

5 Komplexität

*Algorithmen und Datenstrukturen 2
Sommer 2022*

Prof. Dr. Sándor Fekete

5.3 Ein Beispiel mit Logik

Beispiel 5.5: Knapsack

Beispiel 5.5: Knapsack

Beispiel 5.5.

Wir betrachten die folgende Knapsack-Instanz mit $n = 12$, $z_i = p_i$, $Z = 111444$ und den folgenden Objekten:

Beispiel 5.5: Knapsack

Beispiel 5.5.

Wir betrachten die folgende Knapsack-Instanz mit $n = 12$, $z_i = p_i$, $Z = 111444$ und den folgenden Objekten:

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Knapsack

Beispiel 5.5.

Wir betrachten die folgende Knapsack-Instanz mit $n = 12$, $z_i = p_i$, $Z = 111444$ und den folgenden Objekten:

Gibt es eine Menge $S \subseteq \{1, \dots, 12\}$ mit $\sum_{i \in S} z_i = \sum_{i \in S} p_i = Z$?

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen



$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen,
aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen,
aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen,
aber nicht beide.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

111444

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Beobachtungen

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

1. Ziffer: Man muss 1 oder 2 auswählen, aber nicht beide.

2. Ziffer: Man muss 3 oder 4 auswählen, aber nicht beide.

3. Ziffer: Man muss 5 oder 6 auswählen, aber nicht beide.

4. Ziffer: Man muss 1, 3 oder 6 auswählen, dann kann man mit 7 und 8 den Wert 4 erzeugen.

5. Ziffer: Man muss 1, 4 oder 6 auswählen, dann kann man mit 9 und 10 den Wert 4 erzeugen.

6. Ziffer: Man muss 2, 3 oder 5 auswählen, dann kann man mit 11 und 12 den Wert 4 erzeugen.

$$z_1 = p_1 = 100110$$

$$z_2 = p_2 = 100001$$

$$z_3 = p_3 = 10101$$

$$z_4 = p_4 = 10010$$

$$z_5 = p_5 = 1001$$

$$z_6 = p_6 = 1110$$

$$z_7 = p_7 = 200$$

$$z_8 = p_8 = 100$$

$$z_9 = p_9 = 20$$

$$z_{10} = p_{10} = 10$$

$$z_{11} = p_{11} = 2$$

$$z_{12} = p_{12} = 1$$

Beispiel 5.5: Beobachtungen

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

$$(x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3})$$

$$(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

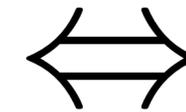
Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

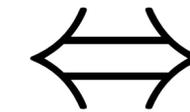
Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

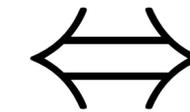
Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

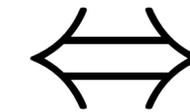
Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

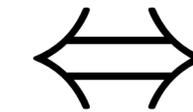
Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \iff$$

Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \iff$$

Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

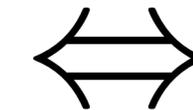
Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

Beispiel 5.5: Äquivalenz

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

$$x_2 \vee \overline{x_2}$$

$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \iff$$

Konkret: Jede Lösung der logischen Formel entspricht einer Lösung der Instanz SUBSET SUM – und umgekehrt.

Allgemein: Für jede logische Formel dieser Art lässt sich schnell eine äquivalente Instanz von SUBSET SUM konstruieren.

Also: Wenn wir einen „perfekten“ Algorithmus für SUBSET SUM haben, dann können wir auch schnell entscheiden, ob eine logische Formel lösbar ist.

$z_1 = p_1 =$	100110
$z_2 = p_2 =$	100001
$z_3 = p_3 =$	10101
$z_4 = p_4 =$	10010
$z_5 = p_5 =$	1001
$z_6 = p_6 =$	1110
$z_7 = p_7 =$	200
$z_8 = p_8 =$	100
$z_9 = p_9 =$	20
$z_{10} = p_{10} =$	10
$z_{11} = p_{11} =$	2
$z_{12} = p_{12} =$	1

5.4 3SAT

Das Logikproblem 3SAT



Das Logikproblem 3SAT

Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

Das Logikproblem 3SAT

Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

Gegeben: Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

Das Logikproblem 3SAT

Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

Gegeben: Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- n Boolesche Variablen x_1, \dots, x_n , aus denen wir Literale ℓ_i der Form x_k oder \bar{x}_k bilden können.

Das Logikproblem 3SAT

Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

Gegeben: Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- n Boolesche Variablen x_1, \dots, x_n , aus denen wir Literale ℓ_i der Form x_k oder \bar{x}_k bilden können.
- m Klauseln, jede zusammengesetzt aus genau drei Literalen $C_j = (\ell_{j,1} \vee \ell_{j,2} \vee \ell_{j,3})$ mit $1 \leq j \leq m$.

Das Logikproblem 3SAT

Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

Gegeben: Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- n Boolesche Variablen x_1, \dots, x_n , aus denen wir Literale ℓ_i der Form x_k oder \bar{x}_k bilden können.
- m Klauseln, jede zusammengesetzt aus genau drei Literalen $C_j = (\ell_{j,1} \vee \ell_{j,2} \vee \ell_{j,3})$ mit $1 \leq j \leq m$.

$$(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

Das Logikproblem 3SAT

Definition 5.6. (3-Satisfiability (3SAT))

Gegeben: Eine Boolesche Formel, zusammengesetzt aus:

- n Boolesche Variablen x_1, \dots, x_n , aus denen wir Literale ℓ_i der Form x_k oder \bar{x}_k bilden können.
- m Klauseln, jede zusammengesetzt aus genau drei Literalen $C_j = (\ell_{j,1} \vee \ell_{j,2} \vee \ell_{j,3})$ mit $1 \leq j \leq m$.

Gesucht: Eine alle m Klauseln erfüllende (engl: satisfying) Wahrheitsbelegung der n Variablen.

$$(x_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3)$$

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

KNAPSACK



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT



KNAPSACK



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$

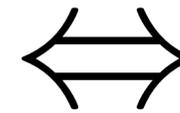
KNAPSACK



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1 = p_1$	110
$z_2 = p_2$	100001
$z_3 = p_3$	10101
$z_4 = p_4$	10010
$z_5 = p_5$	1001
$z_6 = p_6$	1110
$z_7 = p_7$	
$z_8 = p_8$	100
$z_9 = p_9$	20
$z_{10} = p_{10}$	10
$z_{11} = p_{11}$	2
$z_{12} = p_{12}$	1

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

$z_1 = p_1$	110
$z_2 = p_2$	100001
$z_3 = p_3$	10101
$z_4 = p_4$	10010
$z_5 = p_5$	1001
$z_6 = p_6$	1110
$z_7 = p_7$	
$z_8 = p_8$	100
$z_9 = p_9$	20
$z_{10} = p_{10}$	10
$z_{11} = p_{11}$	2
$z_{12} = p_{12}$	1

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



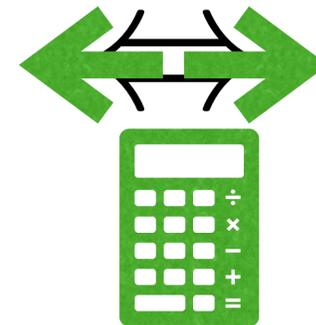
KNAPSACK

$z_1 = p_1$	110
$z_2 = p_2$	100001
$z_3 = p_3$	10101
$z_4 = p_4$	1001
$z_5 = p_5$	1001
$z_6 = p_6$	111
$z_7 = p_7$	
$z_8 = p_8$	100
$z_9 = p_9$	20
$z_{10} = p_{10}$	10
$z_{11} = p_{11}$	2
$z_{12} = p_{12}$	1

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



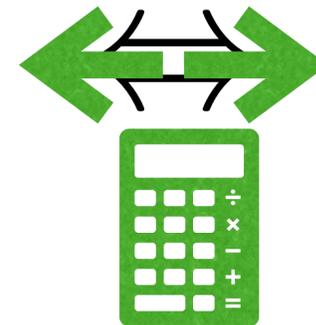
z_i	KNAPSACK	p_i
z_1	110	
$z_2 = p_2$	100001	
$z_3 = p_3$	10101	
$z_4 = p_4$	1001	
$z_5 = p_5$	1001	
$z_6 = p_6$	111	
$z_7 = p_7$		
$z_8 = p_8$	100	
$z_9 = p_9$	20	
$z_{10} = p_{10}$	10	
$z_{11} = p_{11}$	2	
$z_{12} = p_{12}$	1	

