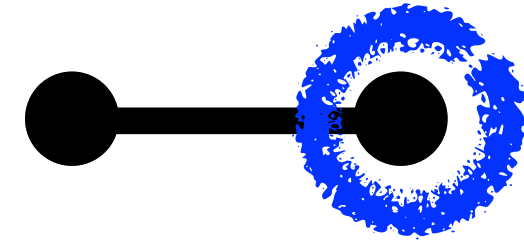


$n$  Knoten

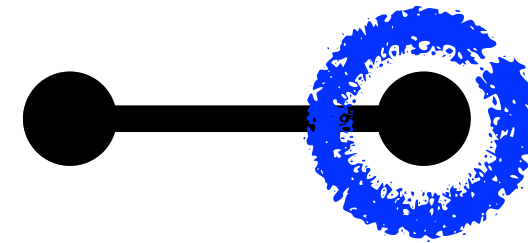


# Entscheidungskomponenten

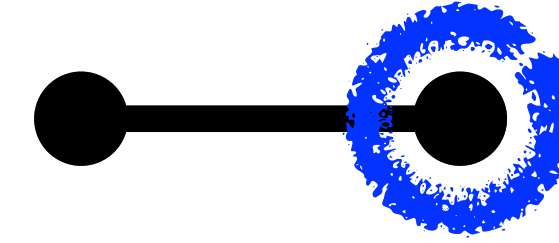
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



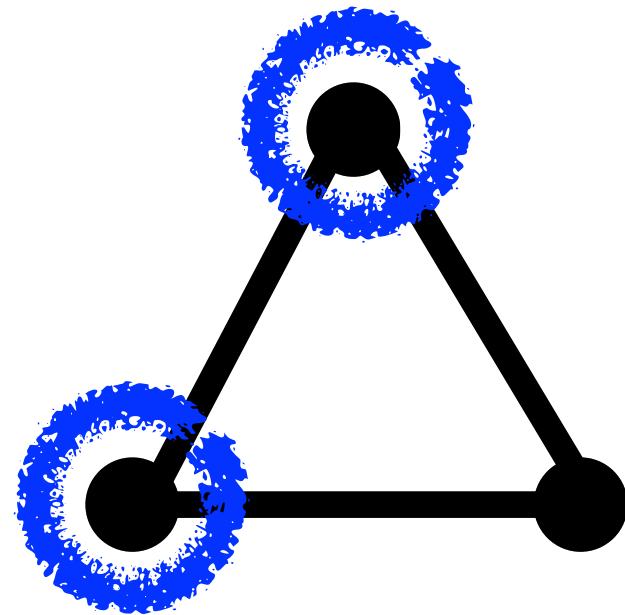
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



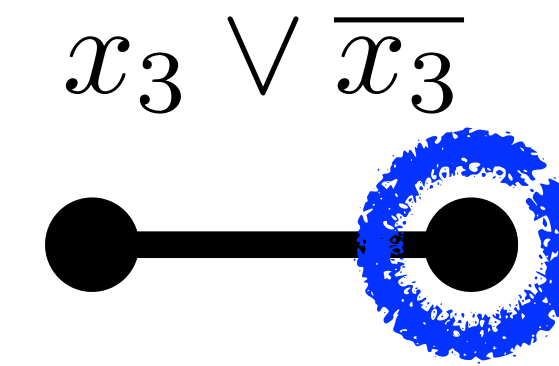
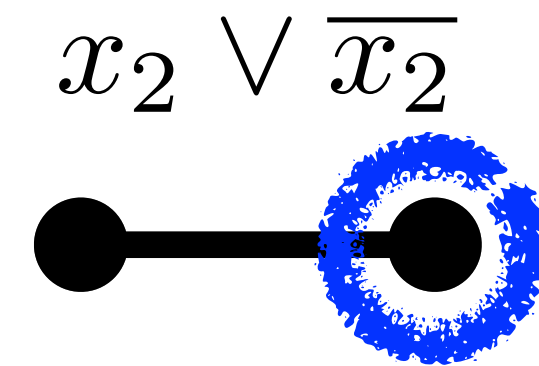
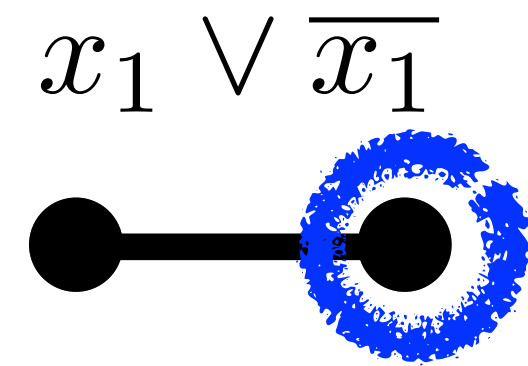
$$x_3 \vee \overline{x_3}$$



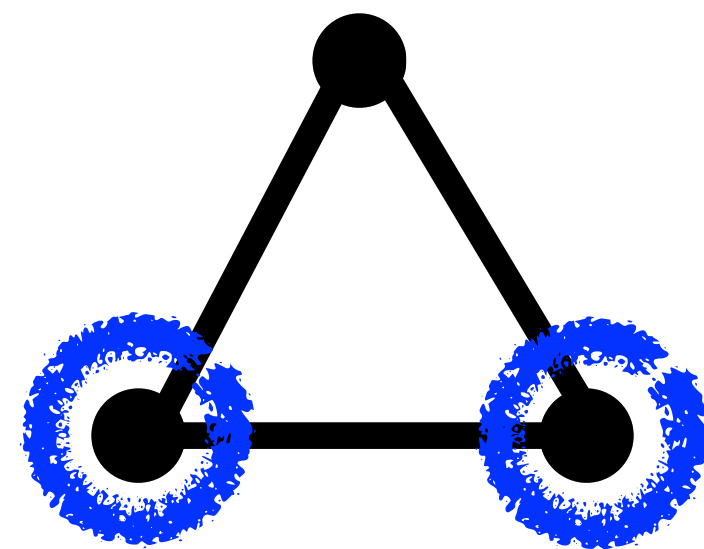
$n$  Knoten



# Entscheidungskomponenten

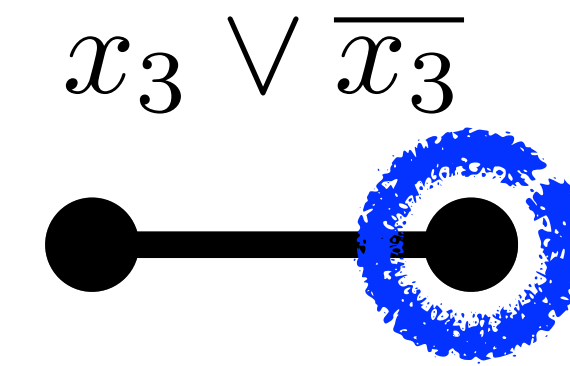
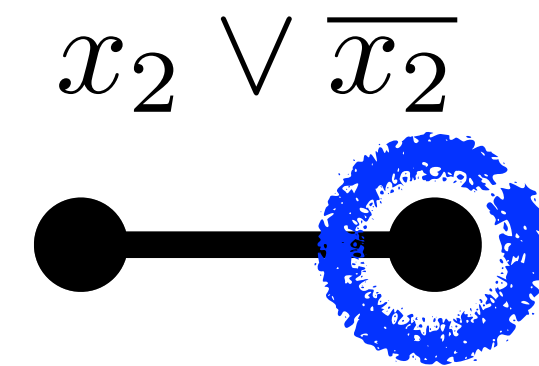
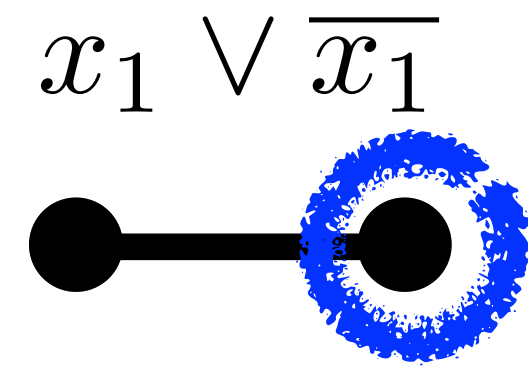


$n$  Knoten

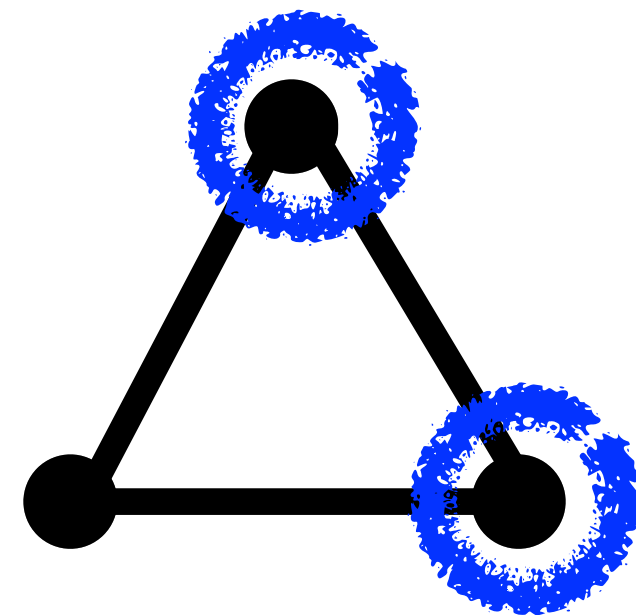




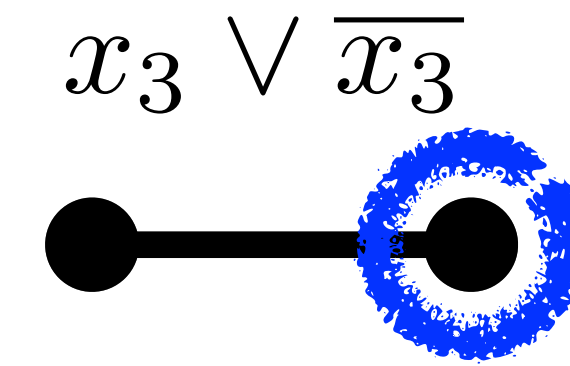
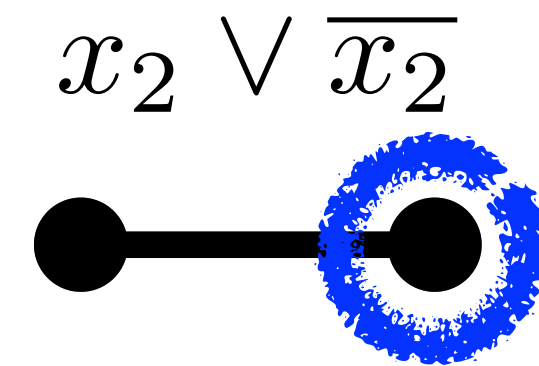
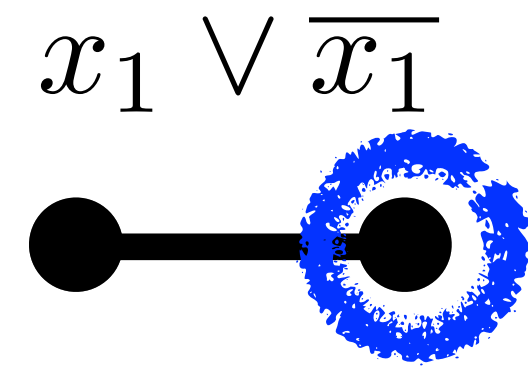
# Entscheidungskomponenten



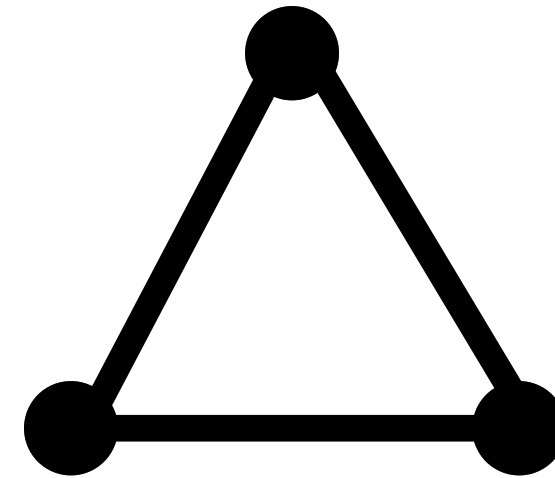
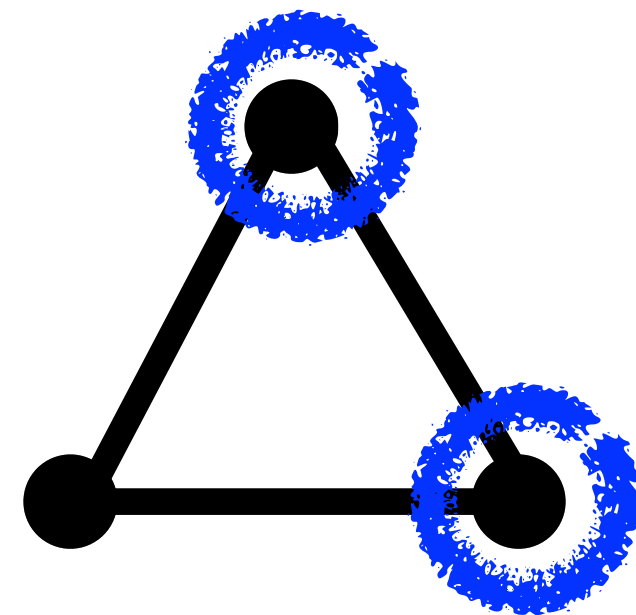
$n$  Knoten



# Entscheidungskomponenten

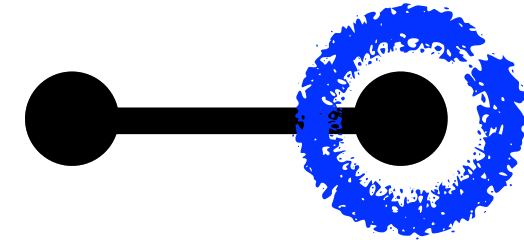


$n$  Knoten

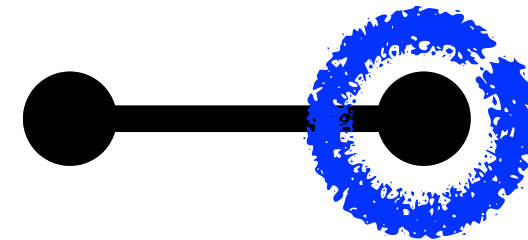


# Entscheidungskomponenten

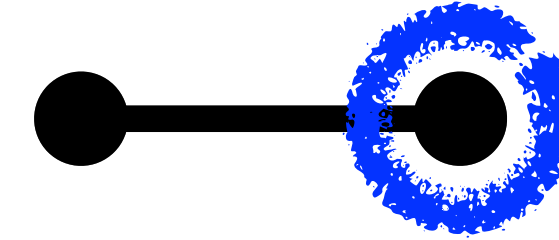
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



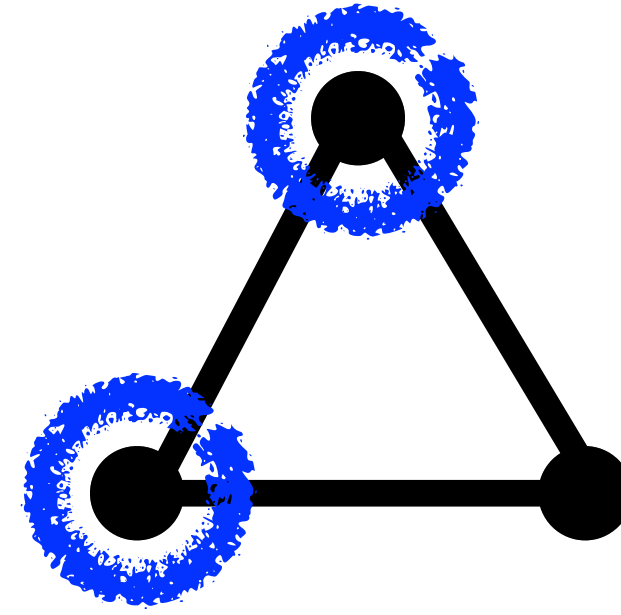
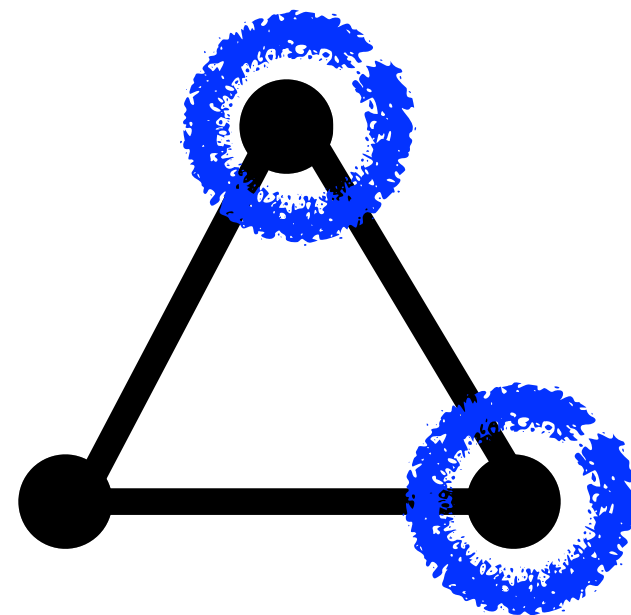
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

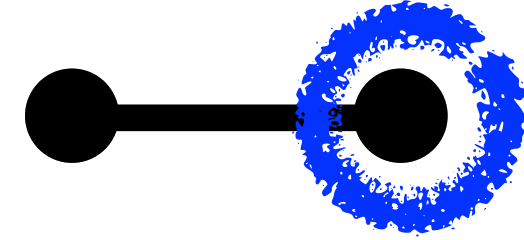


$n$  Knoten

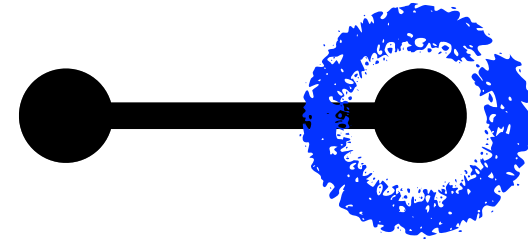


# Entscheidungskomponenten

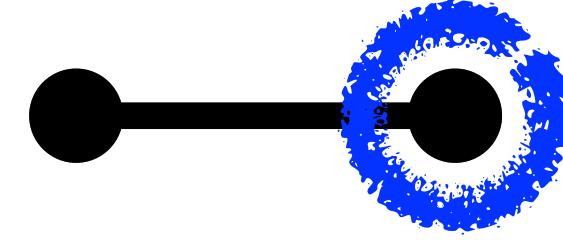
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



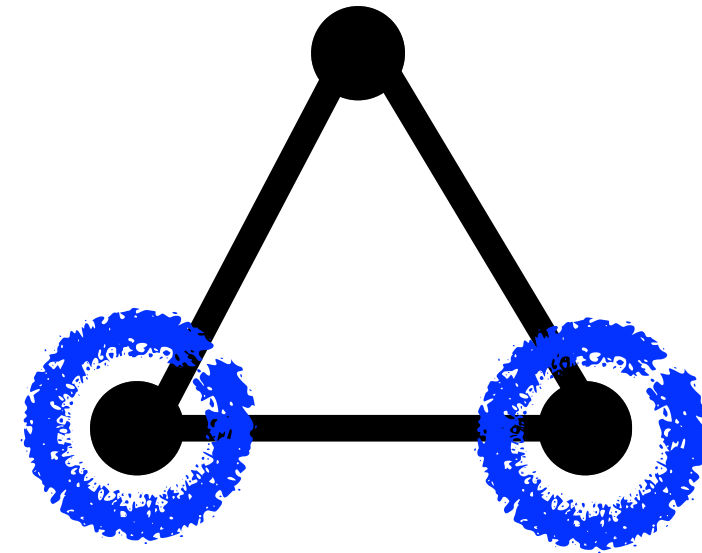
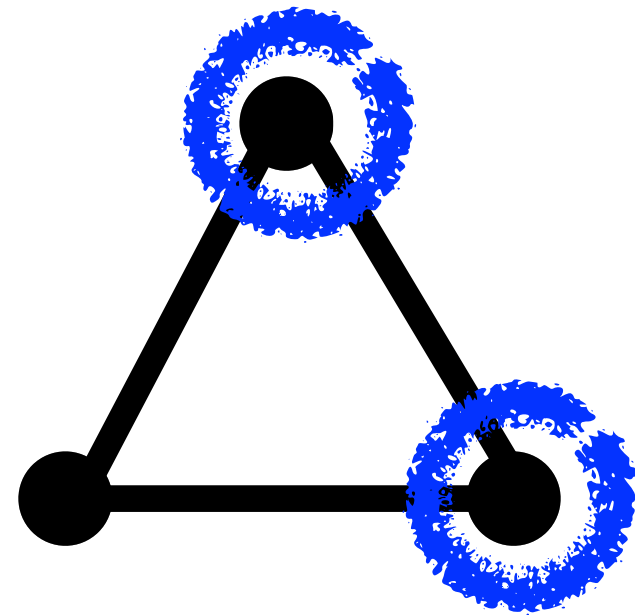
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