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

3SAT

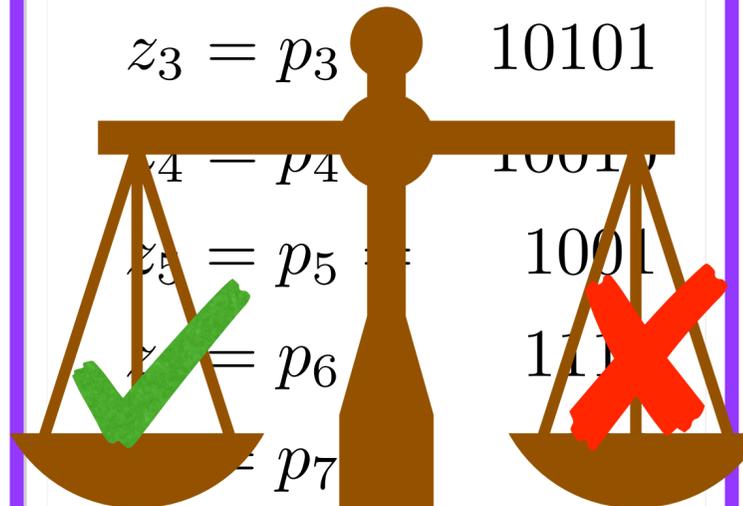


$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

z_1	p_1	110
z_2	p_2	100001
z_3	p_3	10101
z_4	p_4	1001
z_5	p_5	1001
z_6	p_6	111
z_7	p_7	
z_8	p_8	100
z_9	p_9	20
z_{10}	p_{10}	10
z_{11}	p_{11}	2
z_{12}	p_{12}	1



Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?


3SAT


$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



KNAPSACK

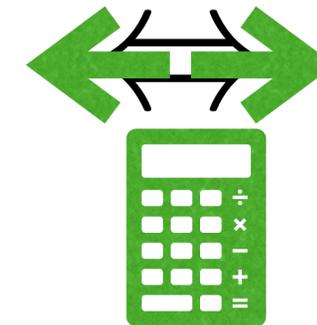
$z_1 = p_1 =$		110
$z_2 = p_2 =$		100001
$z_3 = p_3 =$		10101
$z_4 = p_4 =$		1001
$z_5 = p_5 =$		1001
$z_6 = p_6 =$		111
$z_7 = p_7 =$		
$z_8 = p_8 =$		100
$z_9 = p_9 =$		20
$z_{10} = p_{10} =$		10
$z_{11} = p_{11} =$		2
$z_{12} = p_{12} =$		1

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?





$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



Satz 5.9. Wenn 0-1-KNAPSACK $\in P$ ist, dann ist auch 3SAT $\in P$.

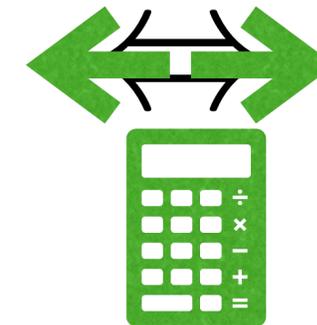
z_i	p_i	Weight
z_1	KNAPSACK	110
z_2	p_2	100001
z_3	p_3	10101
z_4	p_4	1001
z_5	p_5	1001
z_6	p_6	111
z_7	p_7	
z_8	p_8	100
z_9	p_9	20
z_{10}	p_{10}	10
z_{11}	p_{11}	2
z_{12}	p_{12}	1

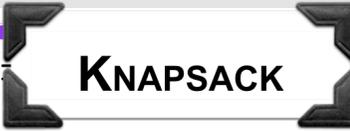
Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

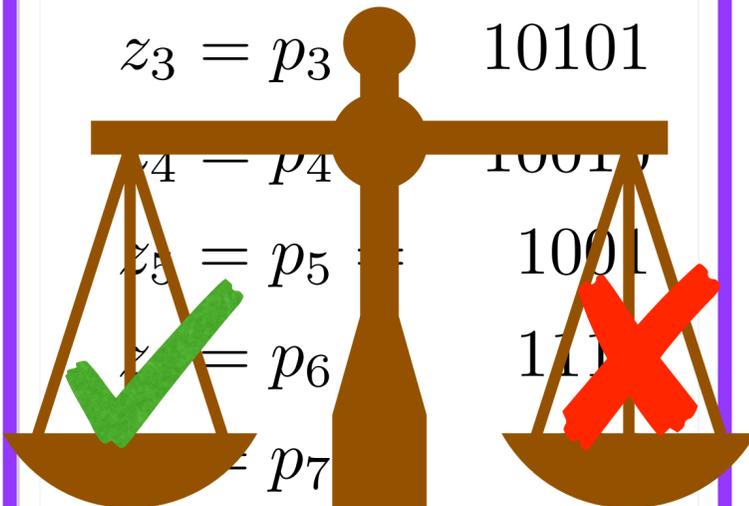




$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



				
z_1		110		
$z_2 = p_2$		100001		
$z_3 = p_3$		10101		
$z_4 = p_4$		1001		
$z_5 = p_5$		1001		
$z_6 = p_6$		111		
$z_7 = p_7$				
$z_8 = p_8$		100		
$z_9 = p_9$		20		
$z_{10} = p_{10}$		10		
$z_{11} = p_{11}$		2		
$z_{12} = p_{12}$		1		



Satz 5.9. Wenn 0-1-KNAPSACK $\in P$ ist, dann ist auch 3SAT $\in P$.

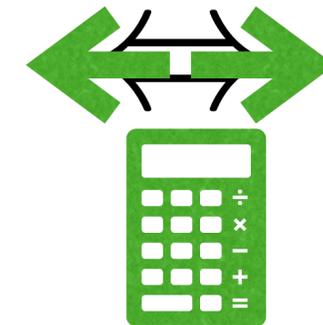
Satz 5.12 (Satz von Cook 1971). Wenn 3SAT $\in P$, dann gilt $P = NP$.

Wie schwer sind 3SAT und KNAPSACK?

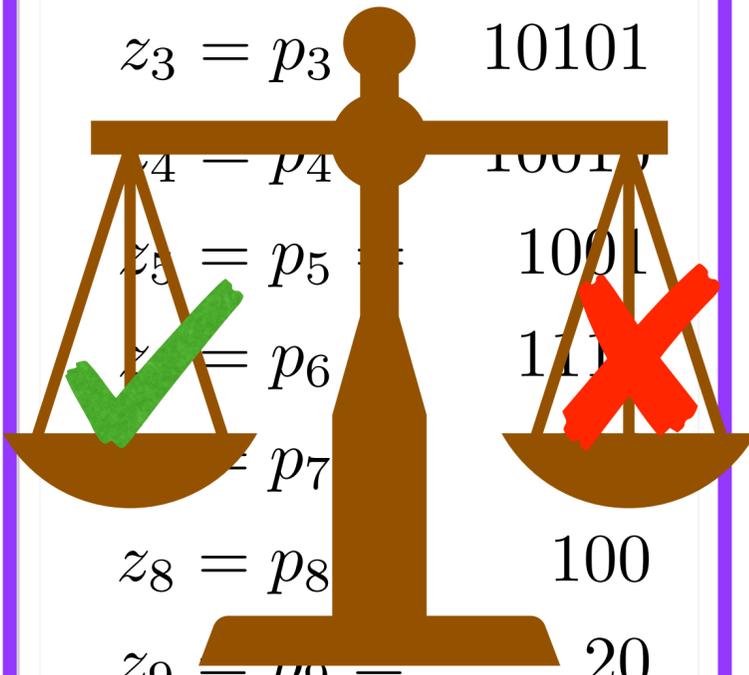




$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3)$$



z_i	p_i	KNAPSACK
z_1	p_1	110
z_2	p_2	100001
z_3	p_3	10101
z_4	p_4	1001
z_5	p_5	1001
z_6	p_6	111
z_7	p_7	
z_8	p_8	100
z_9	p_9	20
z_{10}	p_{10}	10
z_{11}	p_{11}	2
z_{12}	p_{12}	1



Satz 5.9. Wenn 0-1-KNAPSACK $\in P$ ist, dann ist auch 3SAT $\in P$.

Satz 5.12 (Satz von Cook 1971). Wenn 3SAT $\in P$, dann gilt $P = NP$.

Korollar 5.11. Wenn Knapsack $\in P$, dann gilt $P = NP$.

5.5 Konsequenzen

Algorithmen und Investmentbanker

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Ziele: Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Ziele: Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Ziele: Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Ziele: Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

2. intelligenter

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Ziele: Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

2. intelligenter

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Ziele: Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

2. intelligenter

3. Investmentbanker.

Algorithmen und Investmentbanker

Ziele: Ein „perfekter“ Algorithmus liefert

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Ziele: Ein „perfekter“ Finanzberater ist ein

1. ehrlicher

2. intelligenter

3. **Investmentbanker.**

NP-Vollständigkeit

Finanzkrise

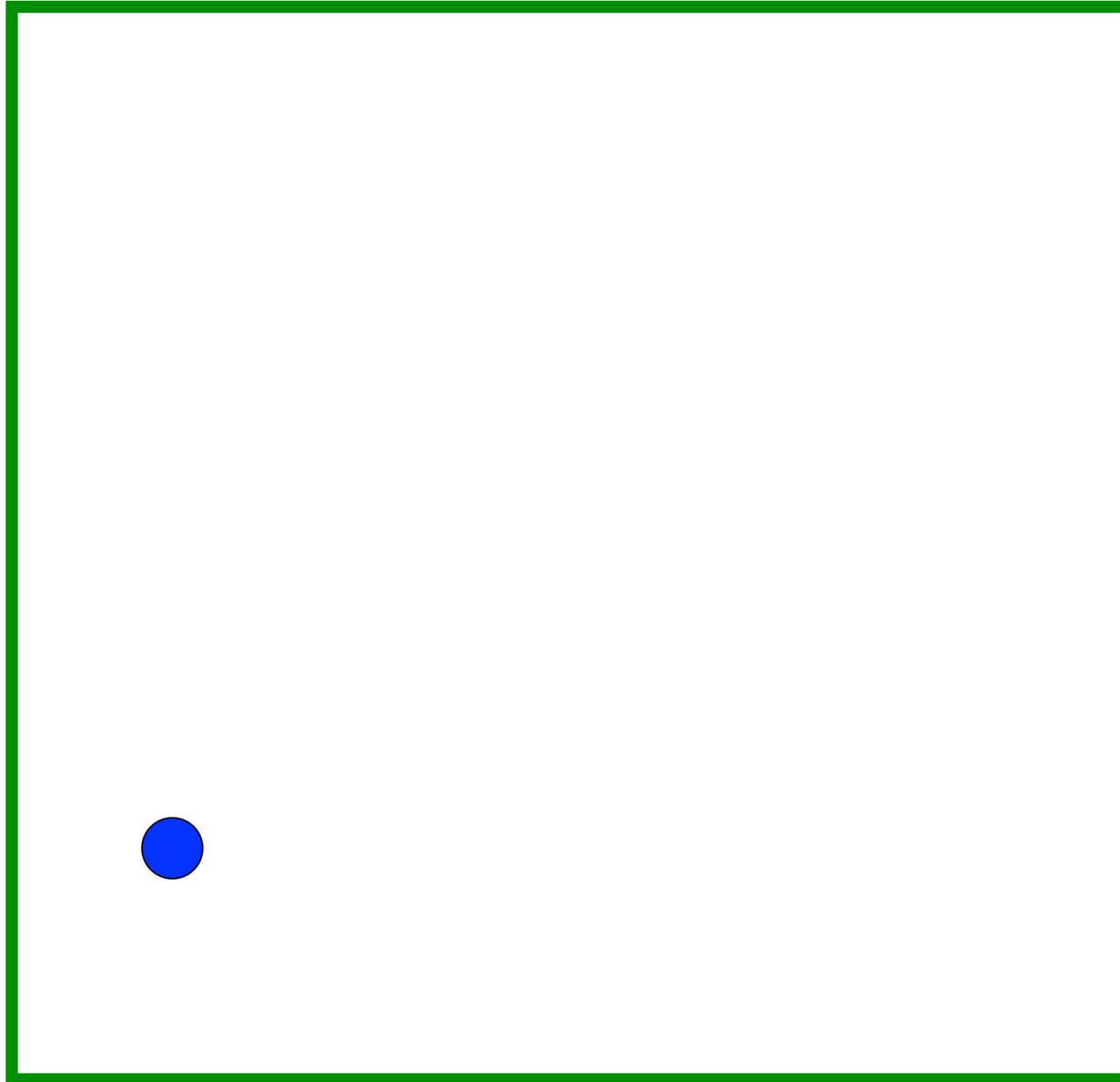
NP-Vollständigkeit

Finanzkrise



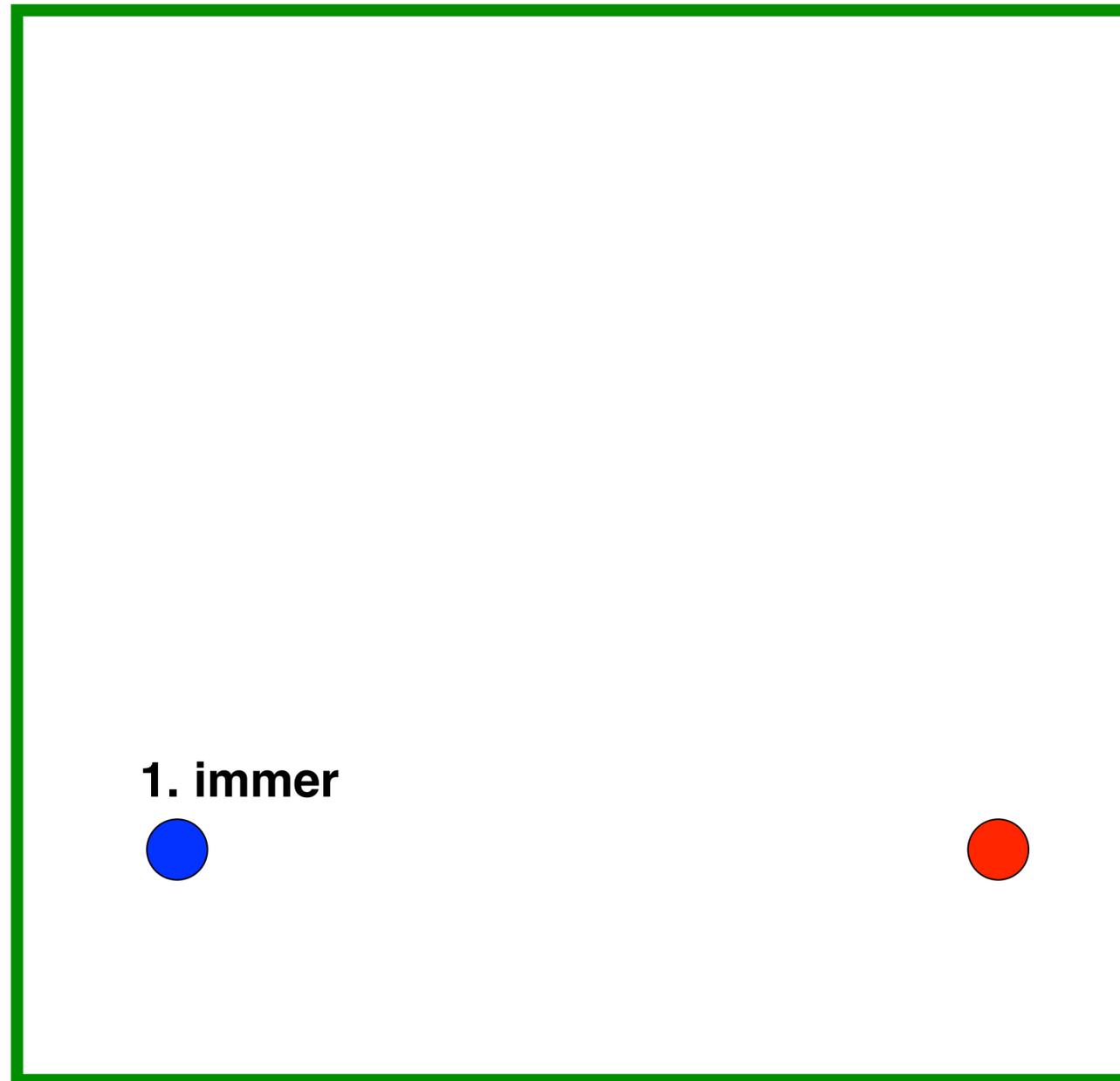
NP-Vollständigkeit

Finanzkrise