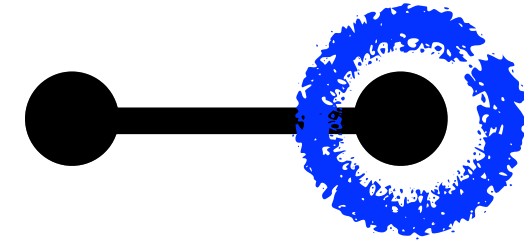


$n$  Knoten

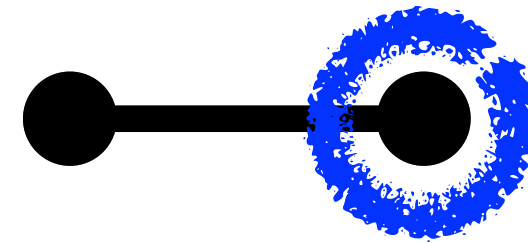


# Entscheidungskomponenten

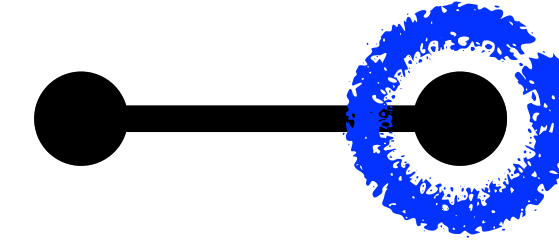
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



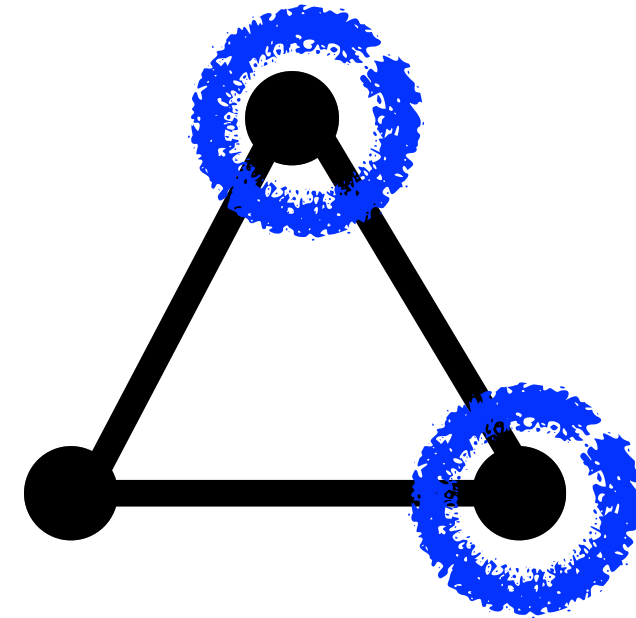
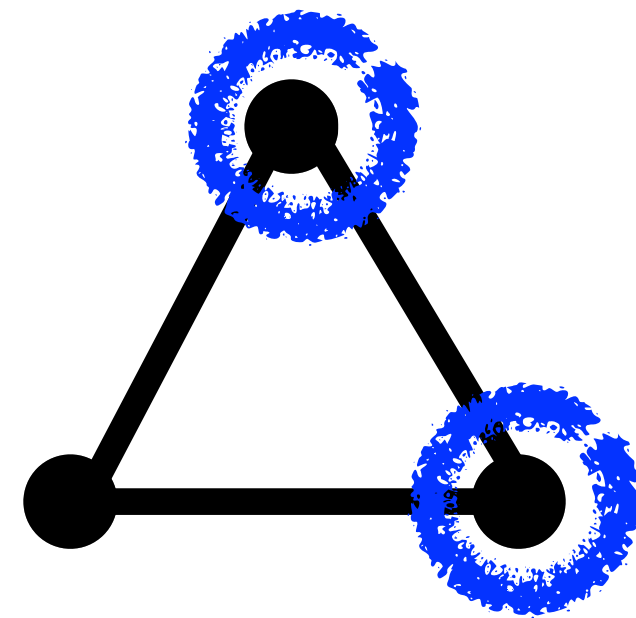
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

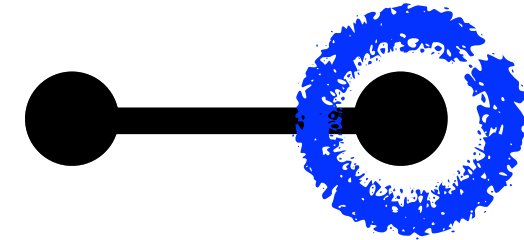


$n$  Knoten

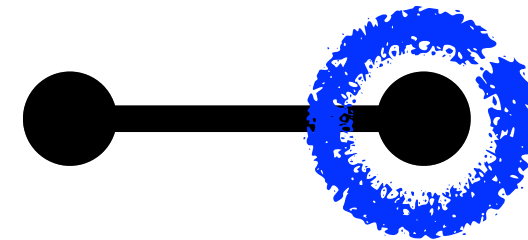


# Entscheidungskomponenten

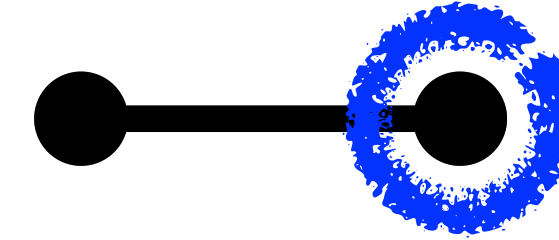
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



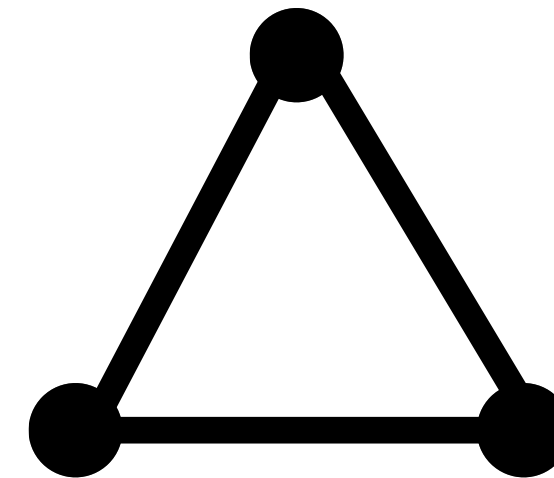
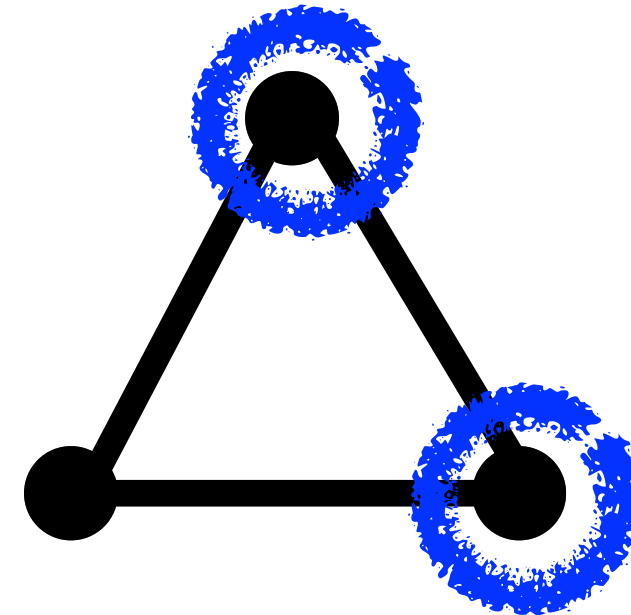
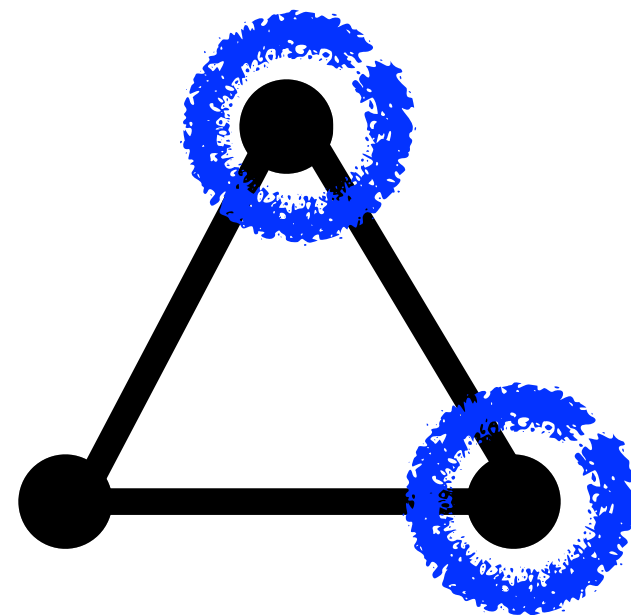
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

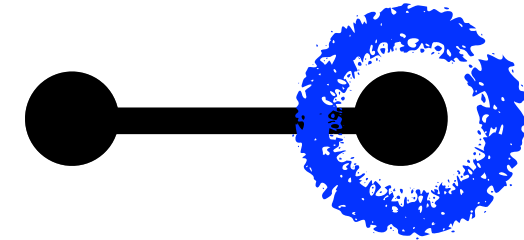


$n$  Knoten

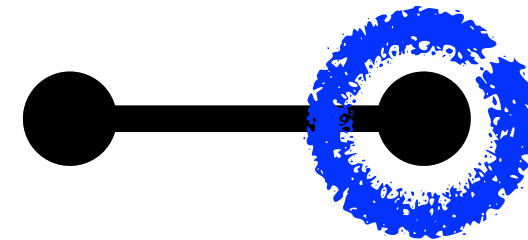


# Entscheidungskomponenten

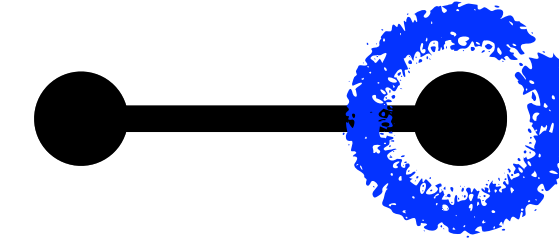
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



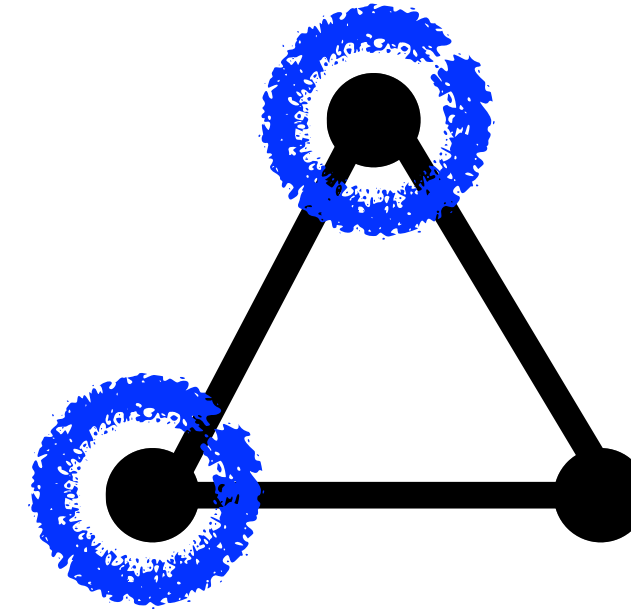
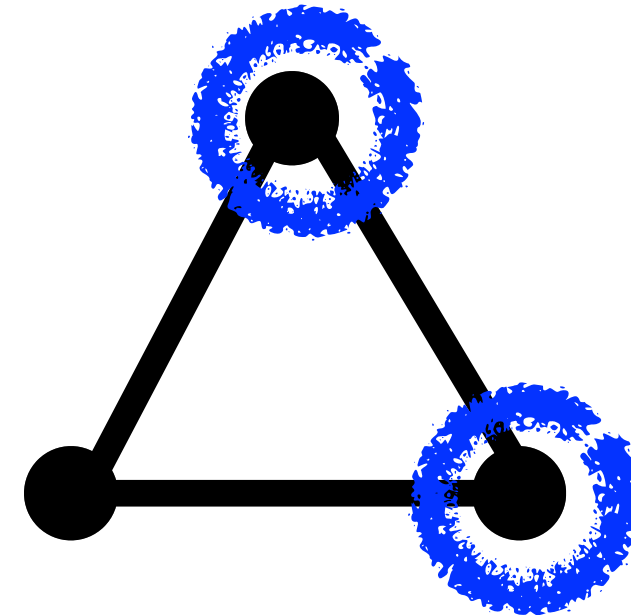
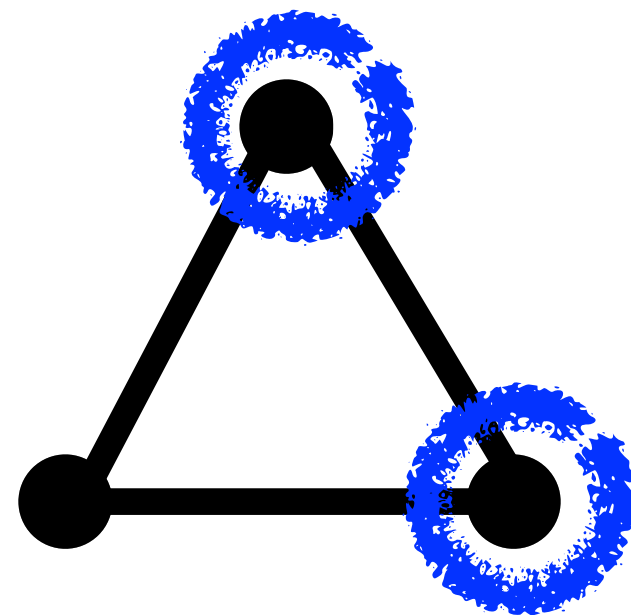
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

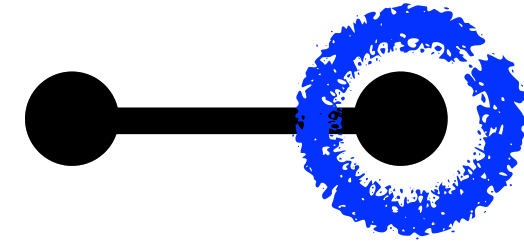


$n$  Knoten

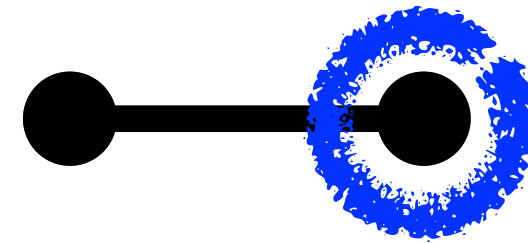


# Entscheidungskomponenten

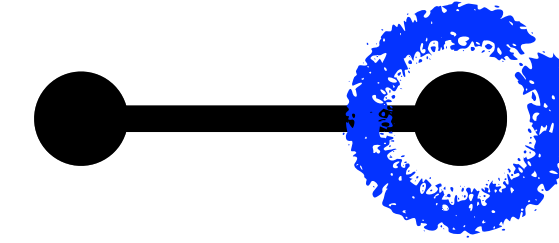
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



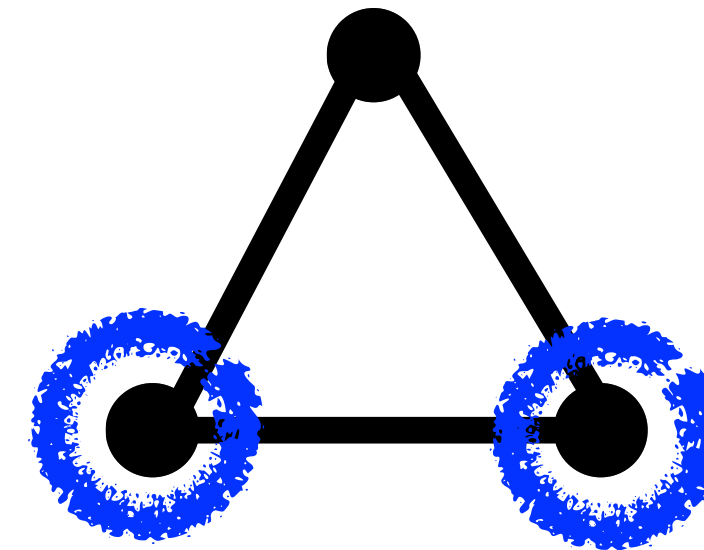
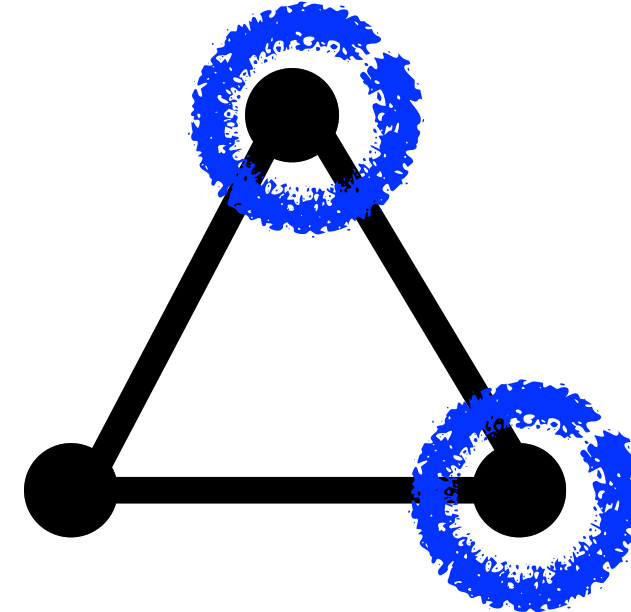
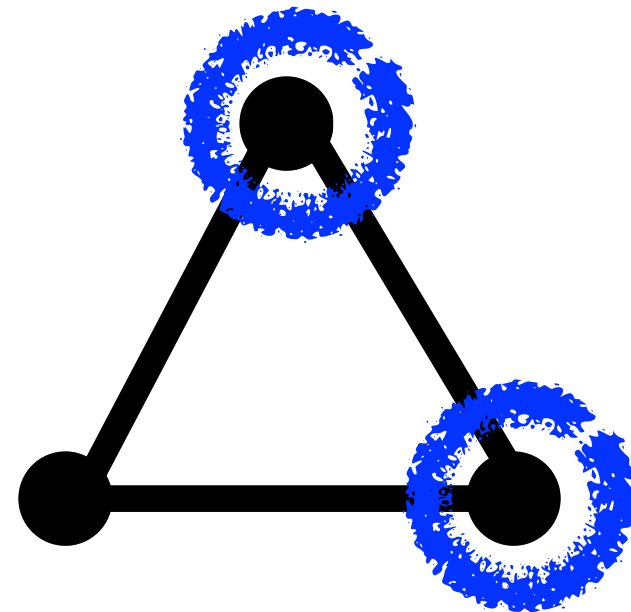
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$