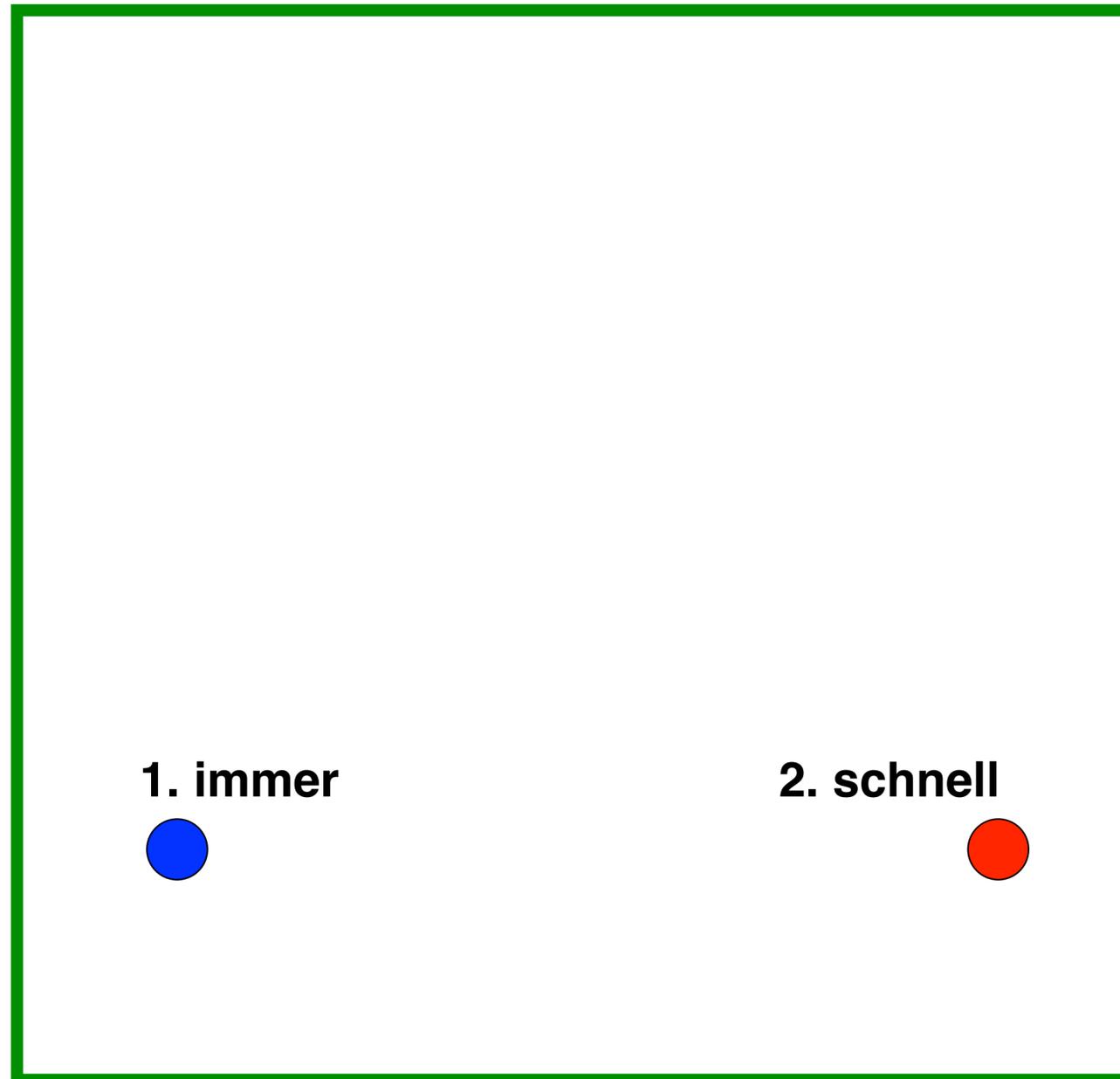
1. immer





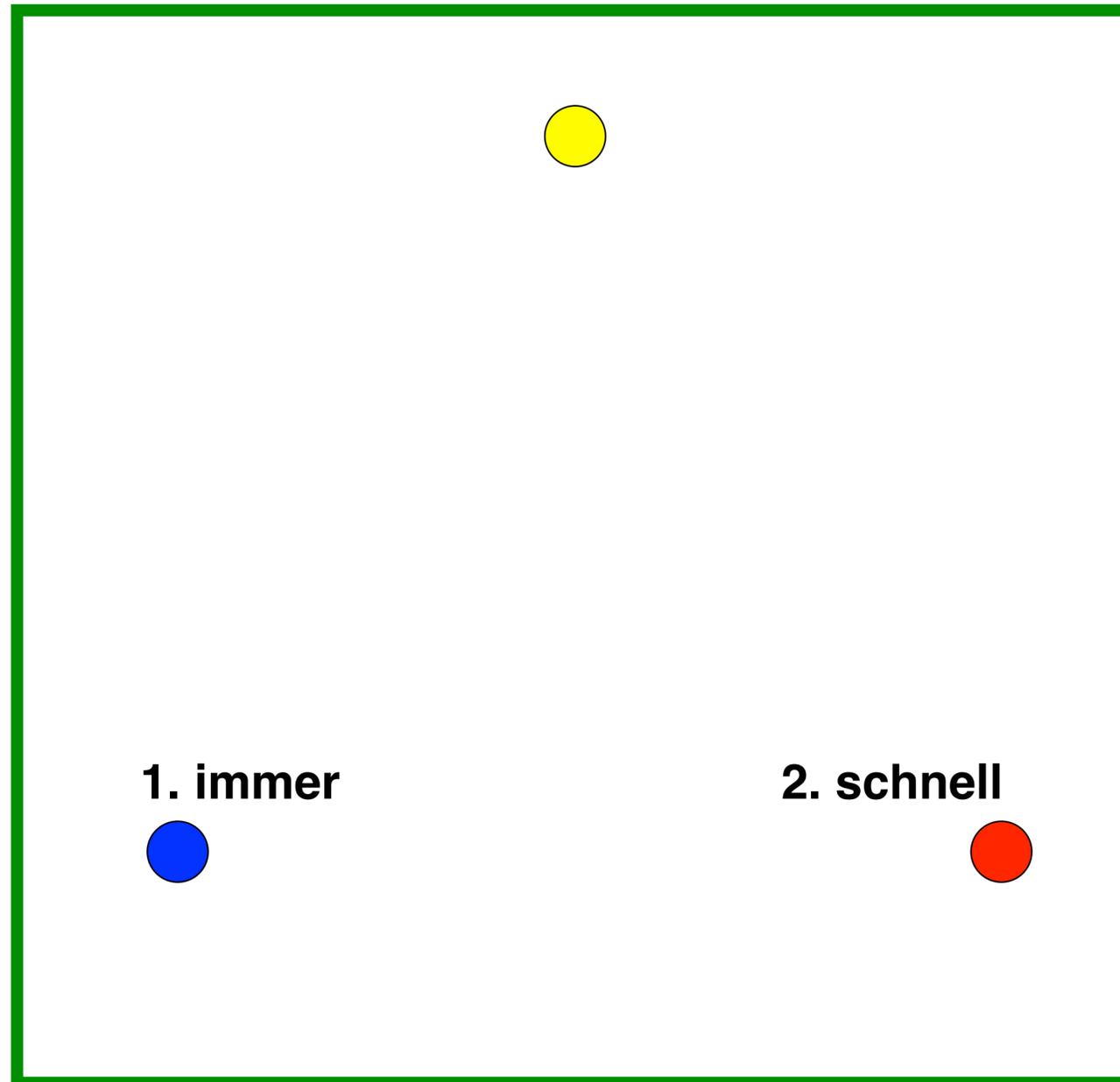
NP-Vollständigkeit

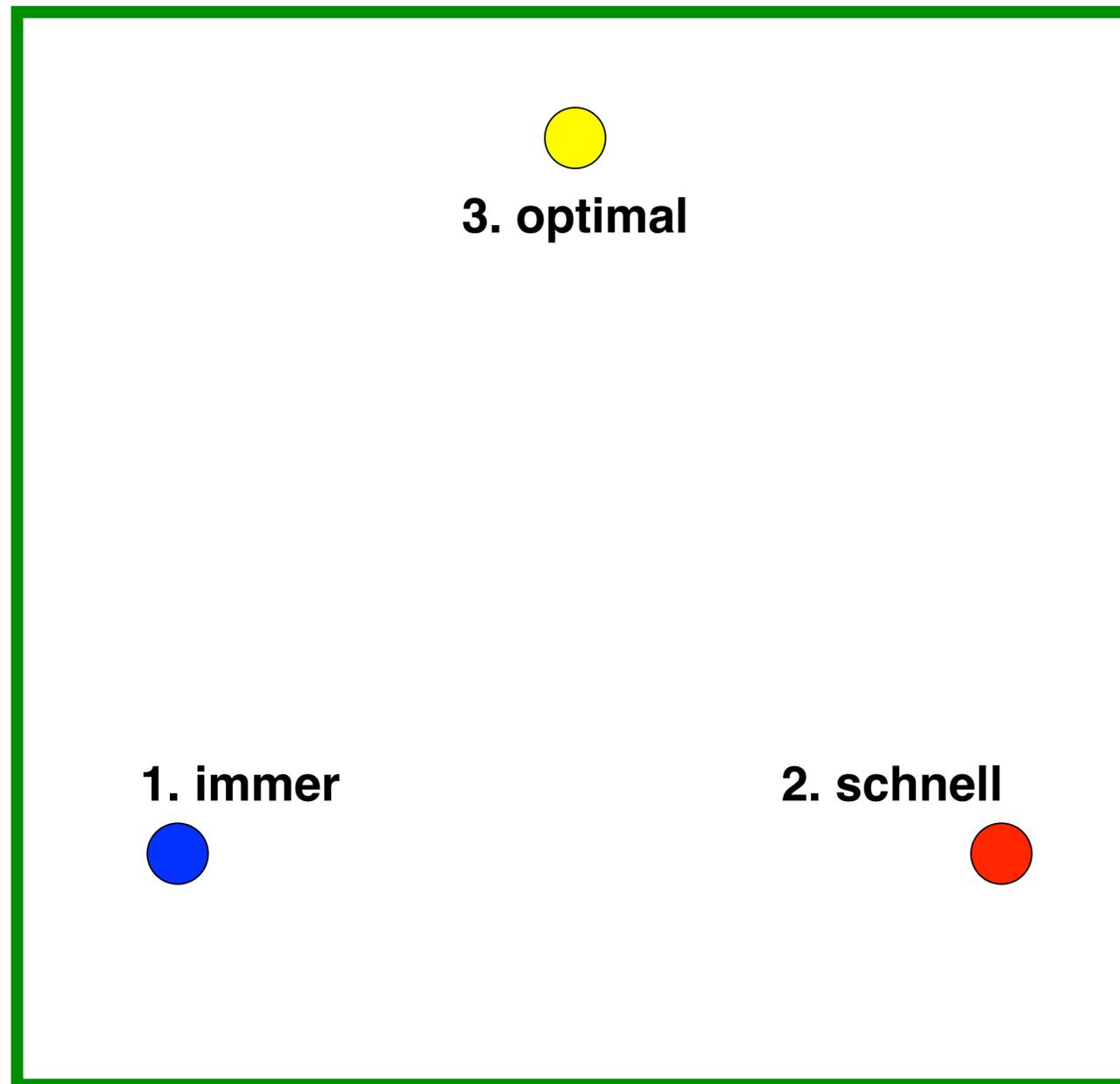
Finanzkrise



NP-Vollständigkeit

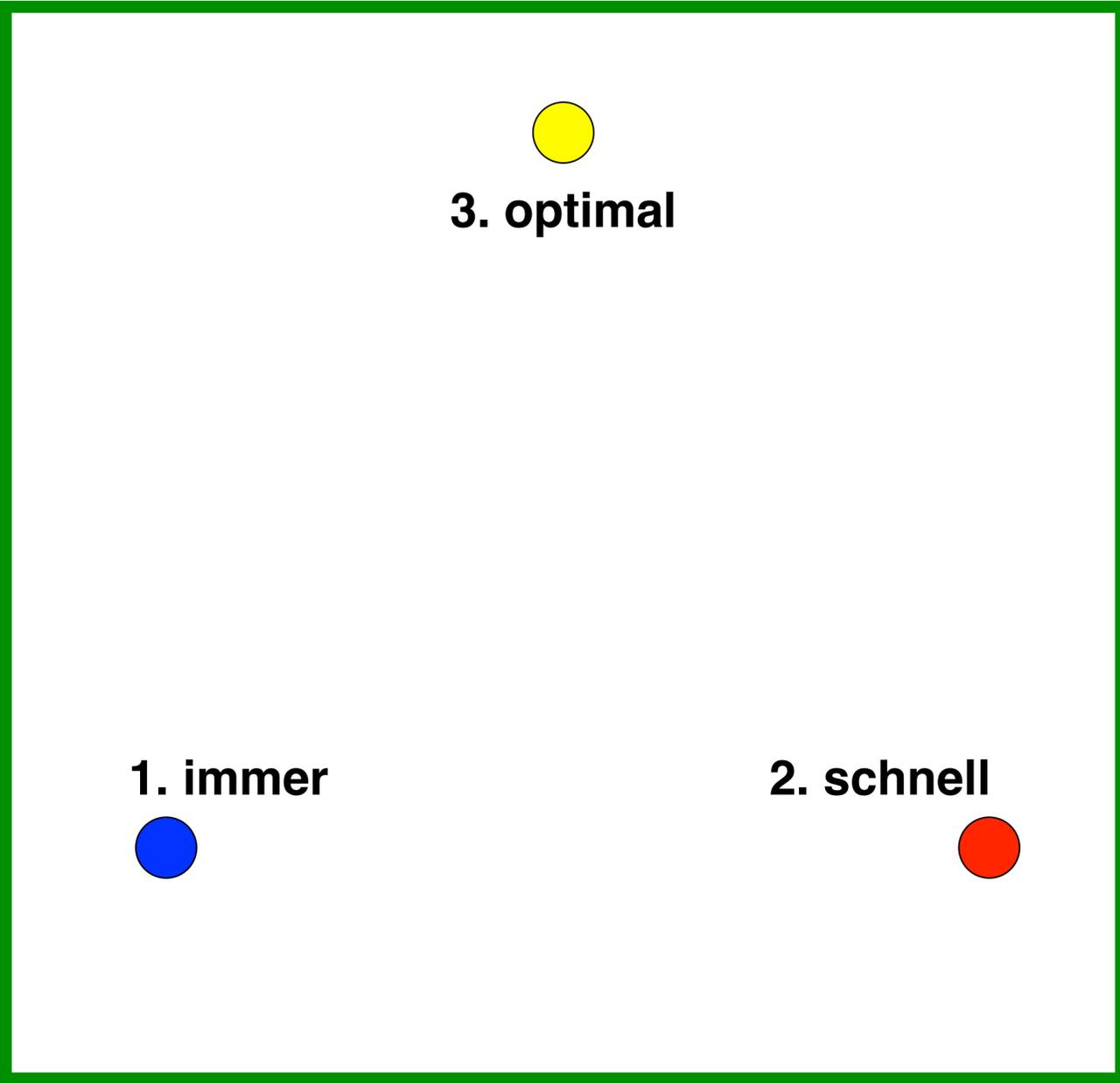
Finanzkrise





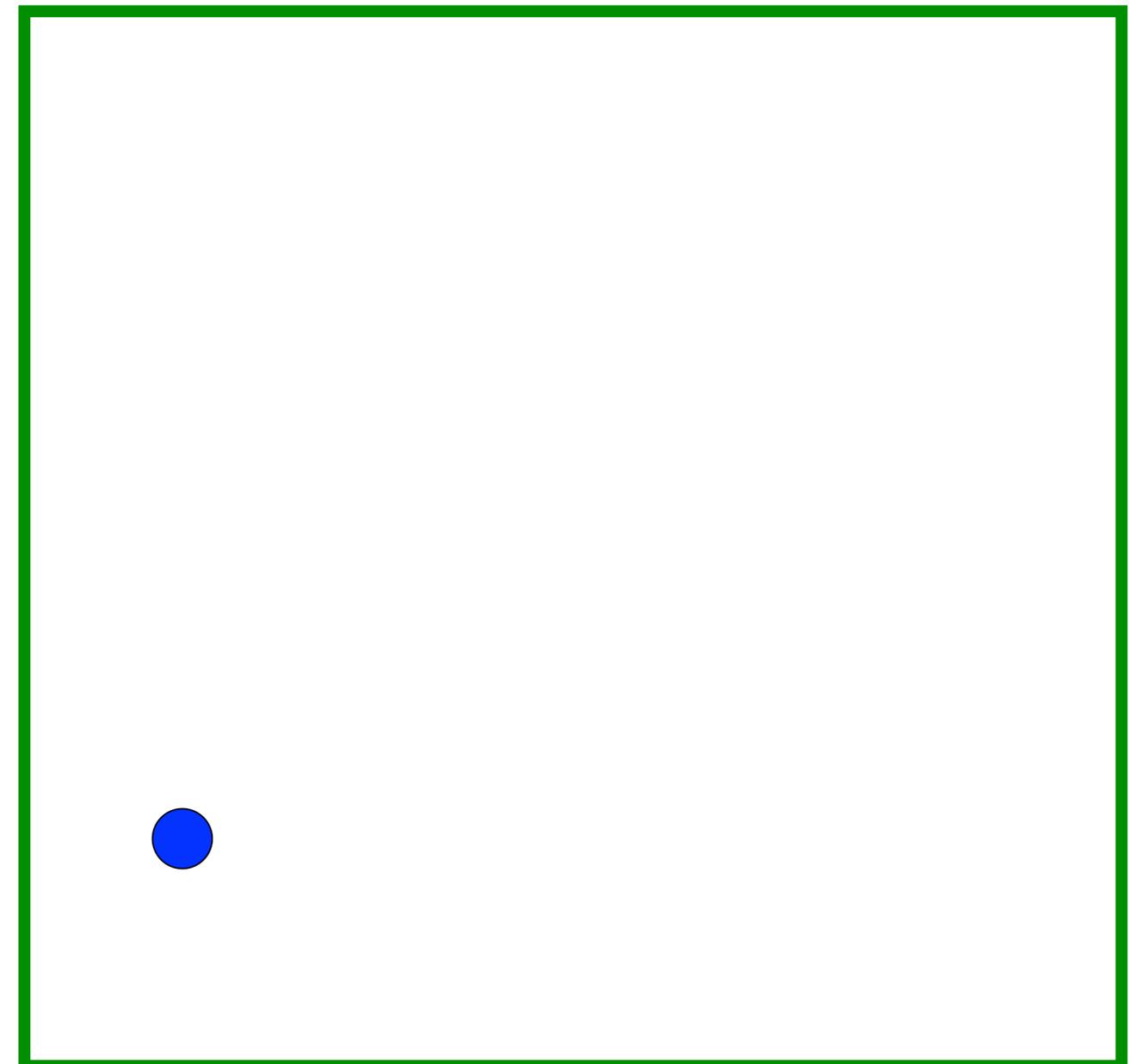
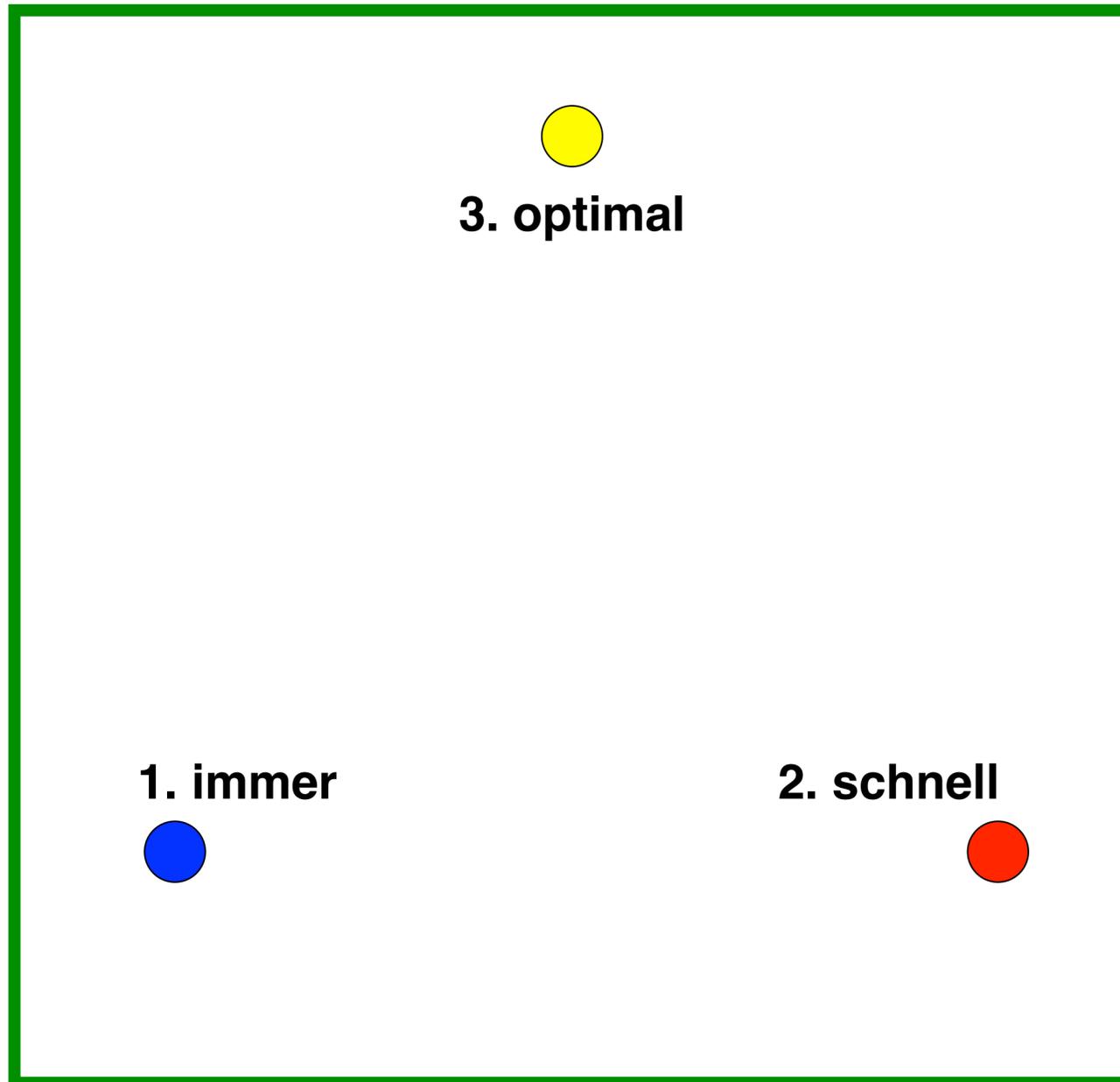
NP-Vollständigkeit