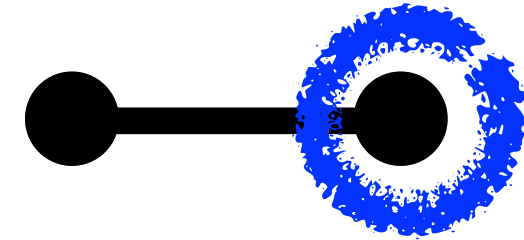
$n$  Knoten



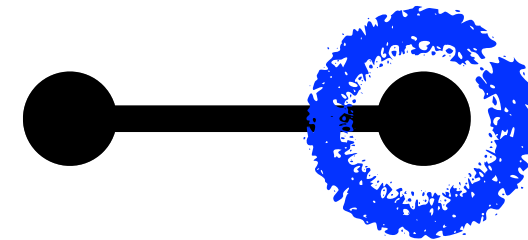


# Entscheidungskomponenten

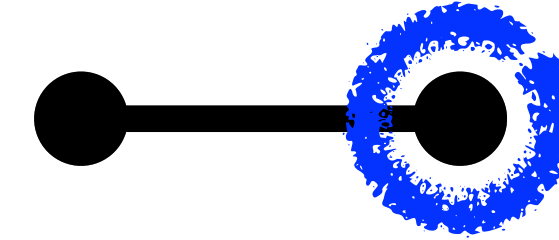
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



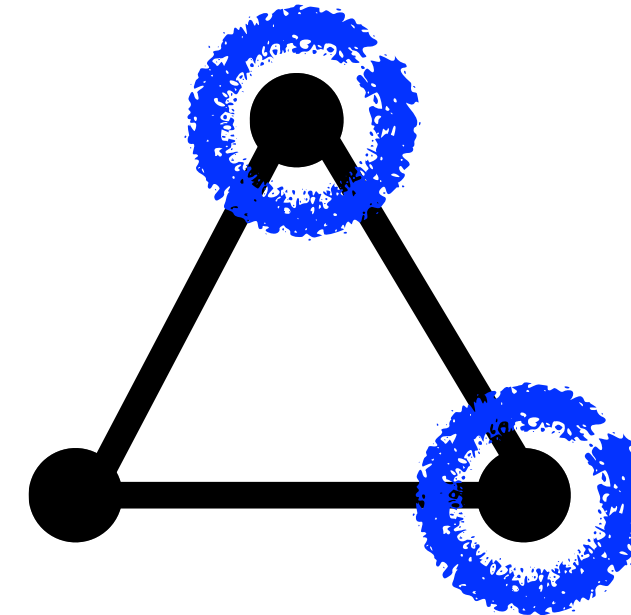
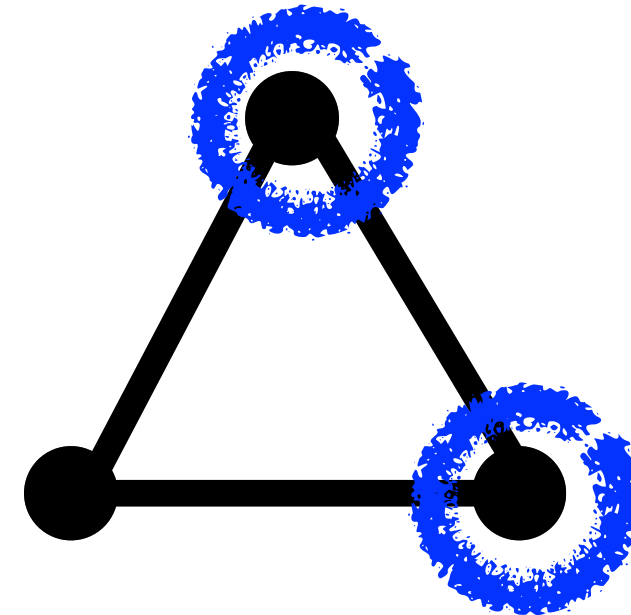
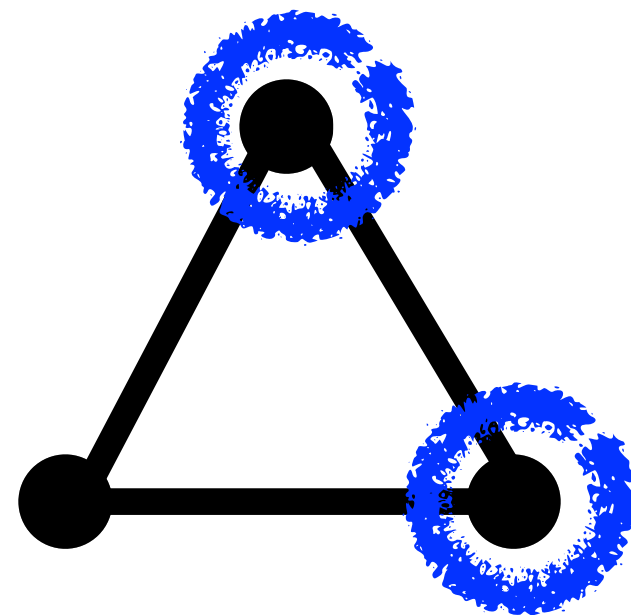
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

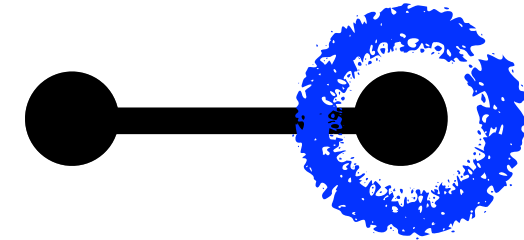


$n$  Knoten

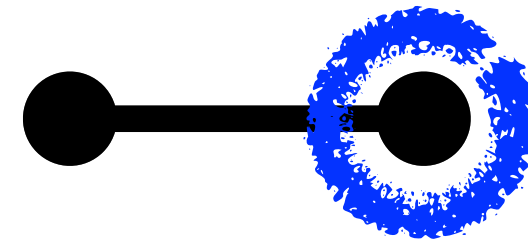


# Entscheidungskomponenten

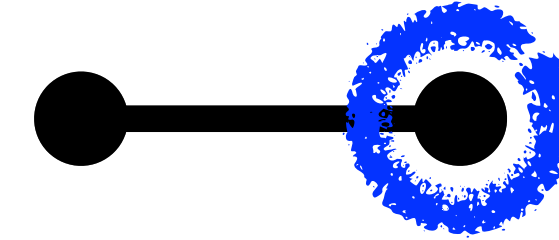
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



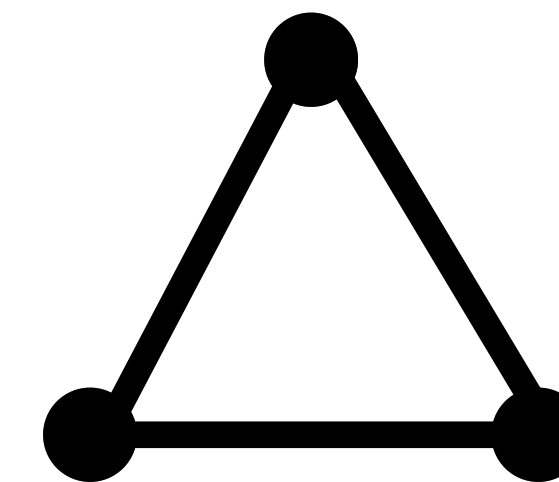
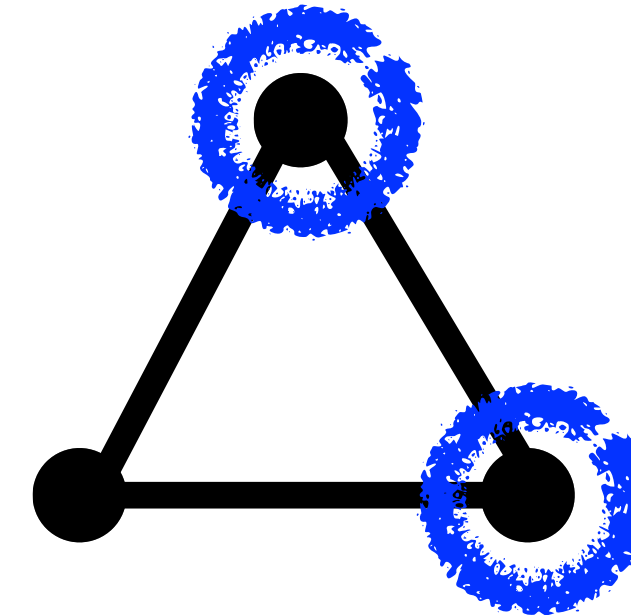
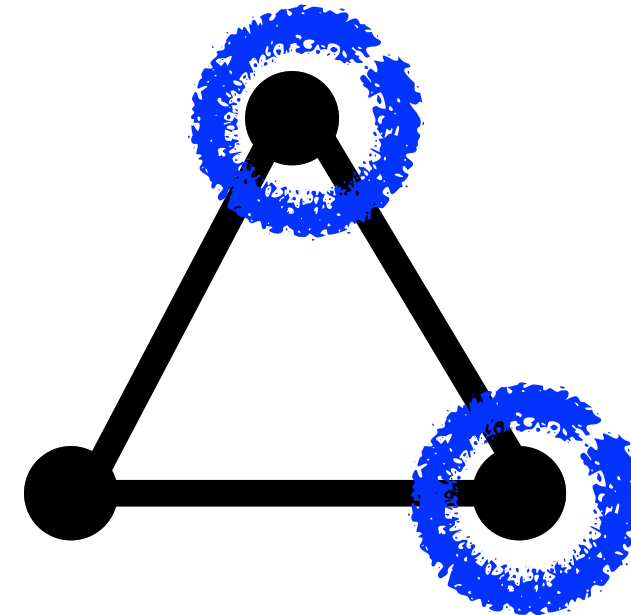
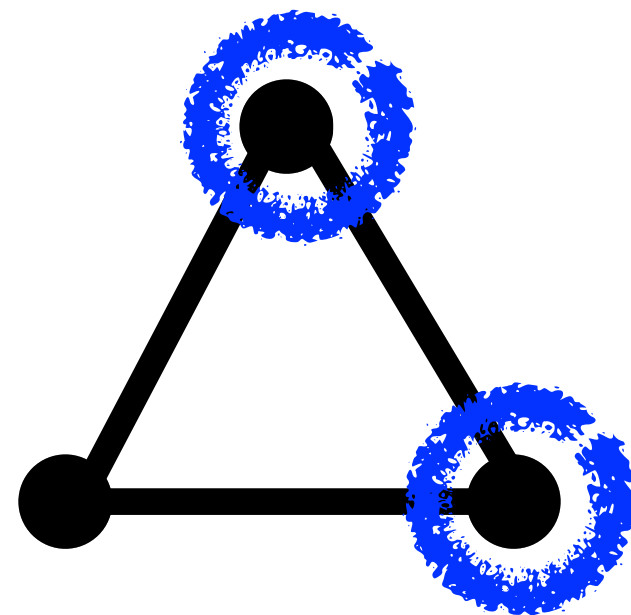
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

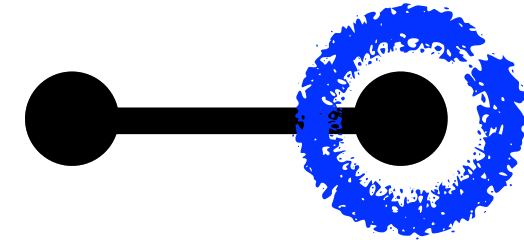


$n$  Knoten

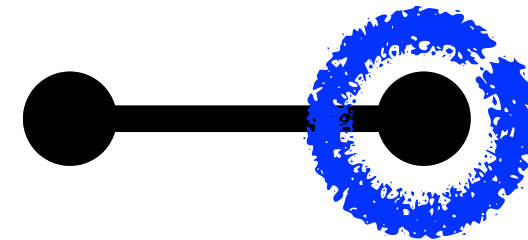


# Entscheidungskomponenten

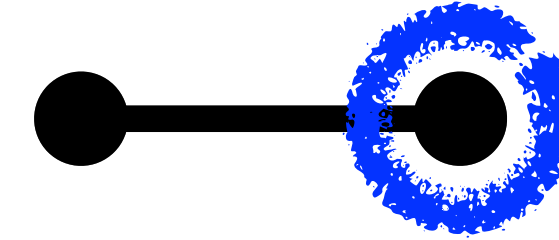
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



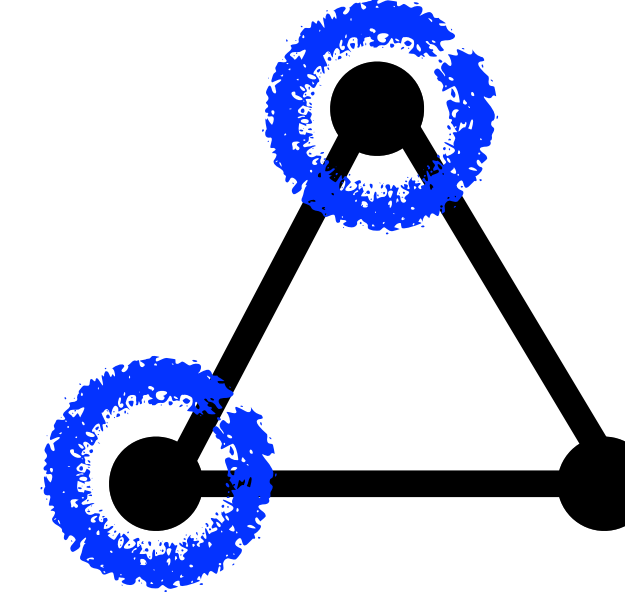
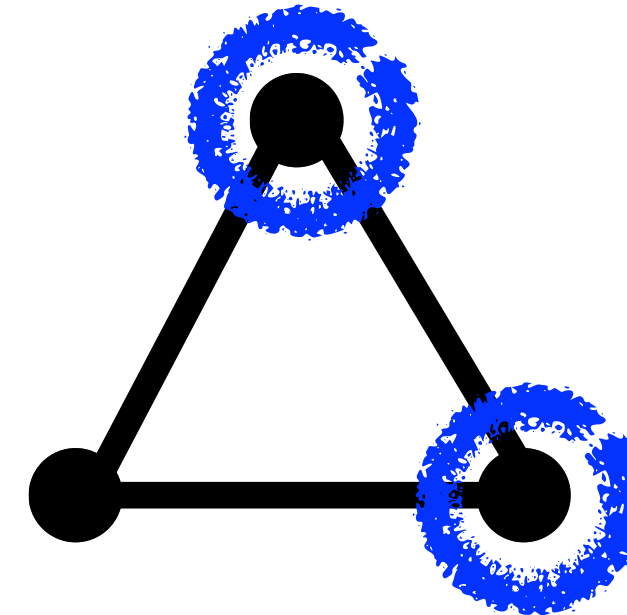
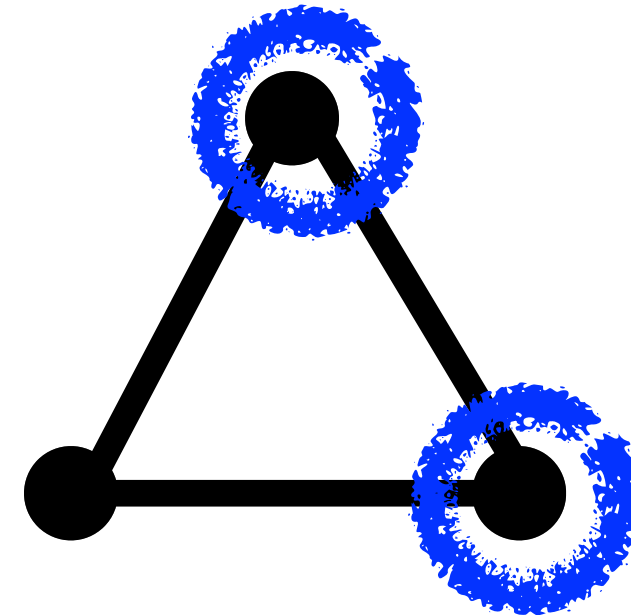
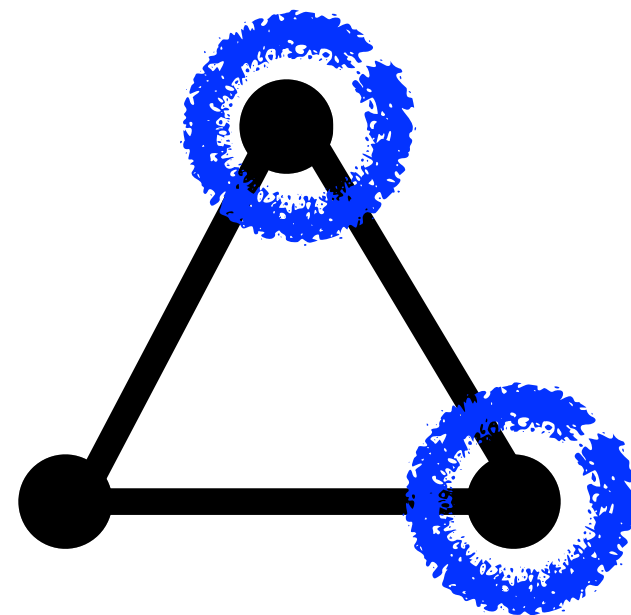
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

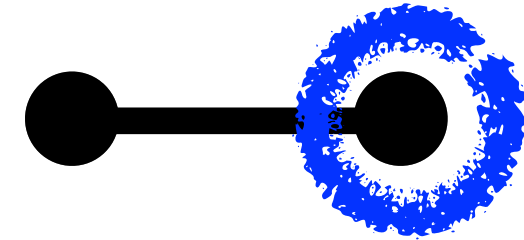


$n$  Knoten

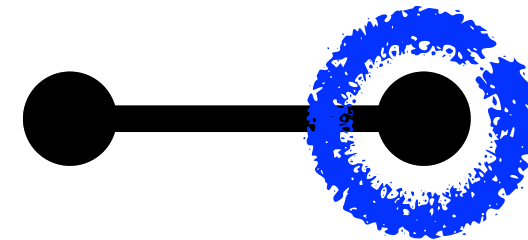


# Entscheidungskomponenten

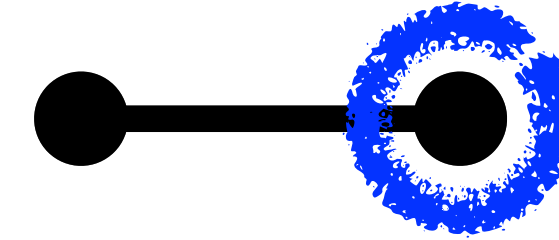
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



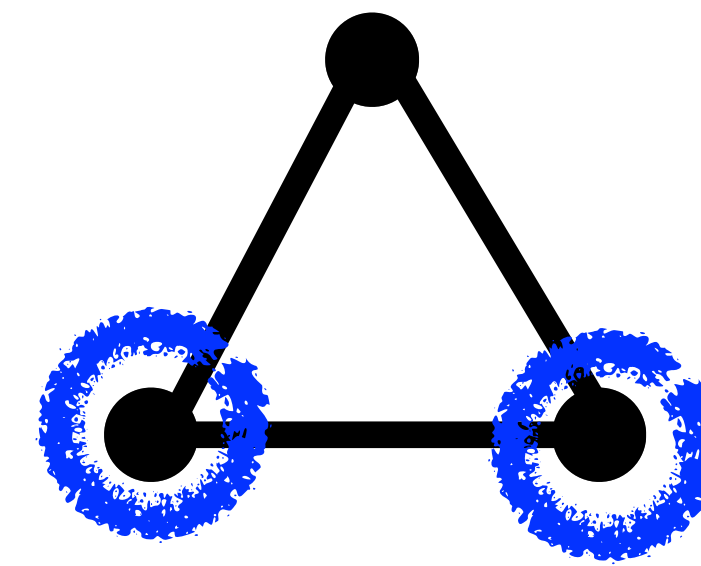
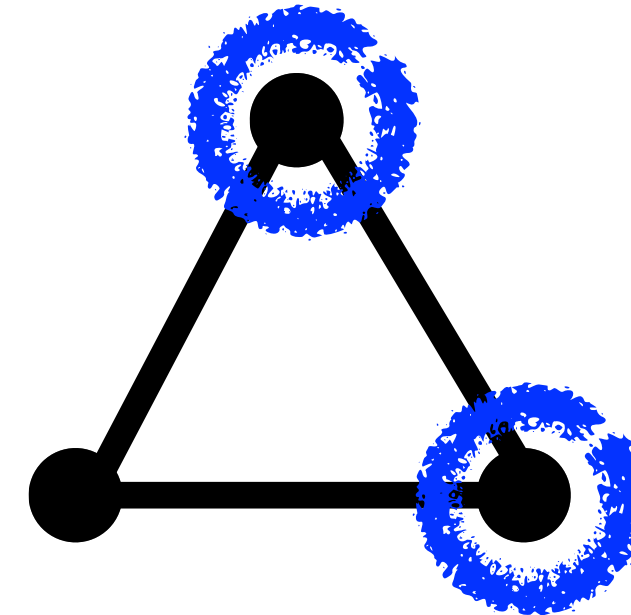
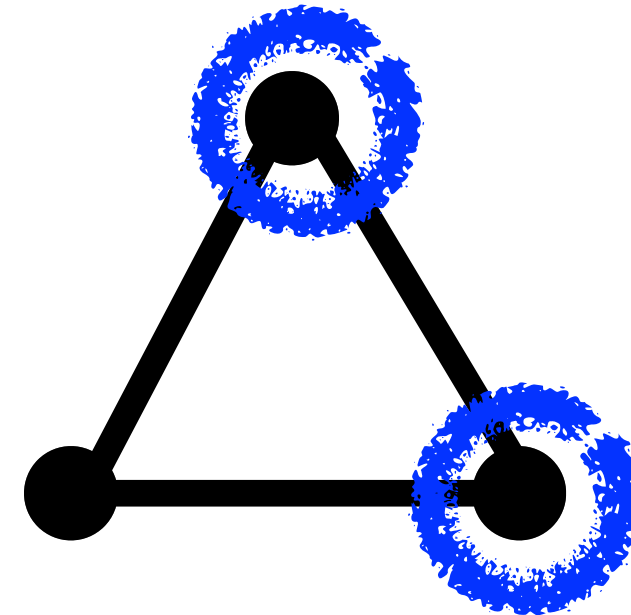
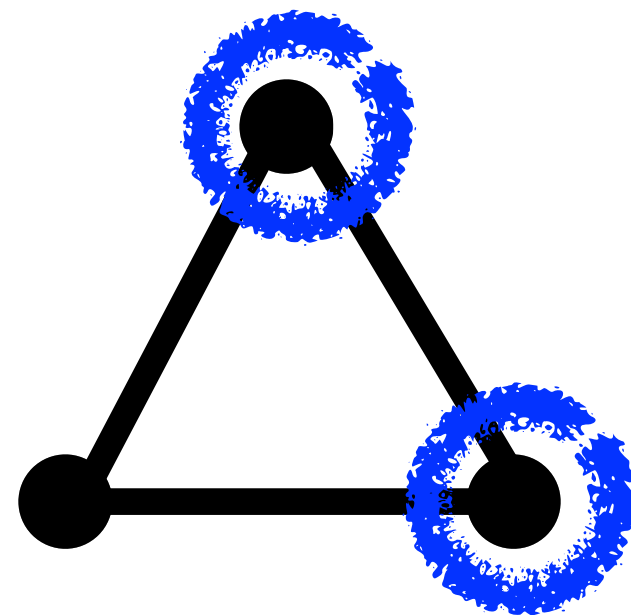
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

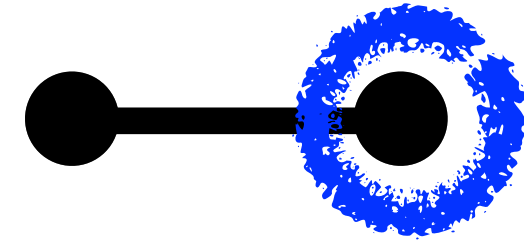


$n$  Knoten

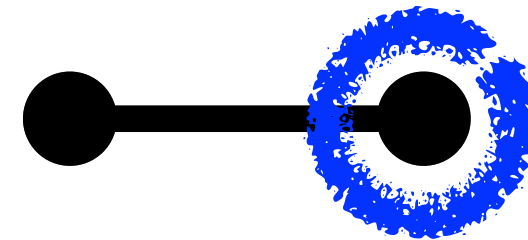


# Entscheidungskomponenten

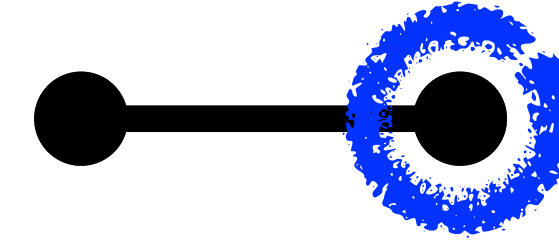
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



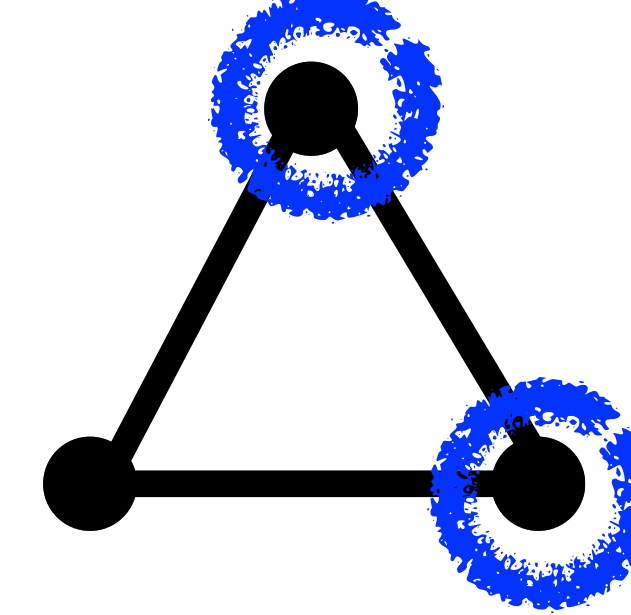
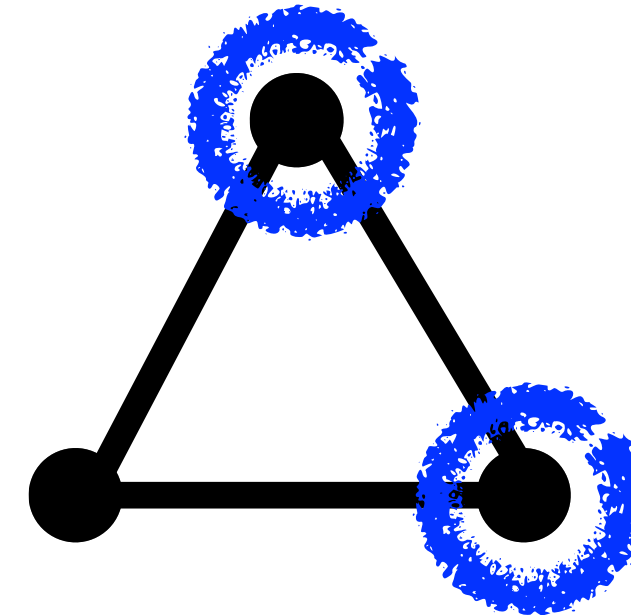
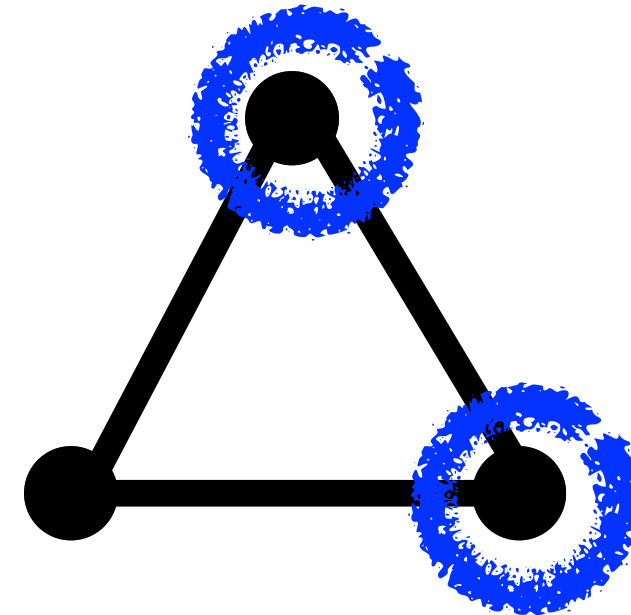
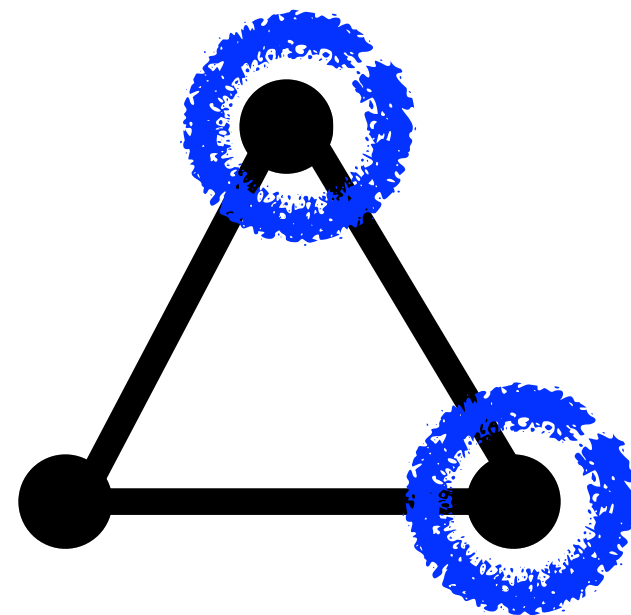
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

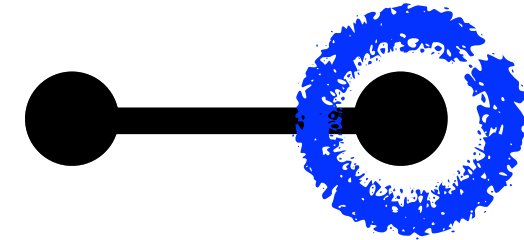


$n$  Knoten

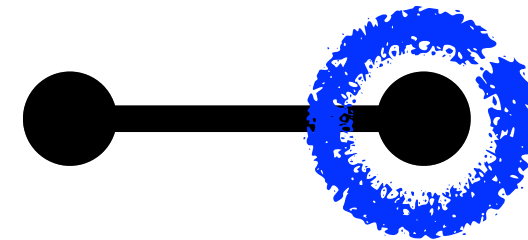


# Entscheidungskomponenten

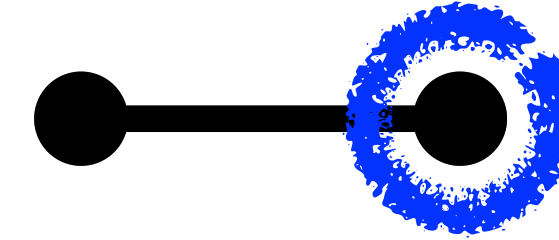
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



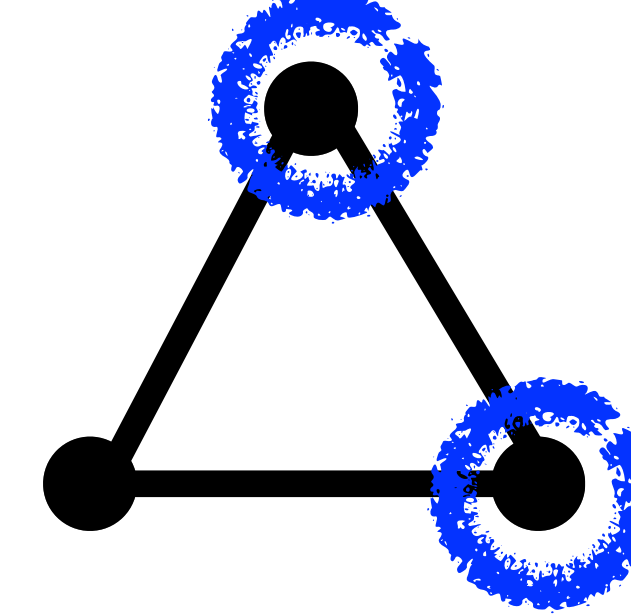
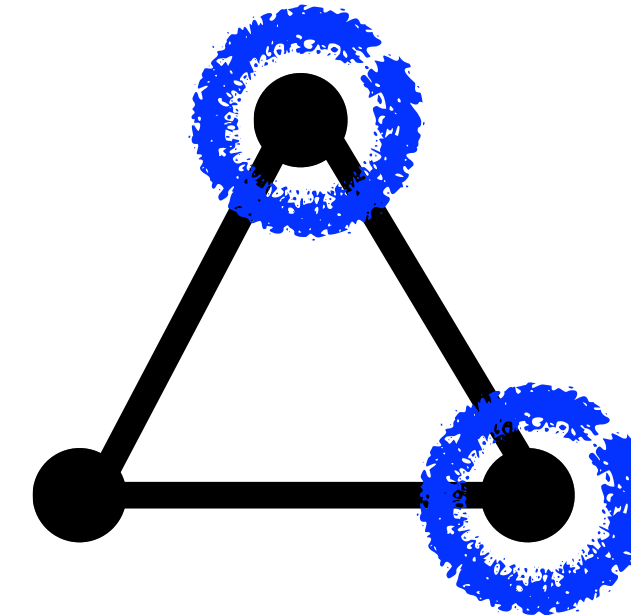
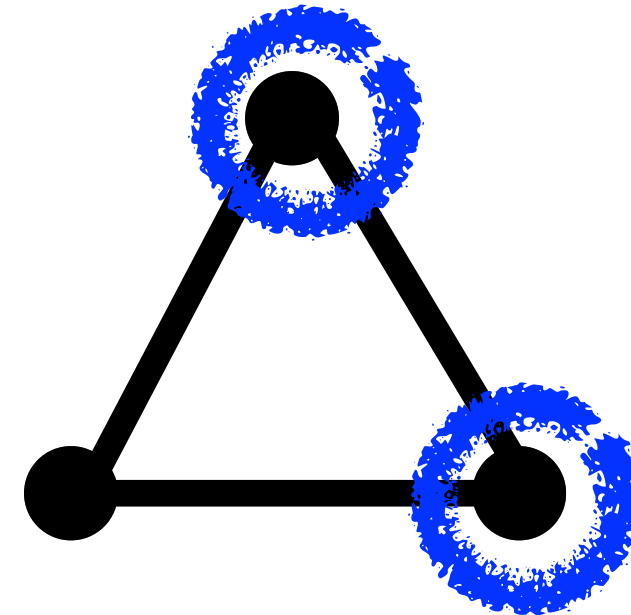
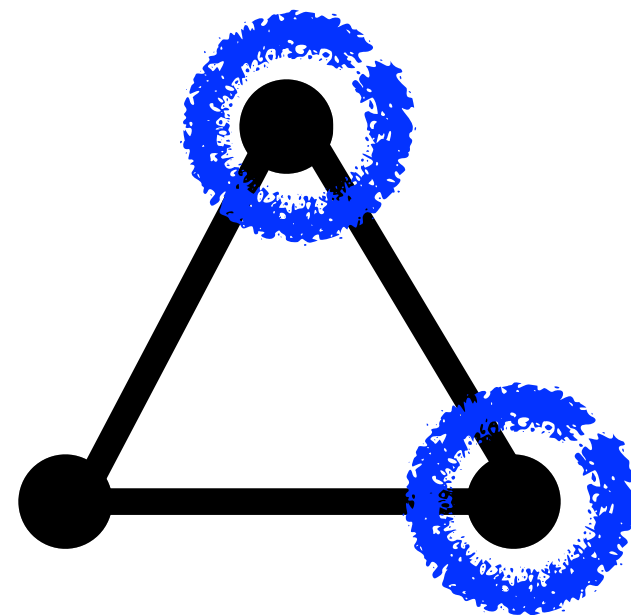
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