Finanzkrise



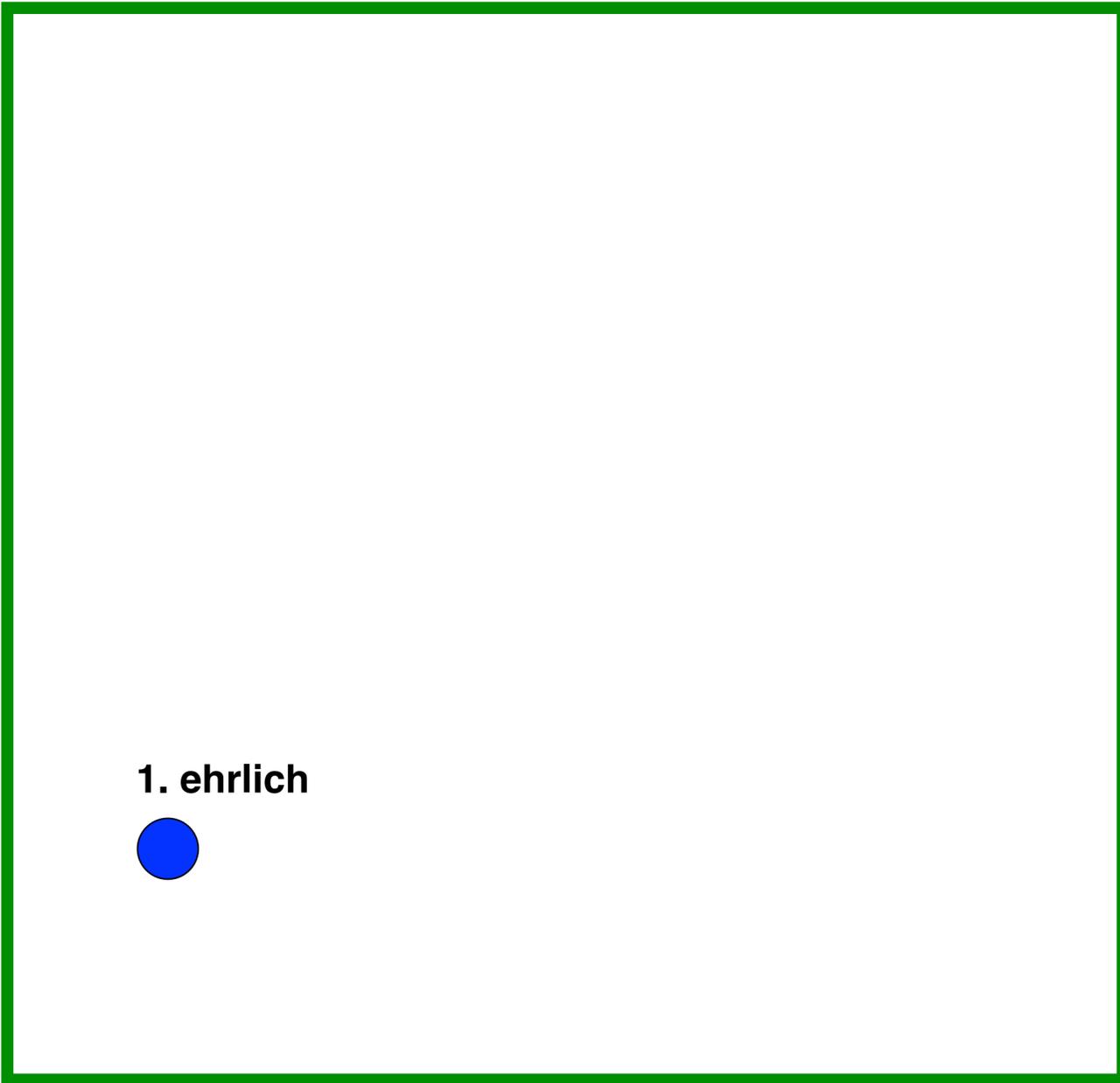
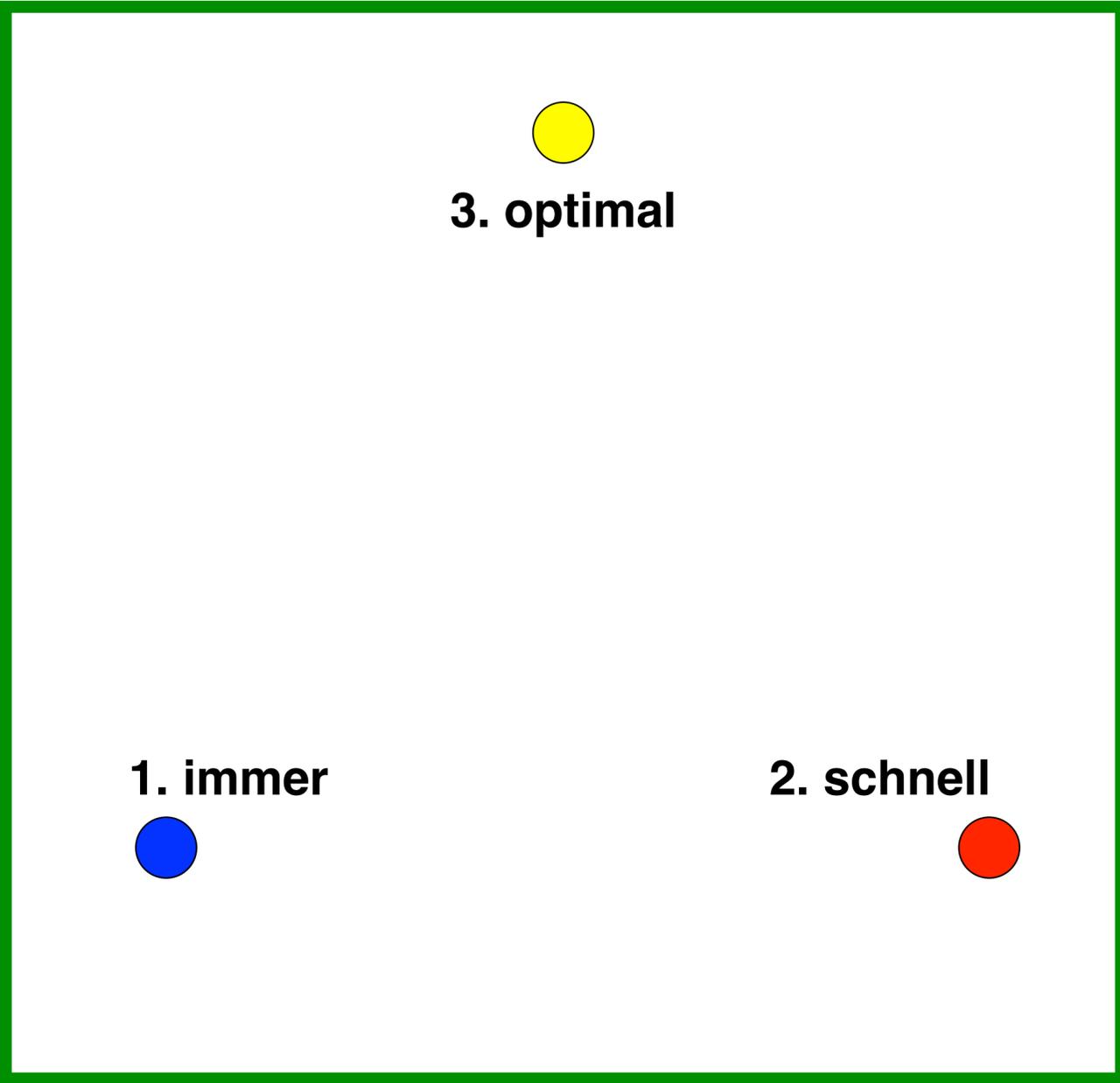
NP-Vollständigkeit