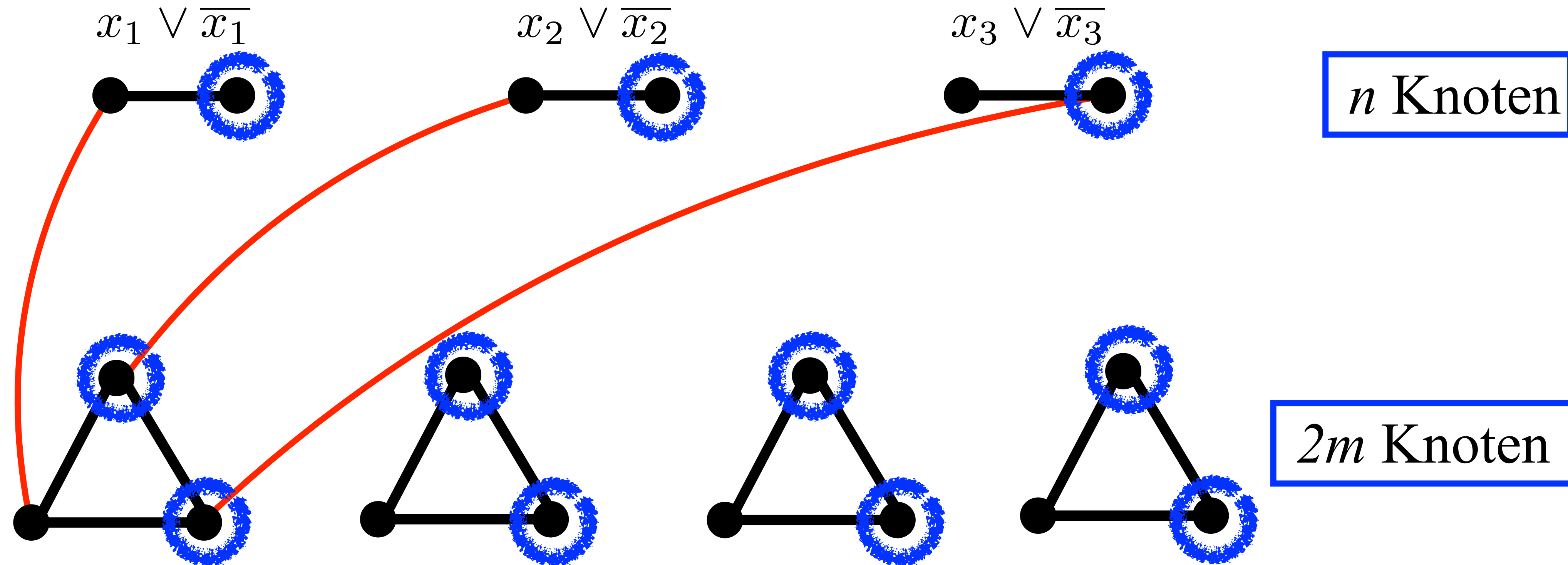


$n$  Knoten

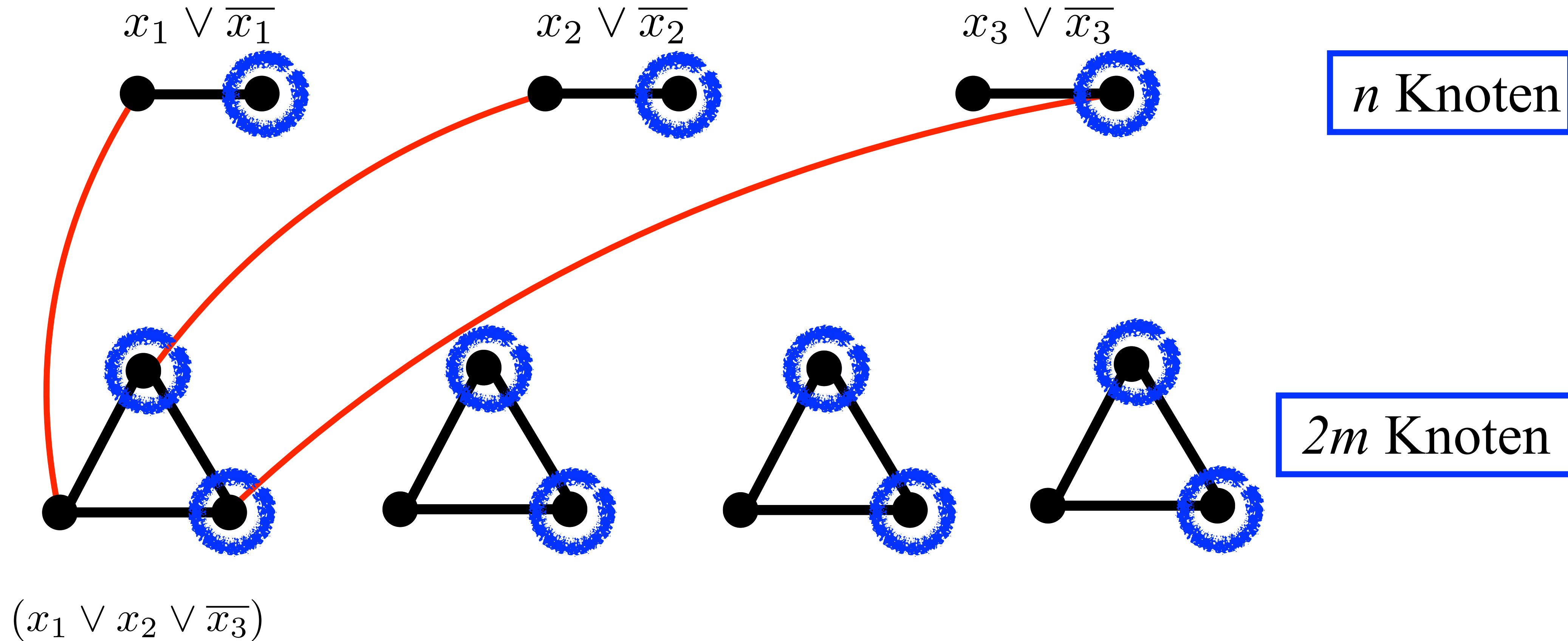


$2m$  Knoten

# Entscheidungskomponenten

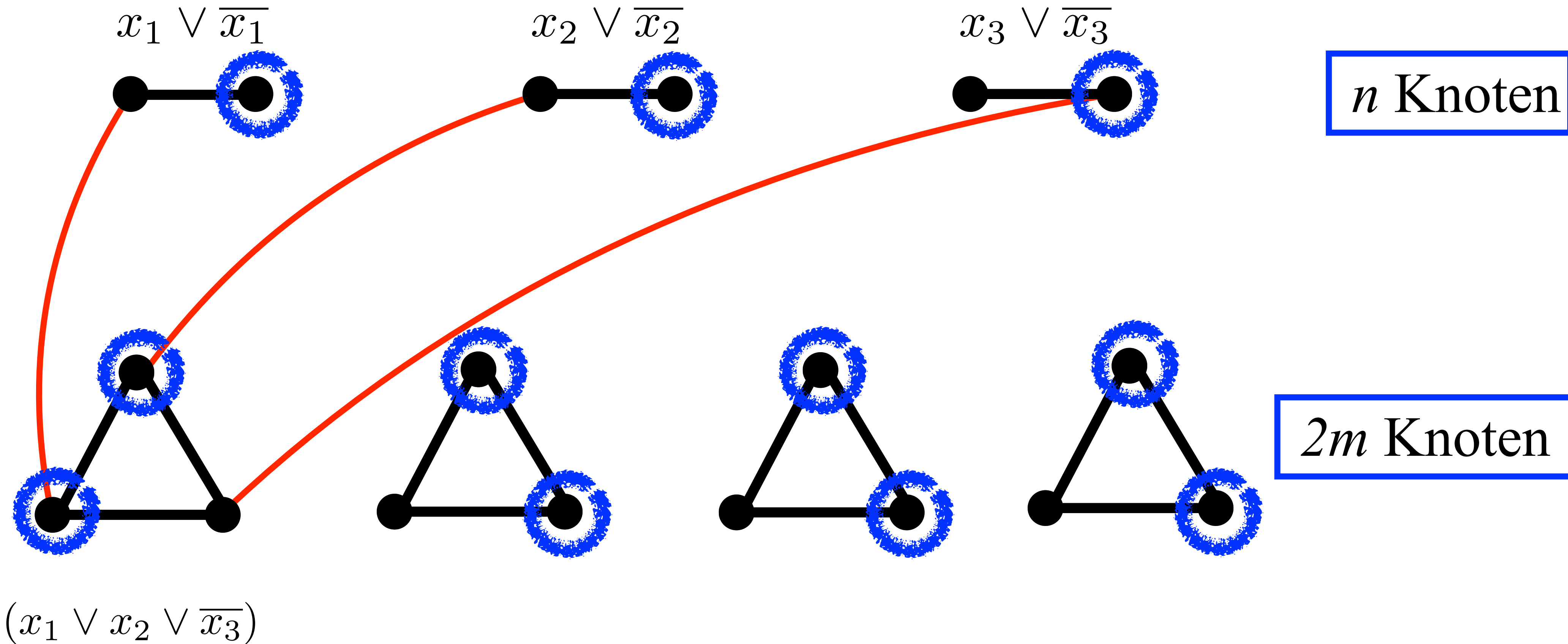


# Entscheidungskomponenten

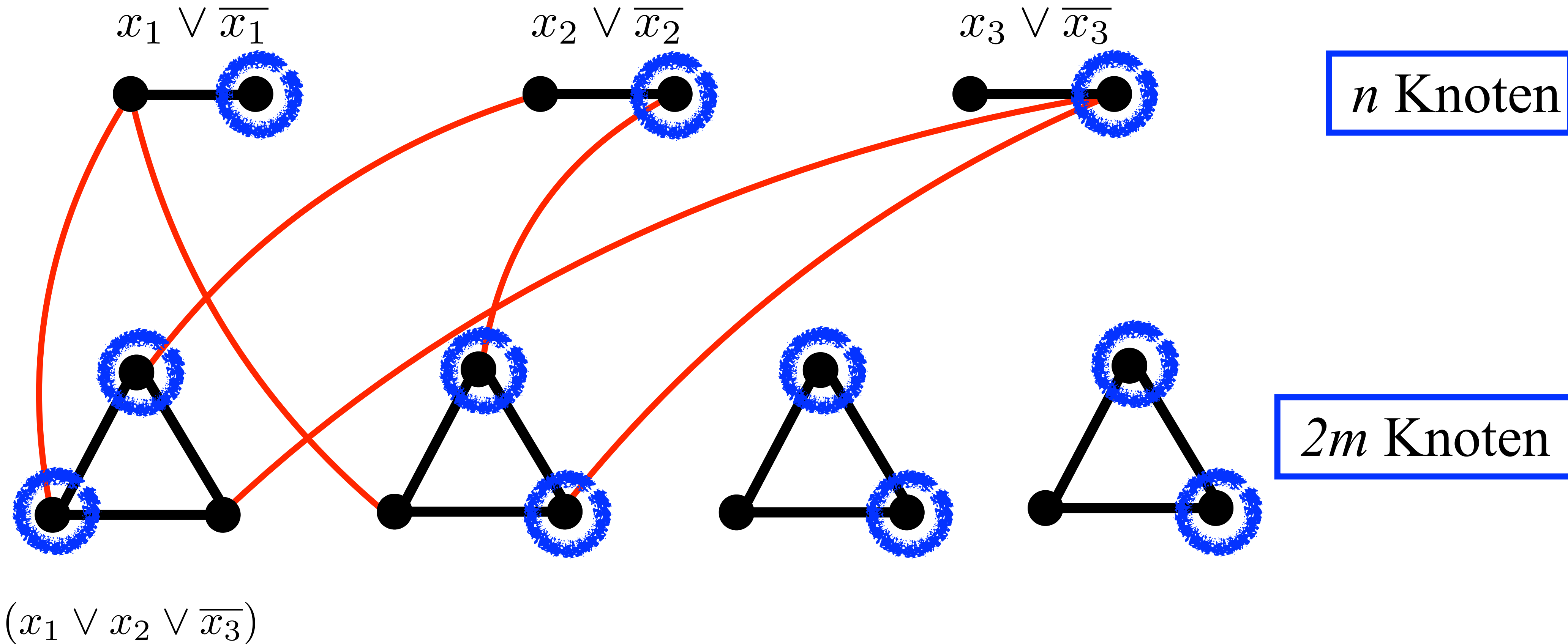




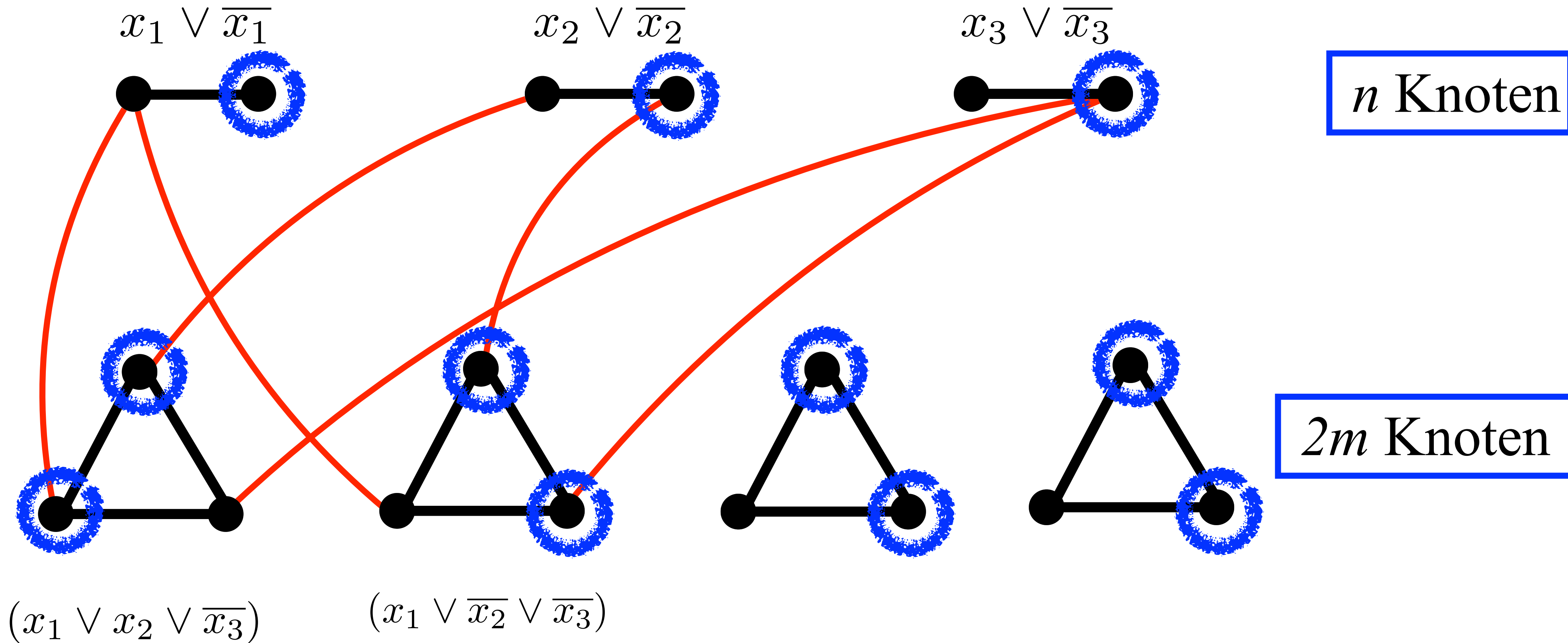
# Entscheidungskomponenten



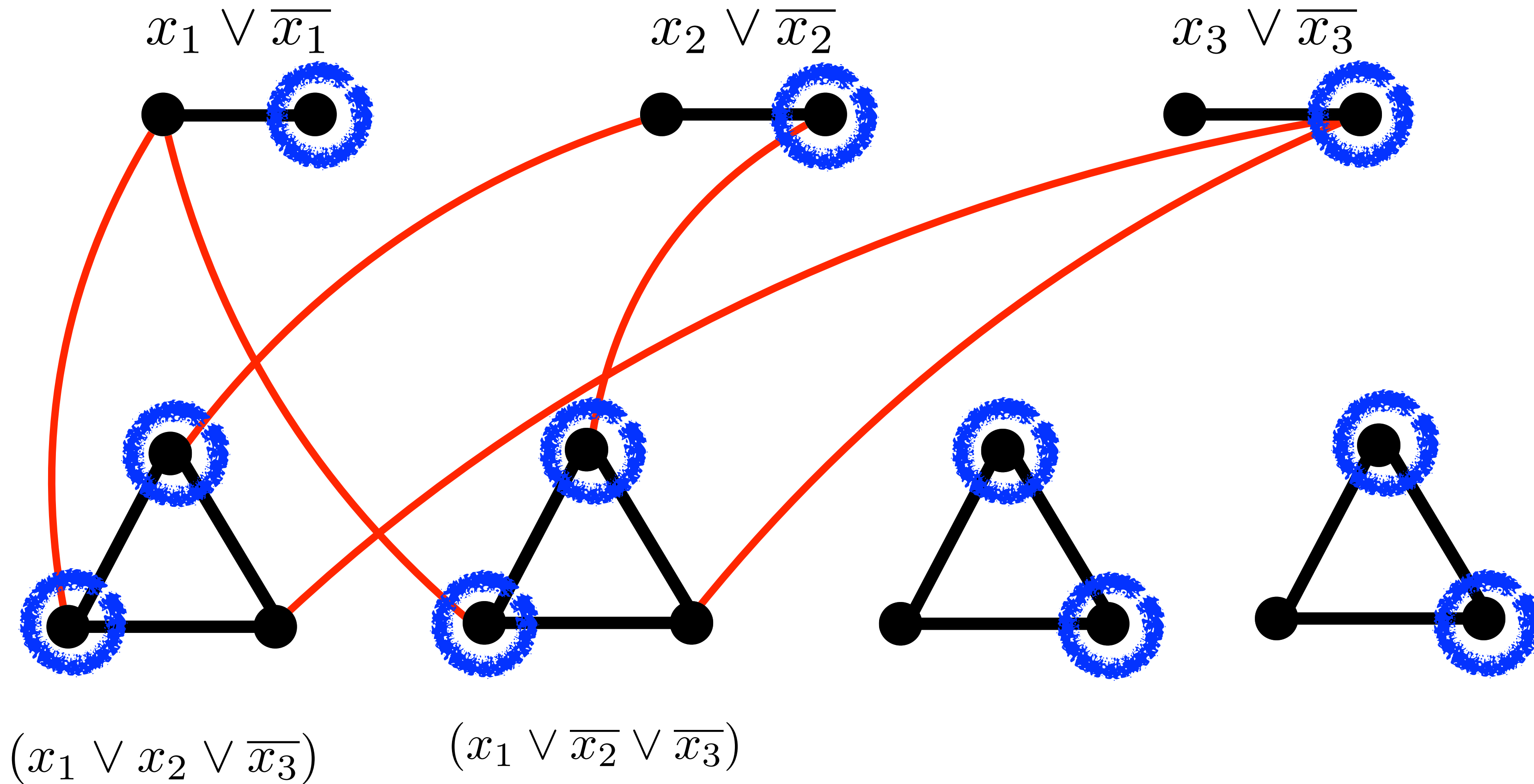
# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten



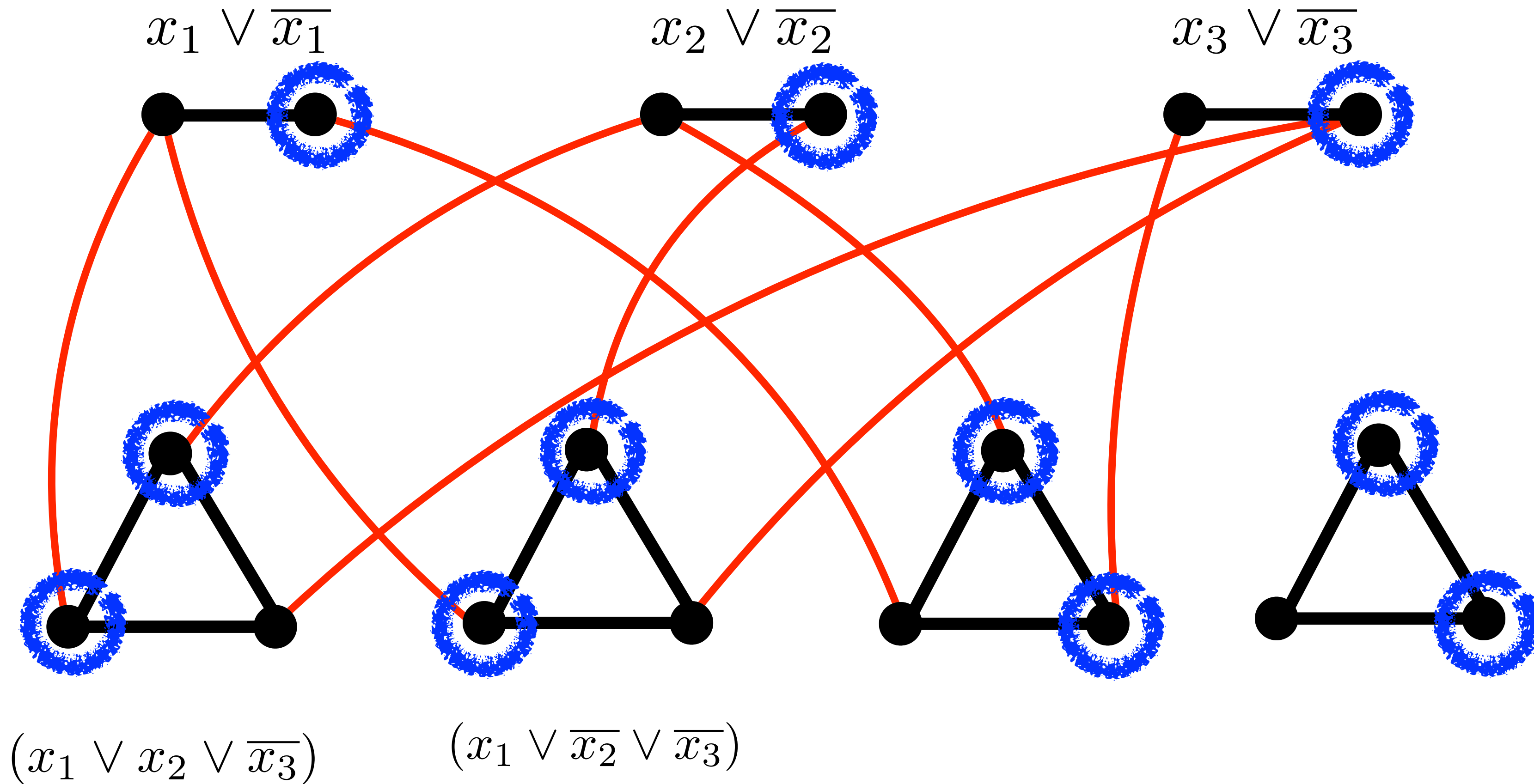
# Entscheidungskomponenten



$n$  Knoten

$2m$  Knoten

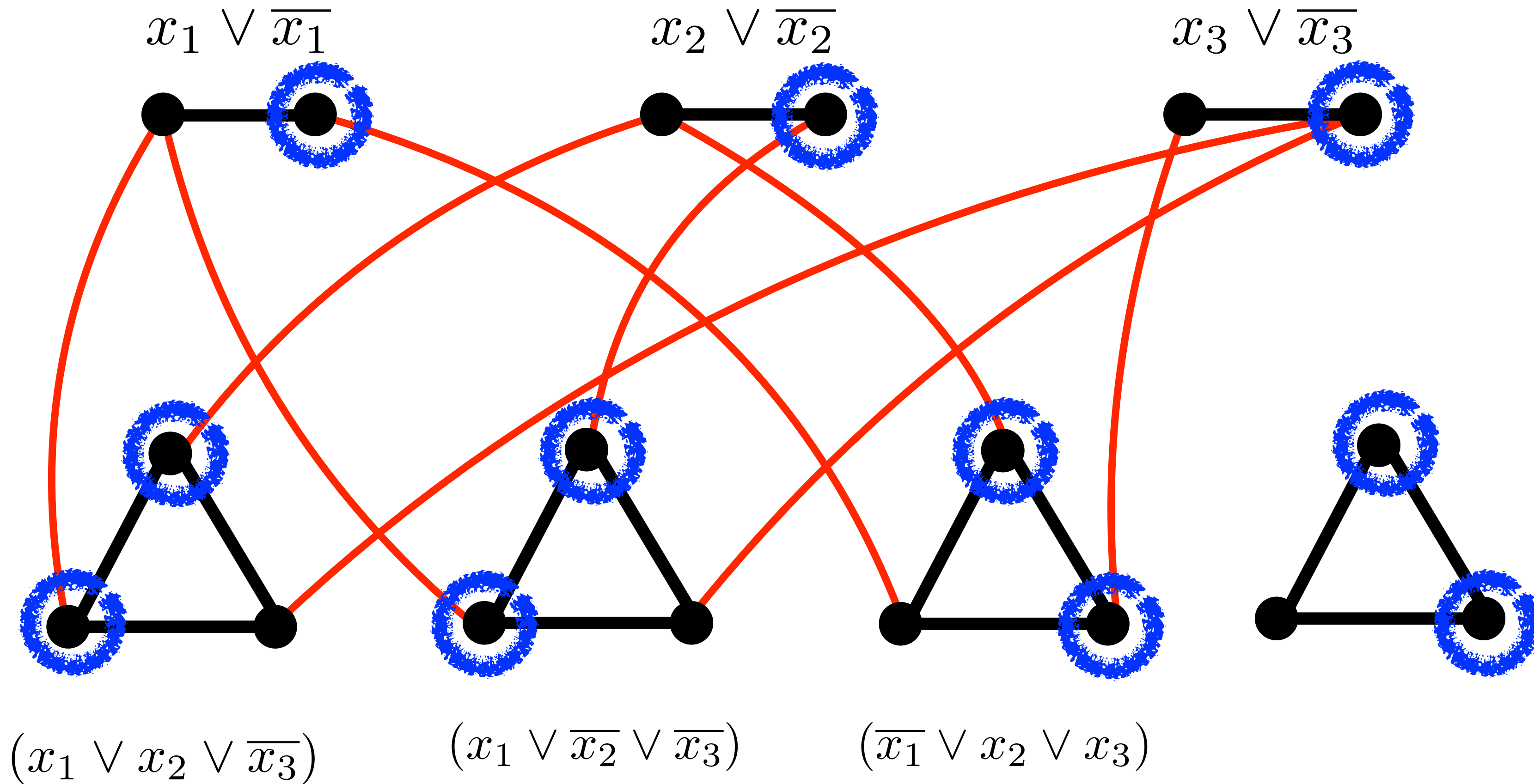
# Entscheidungskomponenten



$n$  Knoten

$2m$  Knoten

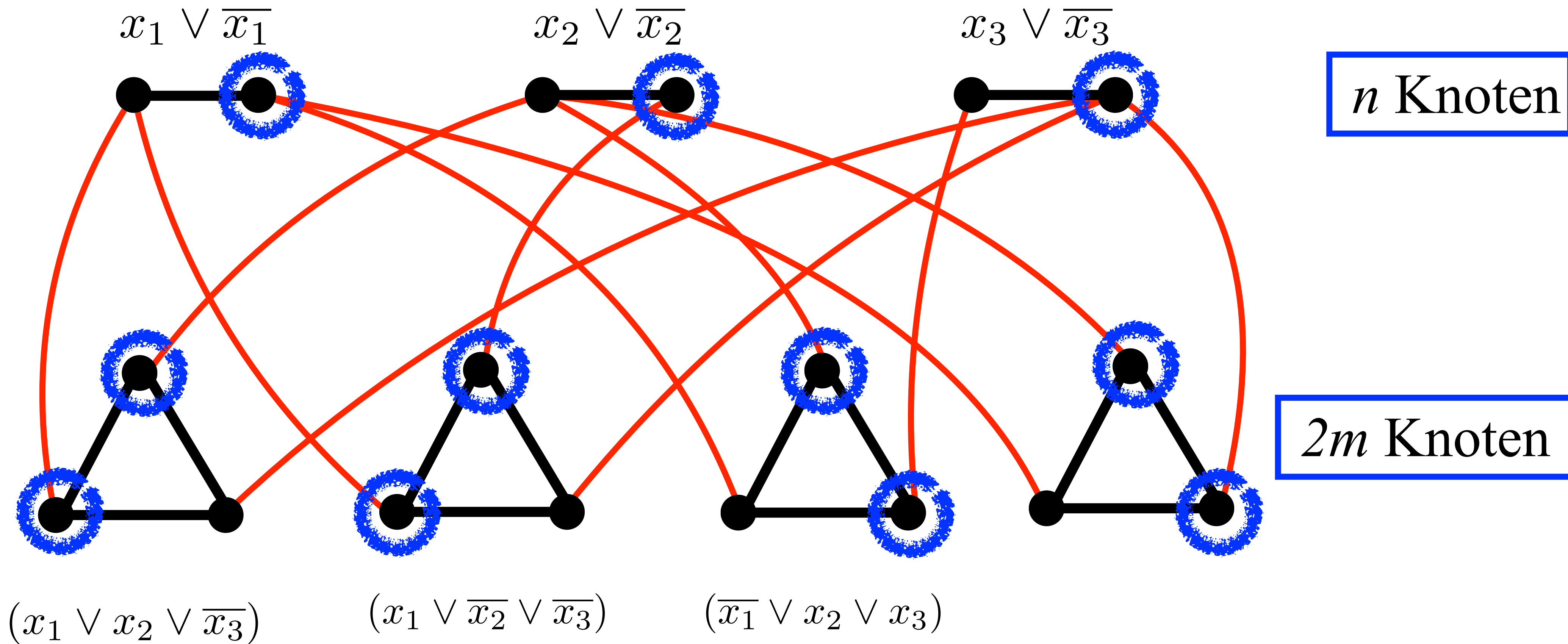
# Entscheidungskomponenten



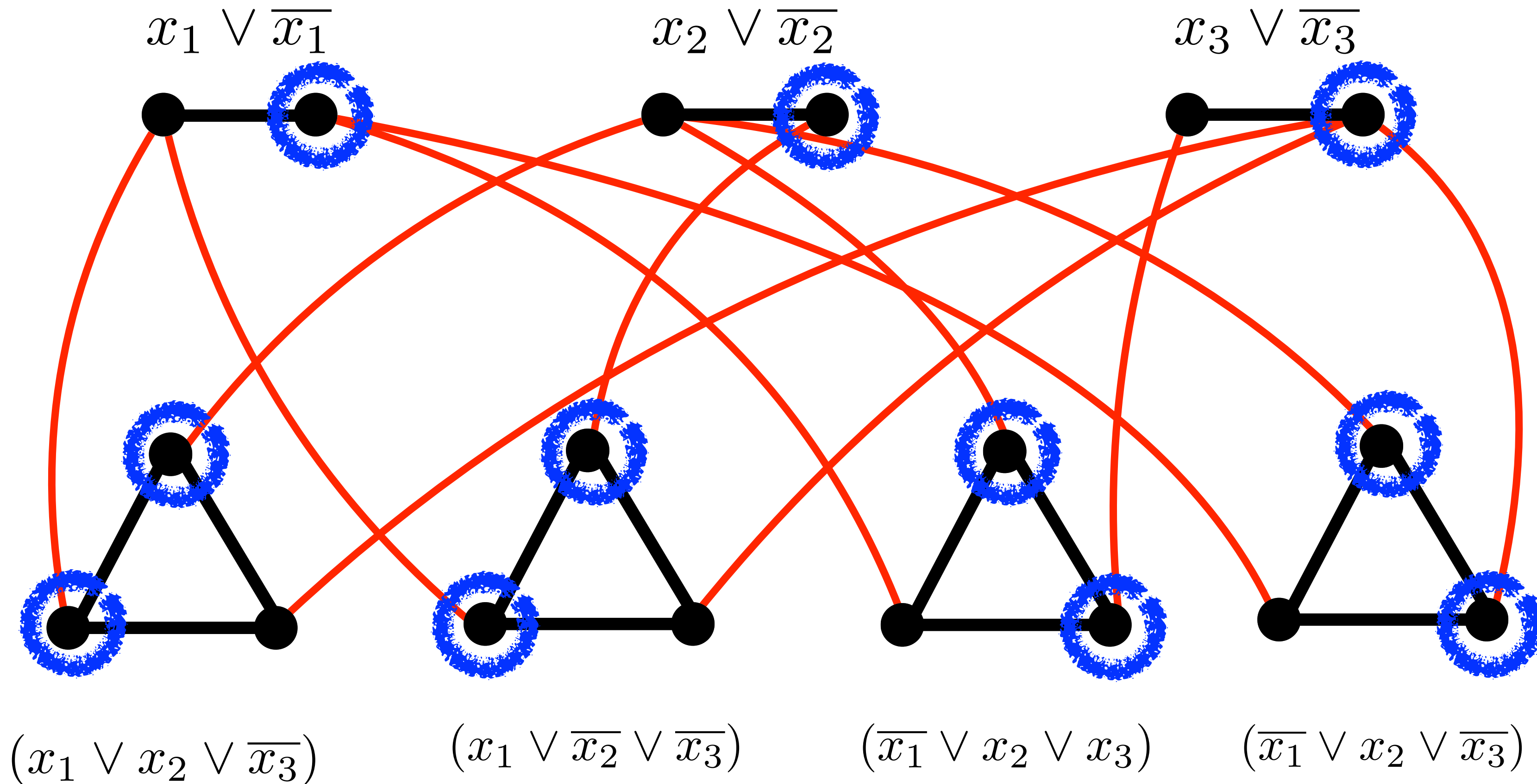
$n$  Knoten

$2m$  Knoten

# Entscheidungskomponenten



# Entscheidungskomponenten

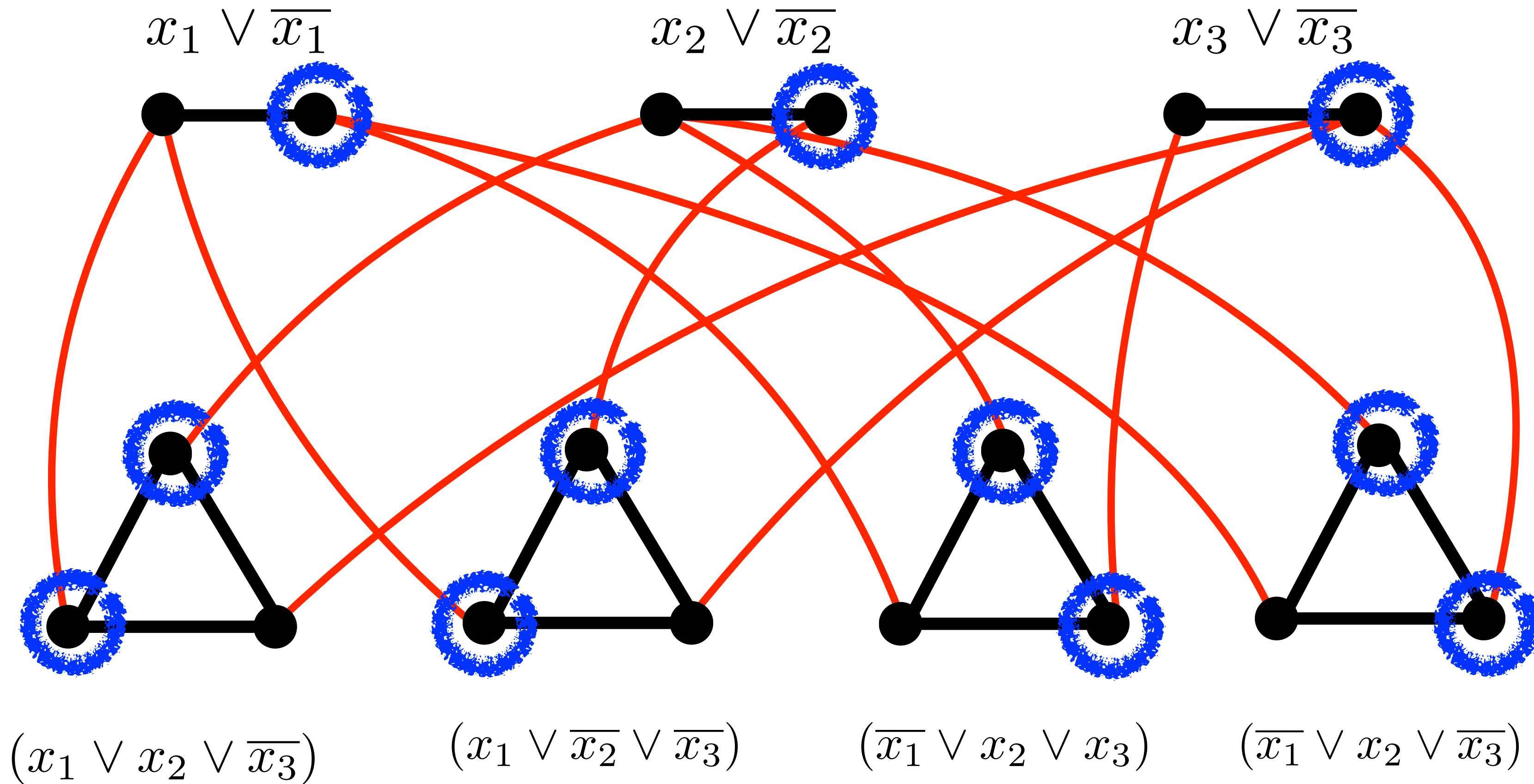


$n$  Knoten

$2m$  Knoten



# Entscheidungskomponenten



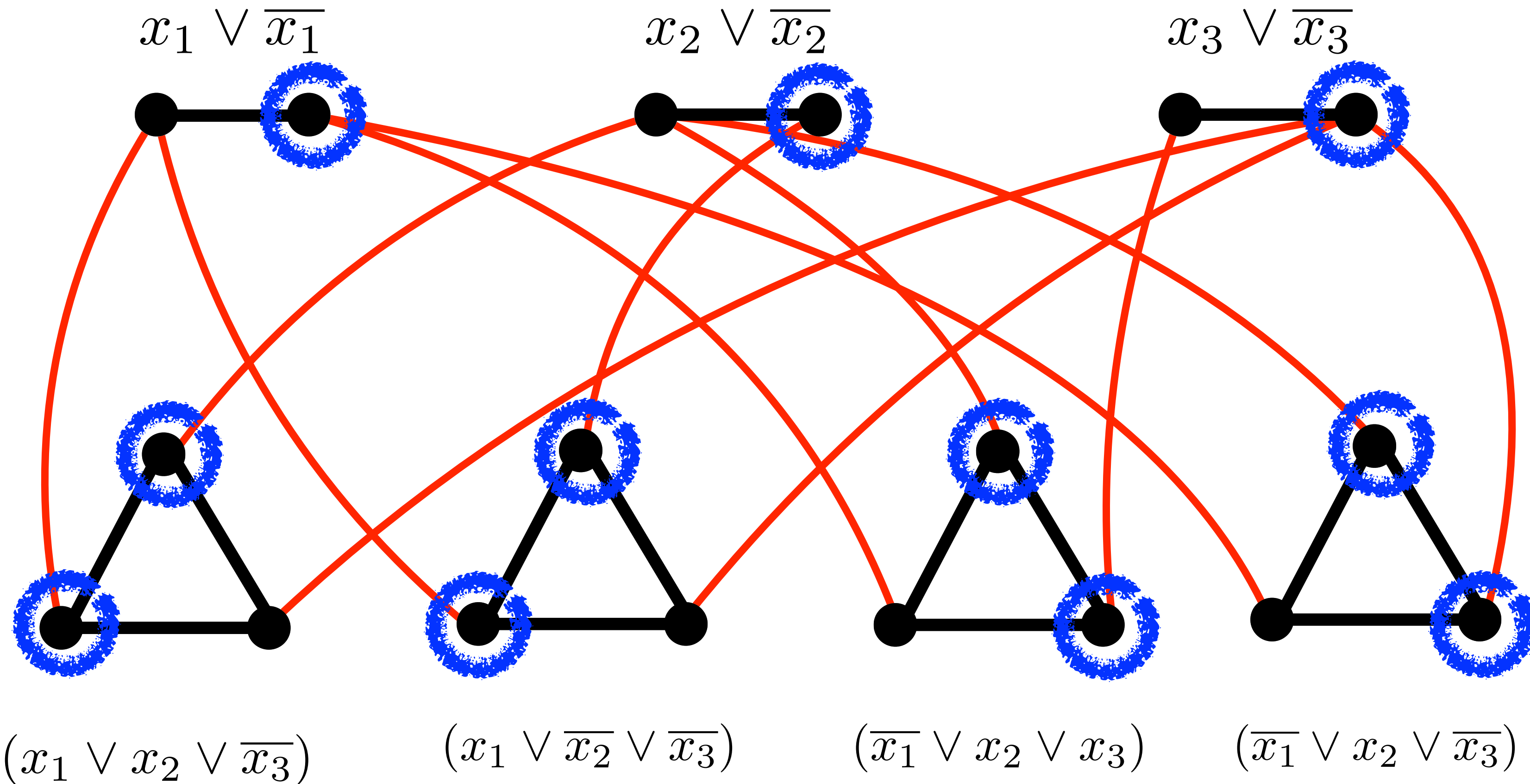
$n$  Knoten

$0$  Knoten

$2m$  Knoten

# Entscheidungskomponenten

$n$  Variablen



$n$  Knoten

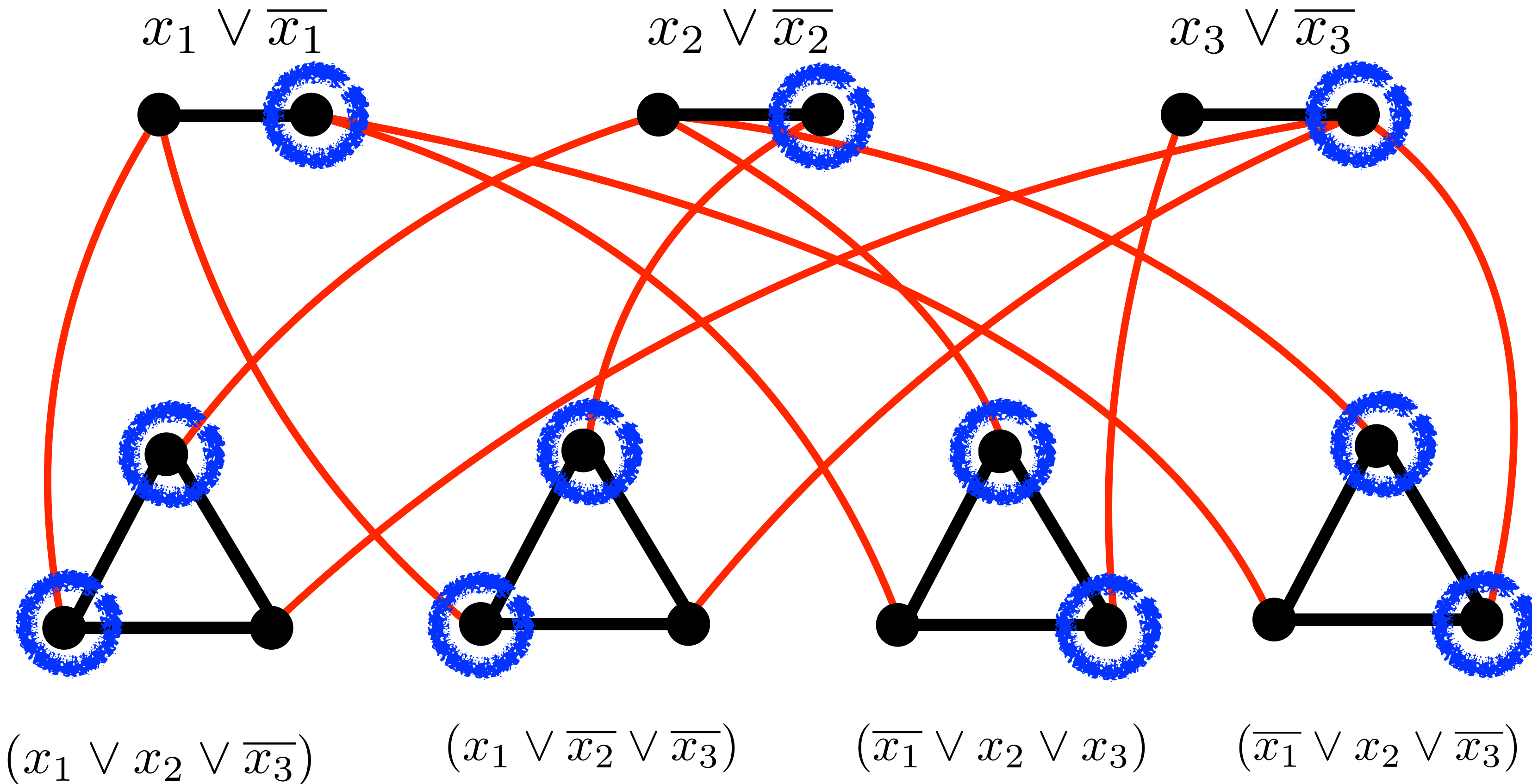
$0$  Knoten

$2m$  Knoten

# Entscheidungskomponenten

$n$  Variablen

$m$  Klauseln



$n$  Knoten

$0$  Knoten

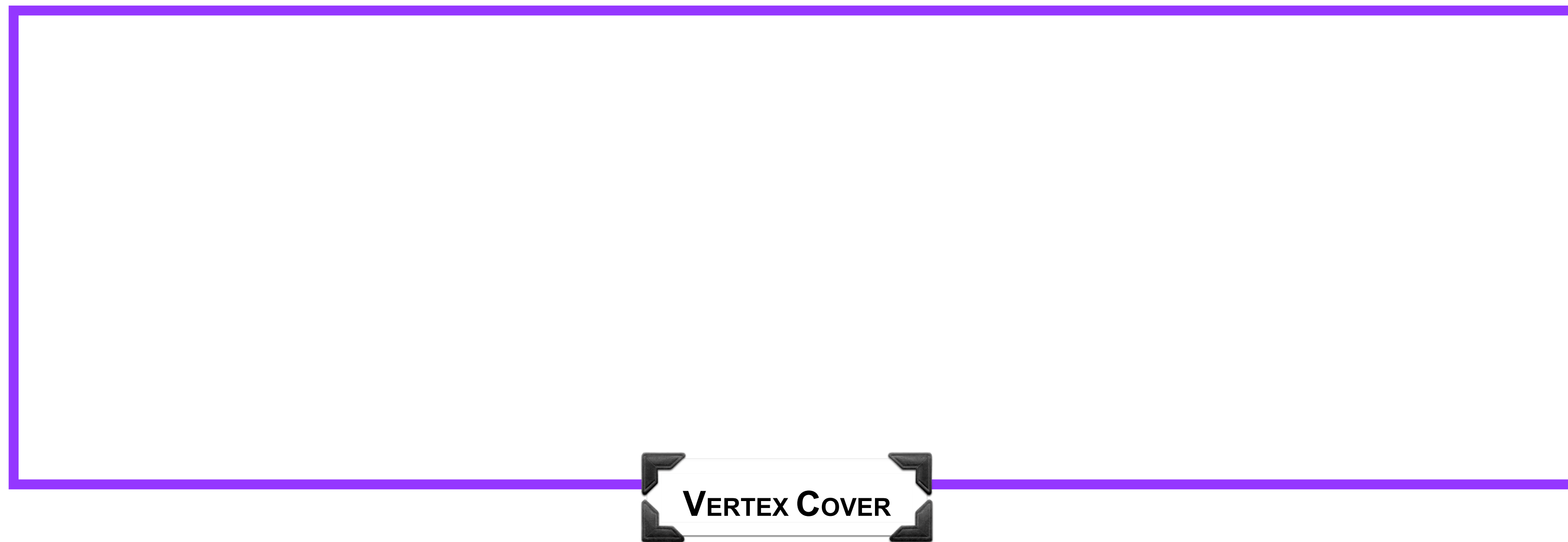
$2m$  Knoten

# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

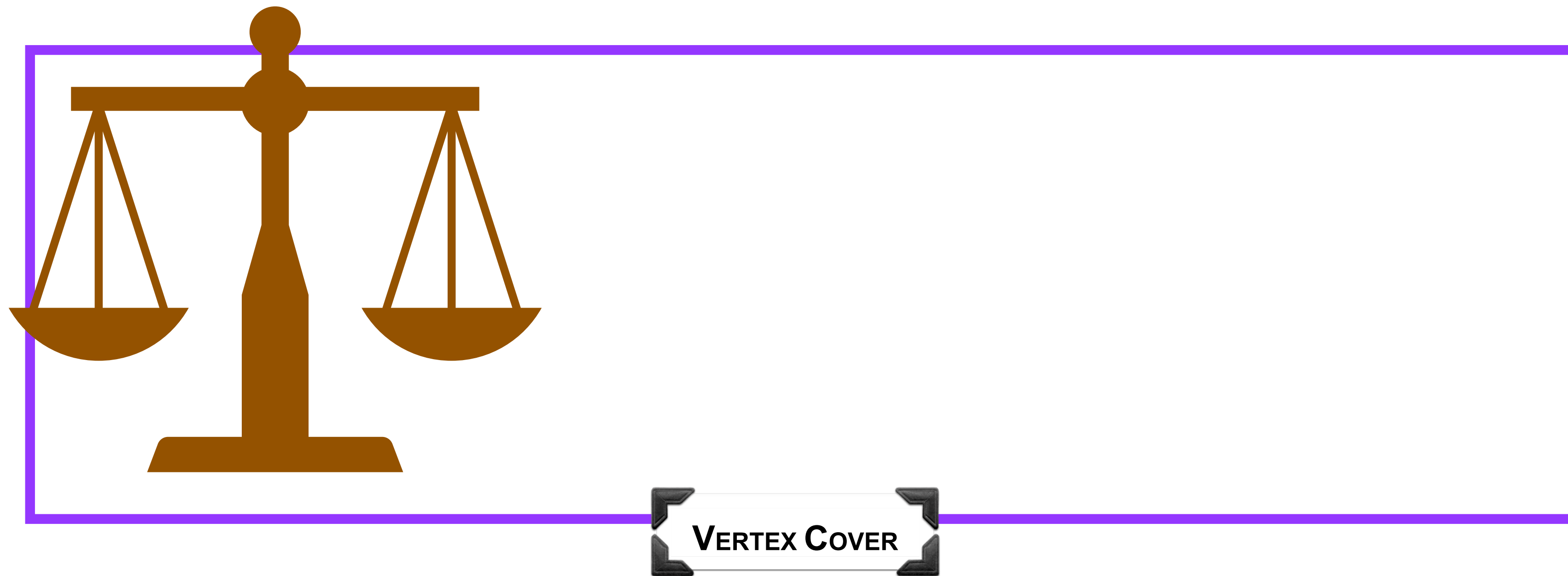
# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

VERTEX COVER

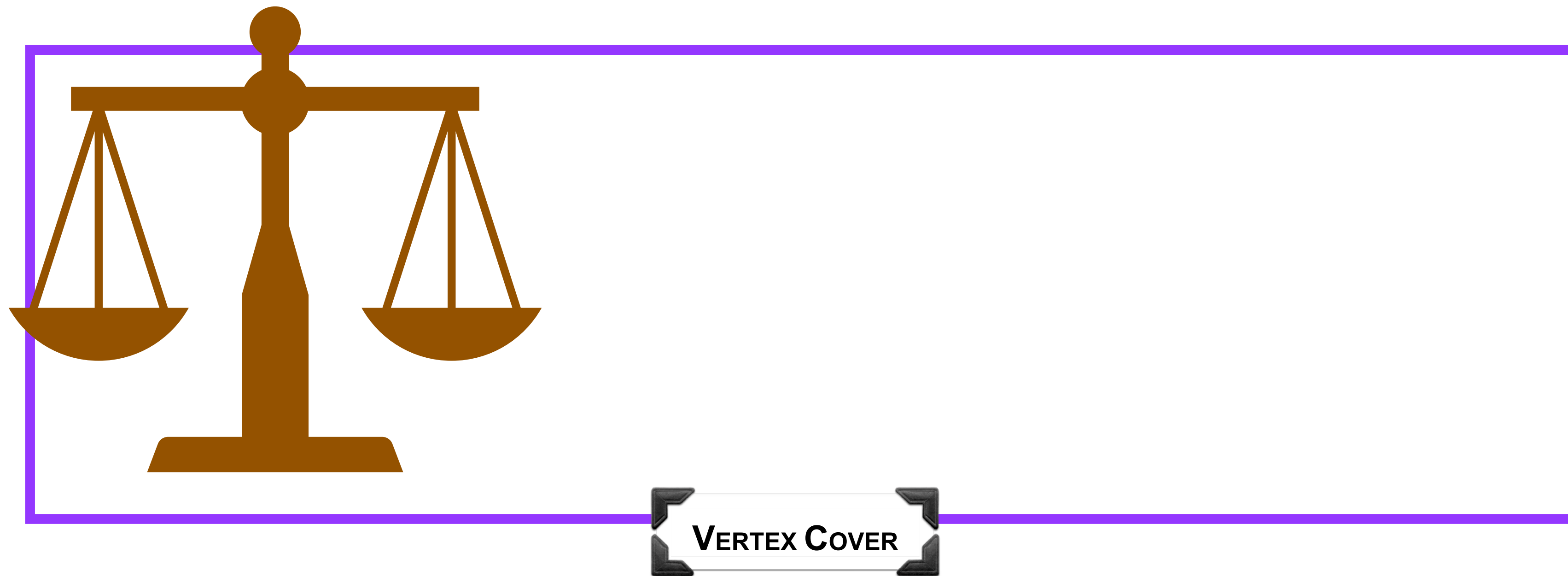
# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



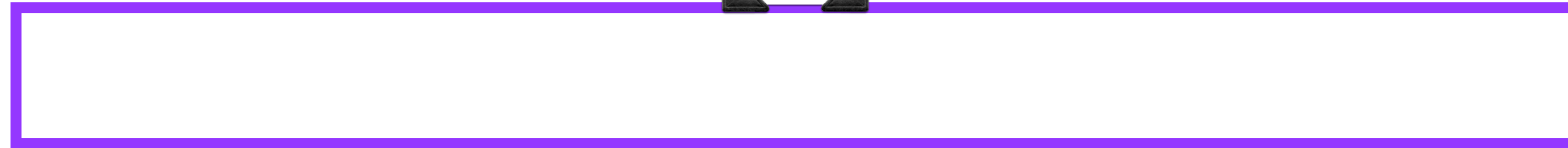
# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



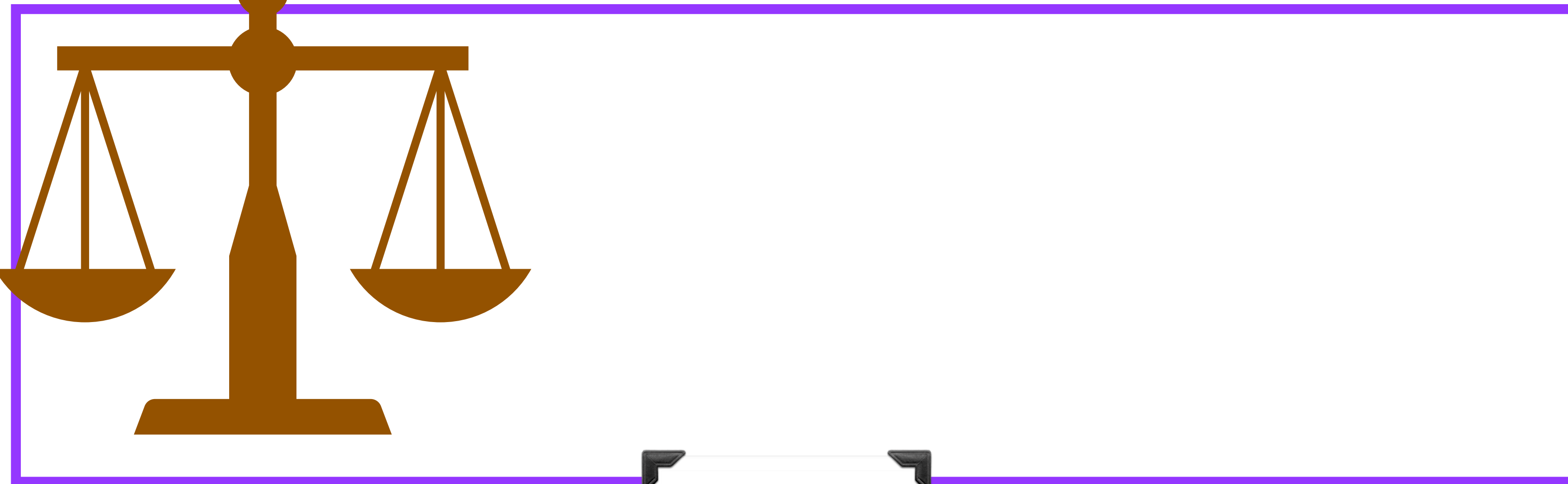


# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

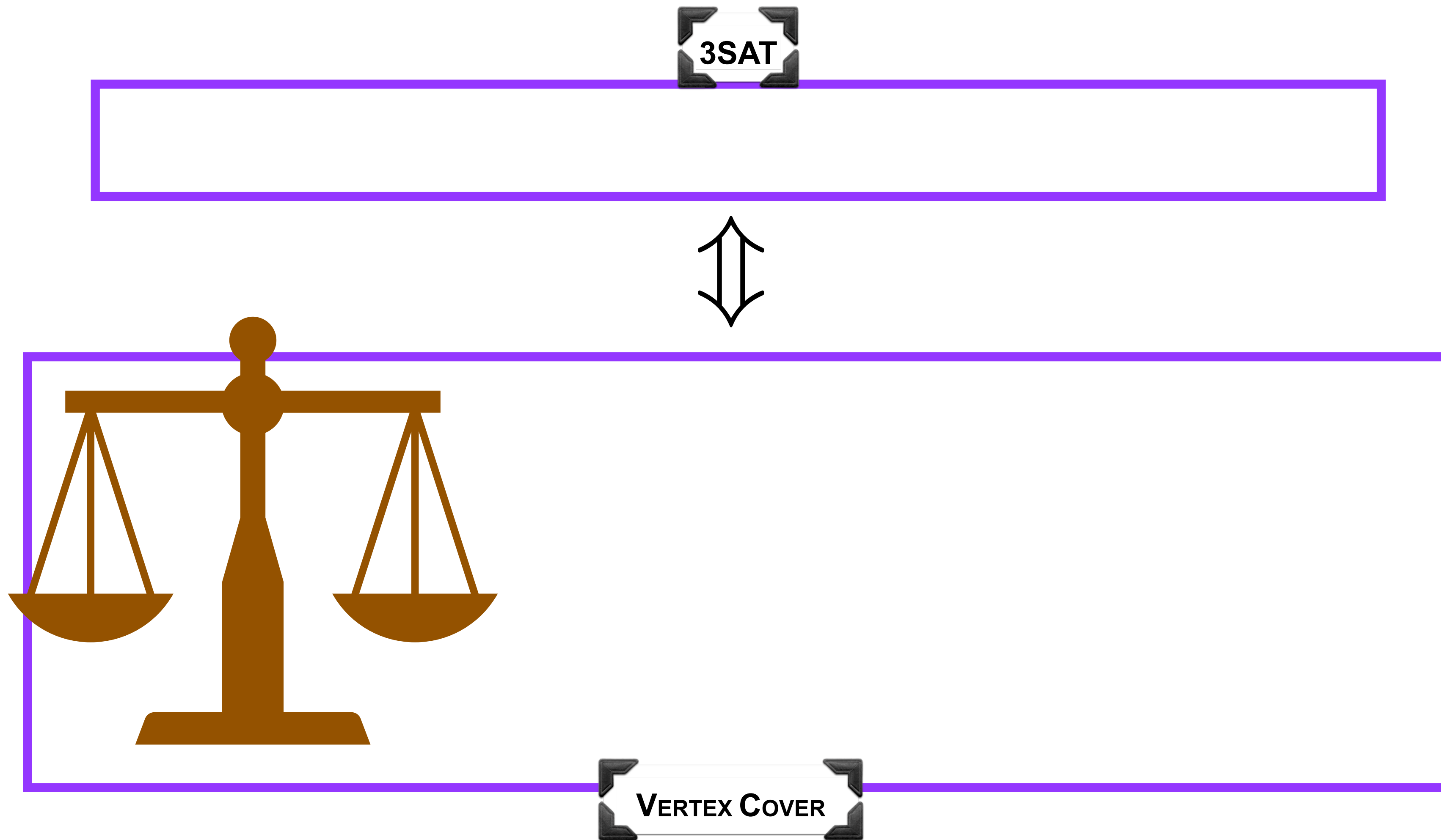
3SAT



VERTEX COVER



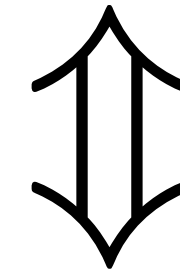
# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

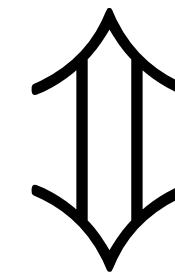


VERTEX COVER

# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

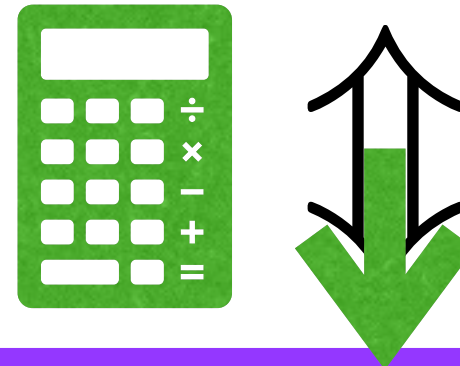


VERTEX COVER

# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

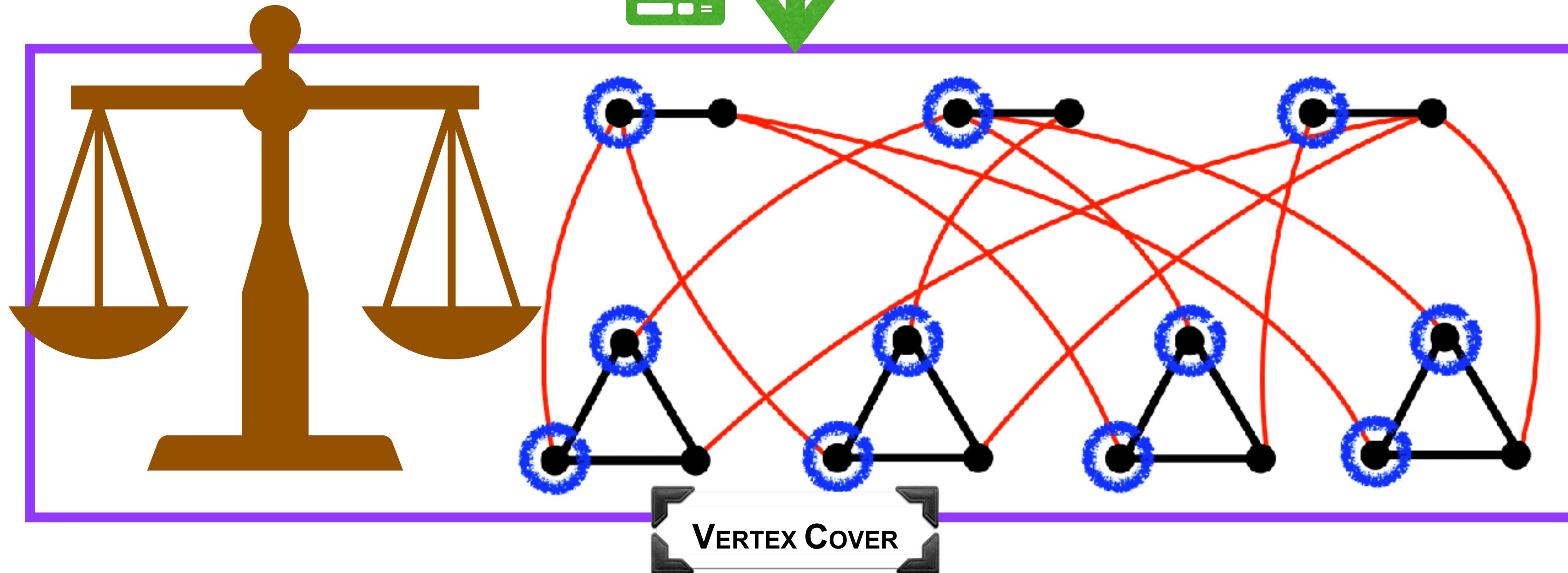


VERTEX COVER

# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

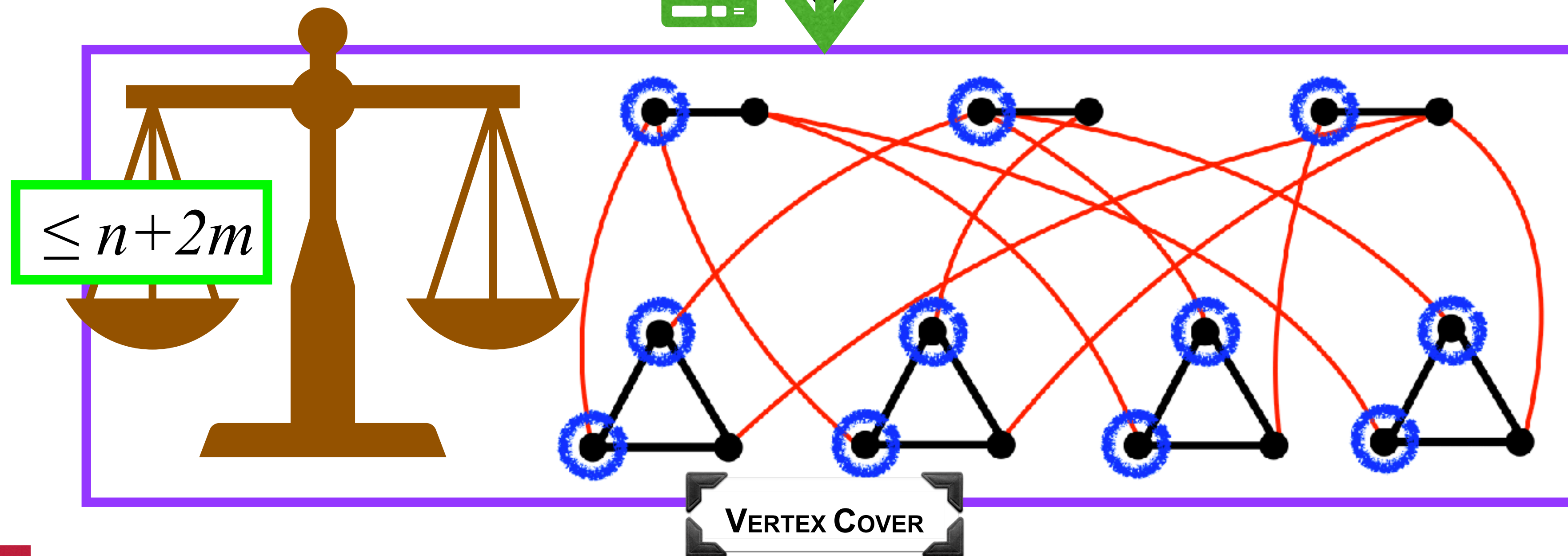
$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

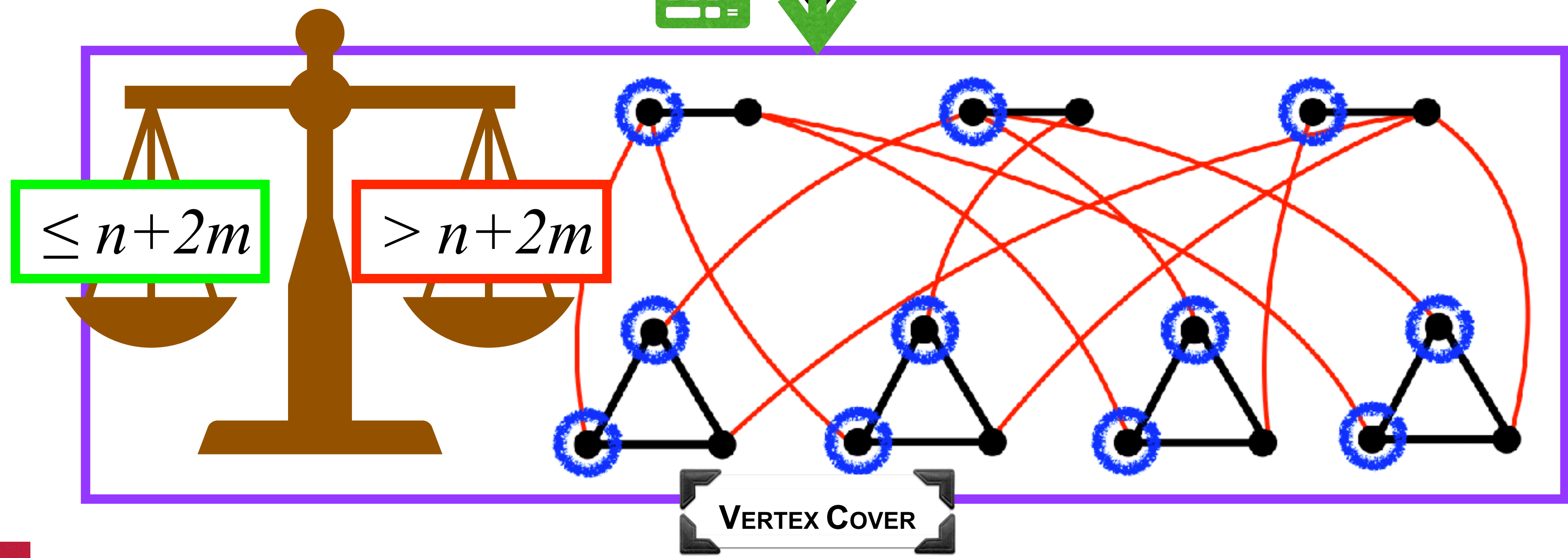
$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

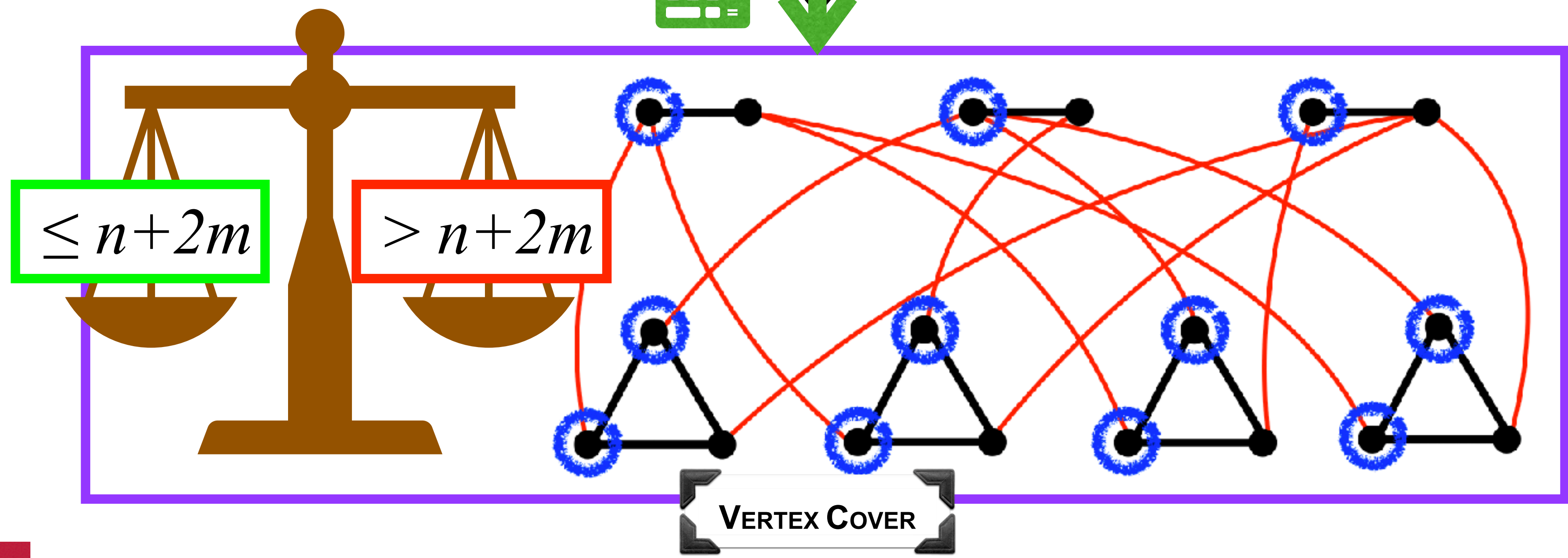
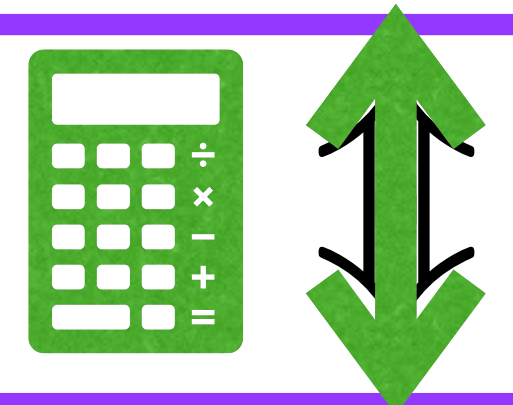




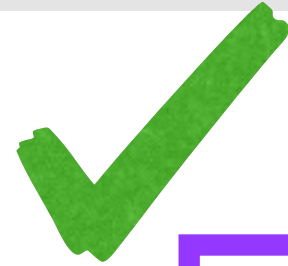
# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

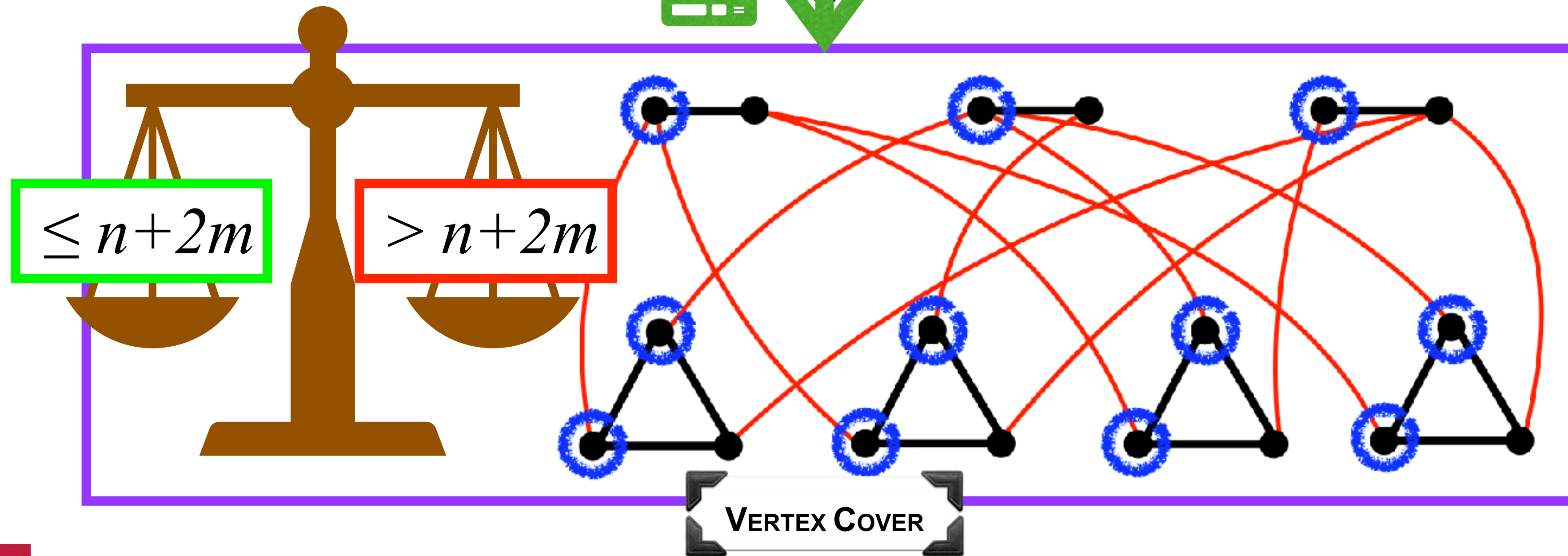
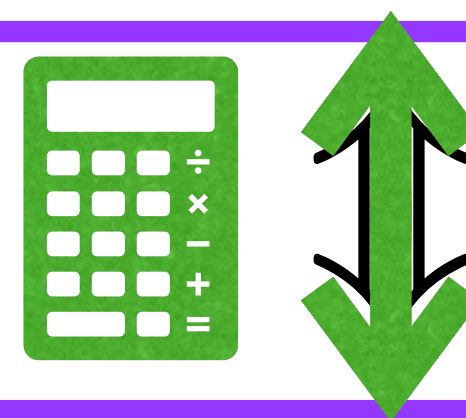


# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

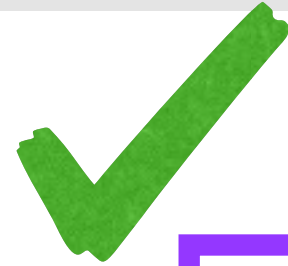


3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

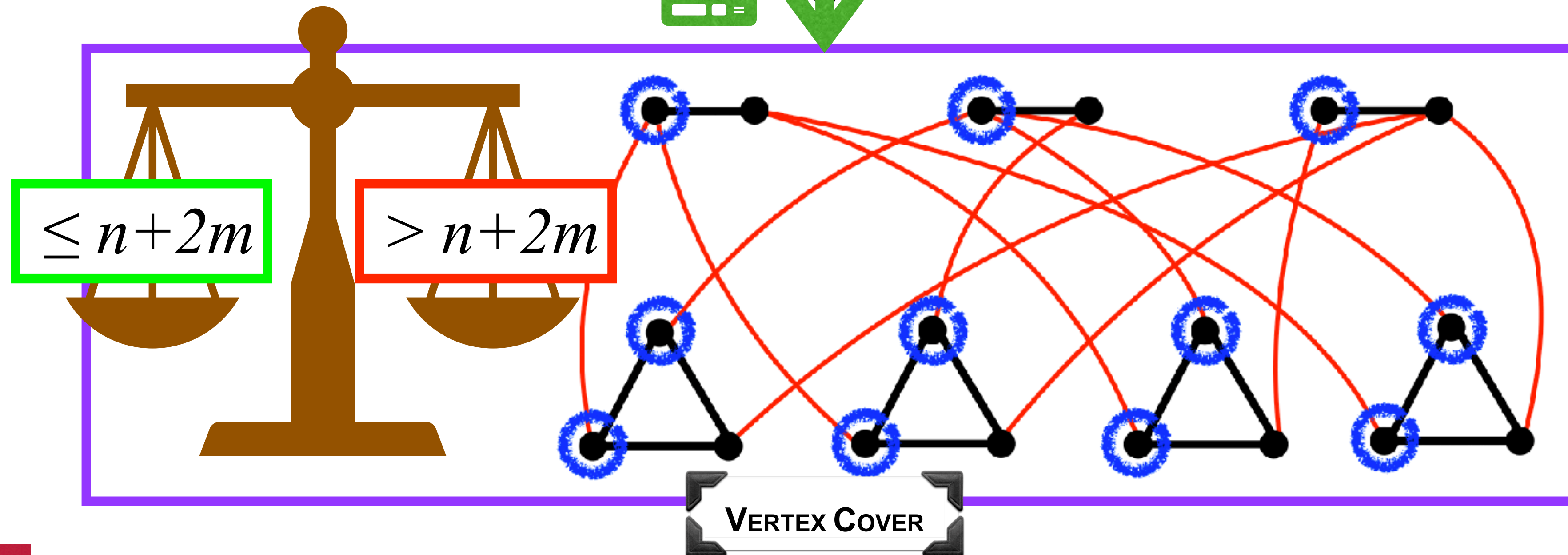


# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

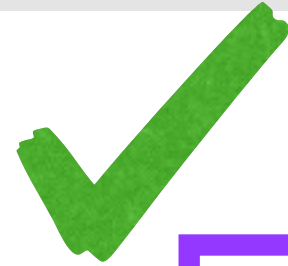


3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

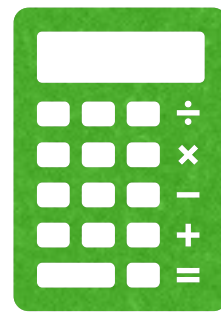


# Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

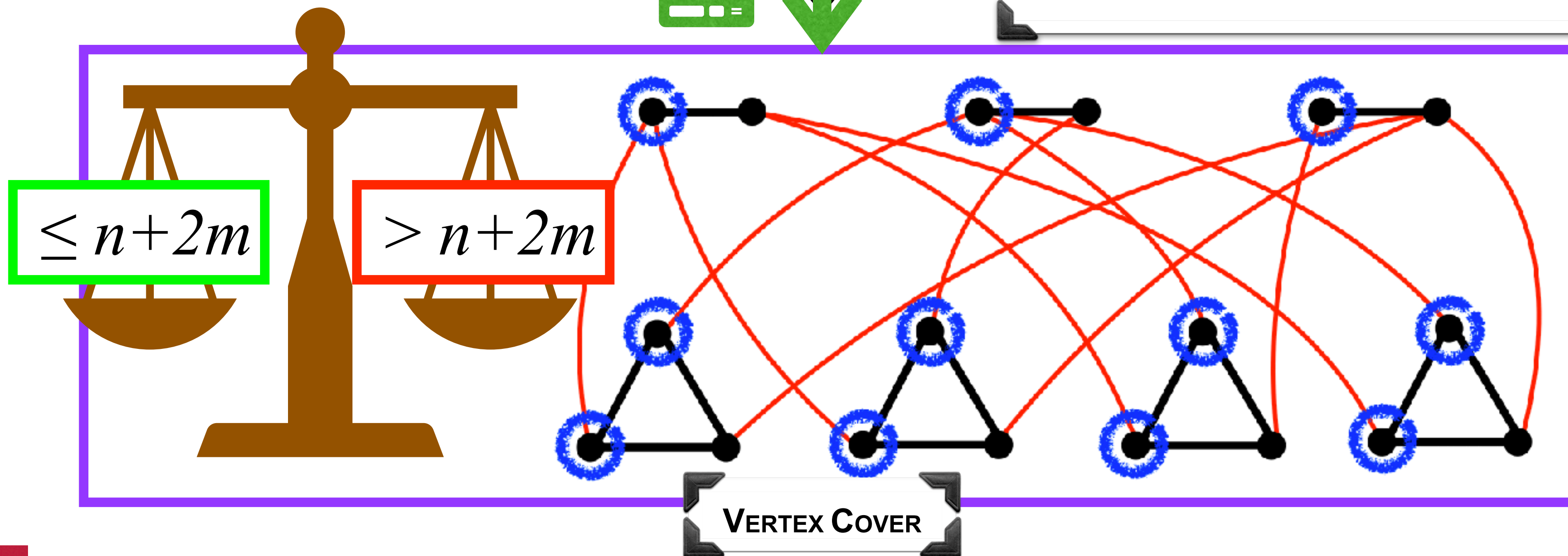


3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



Satz 6.4. *Vertex Cover ist NP-schwer.*



*Vielen Dank!*

*[s.fekete@tu-bs.de](mailto:s.fekete@tu-bs.de)*