Finanzkrise



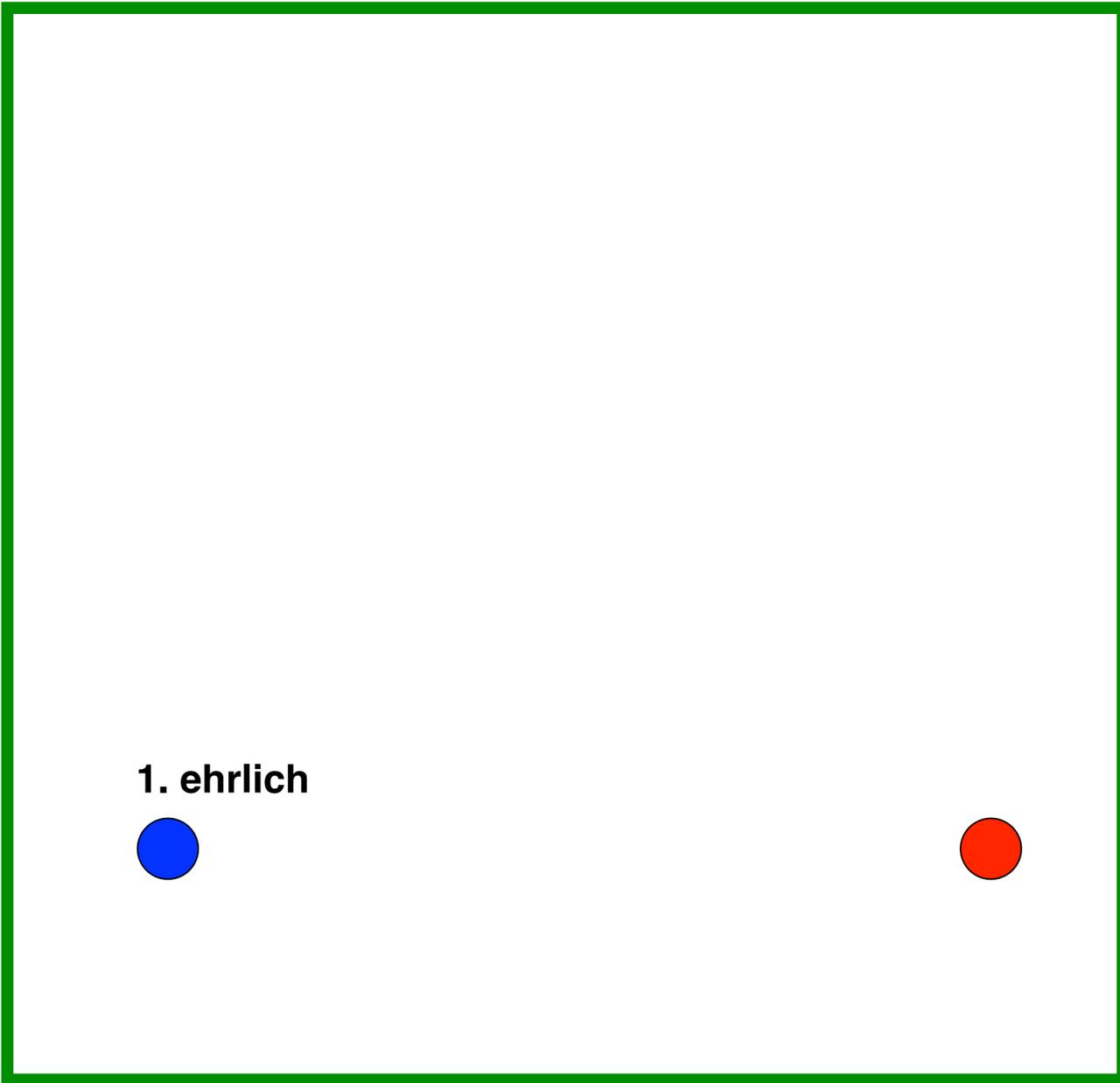
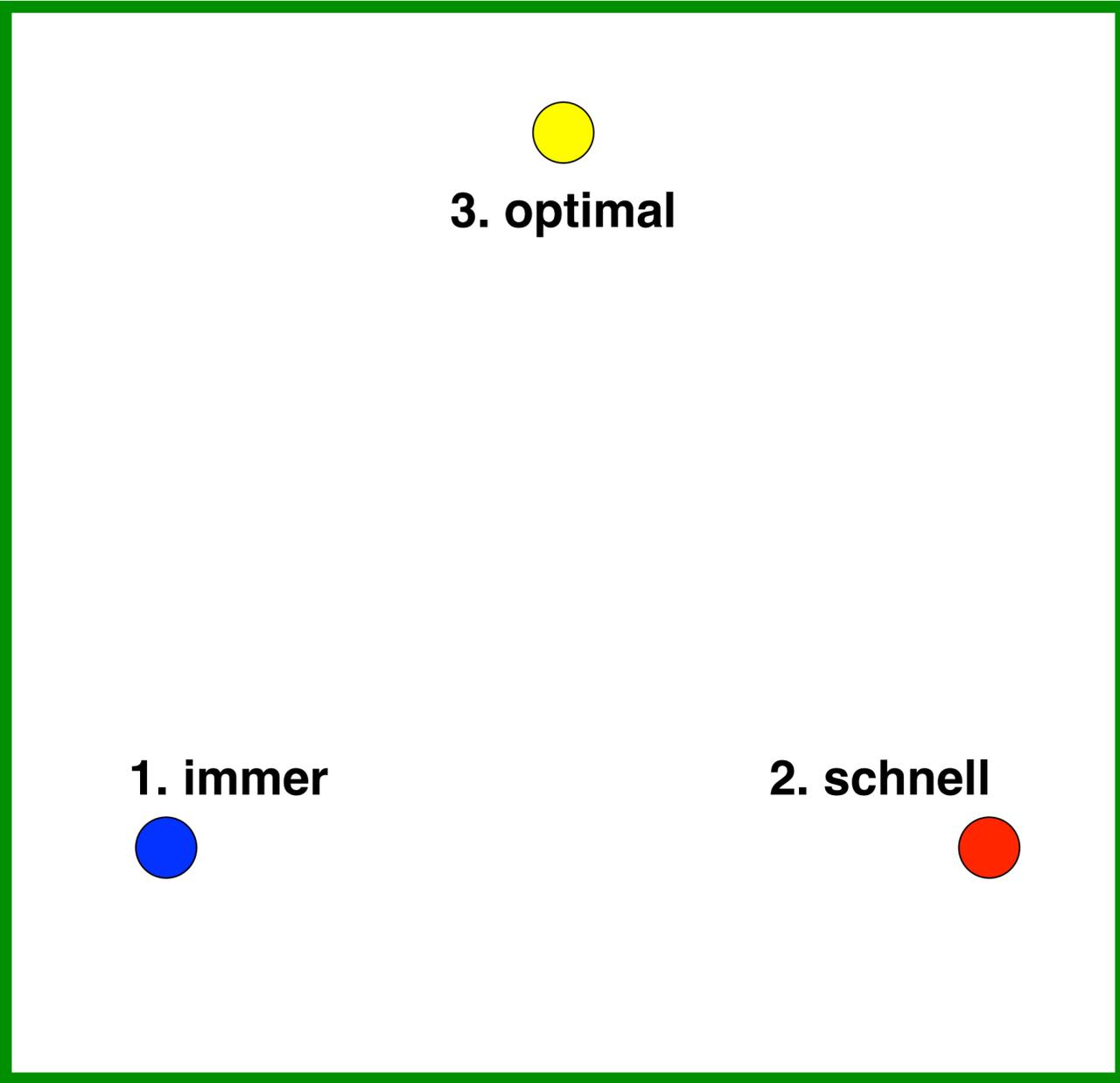
NP-Vollständigkeit

Finanzkrise



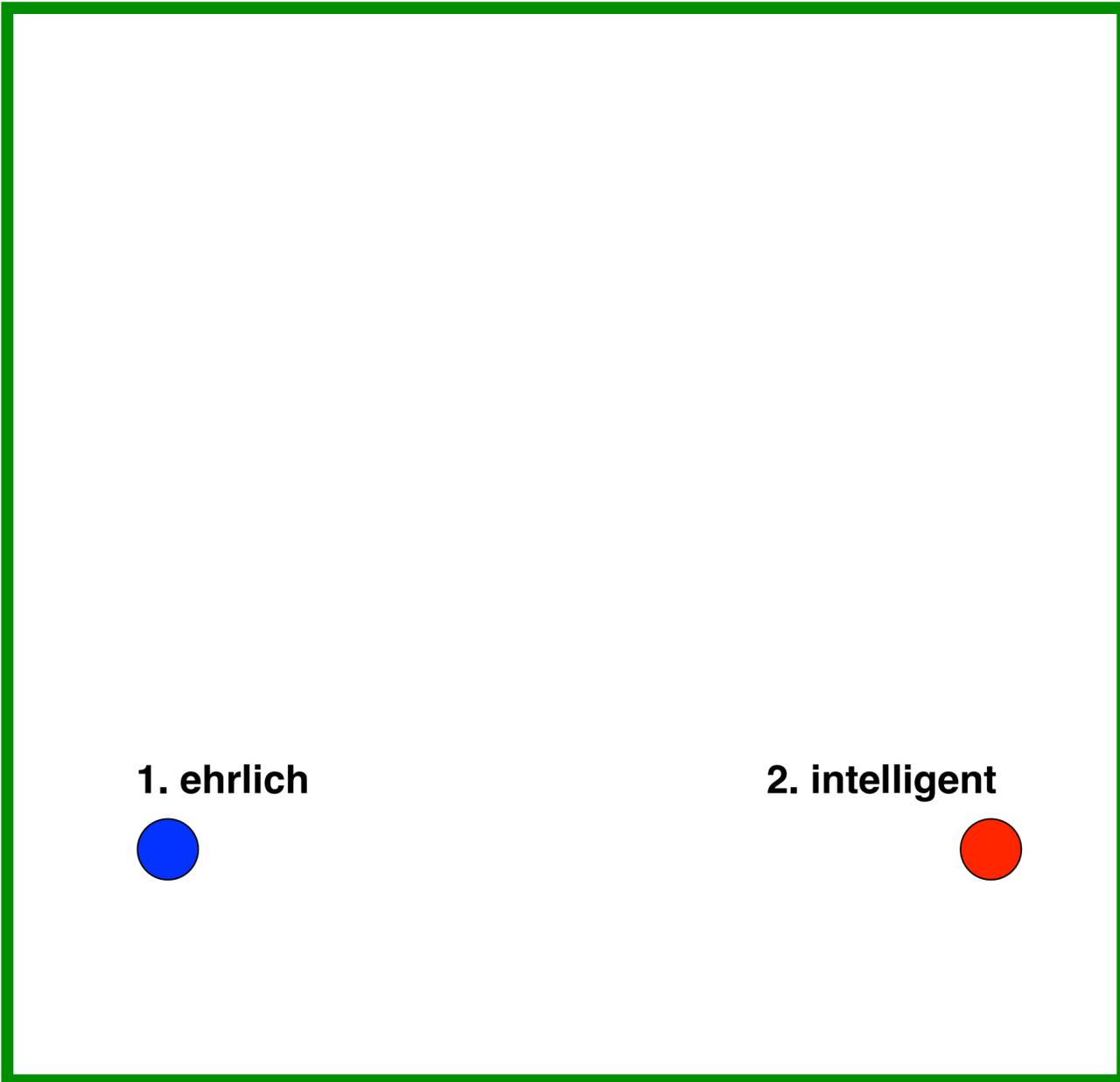
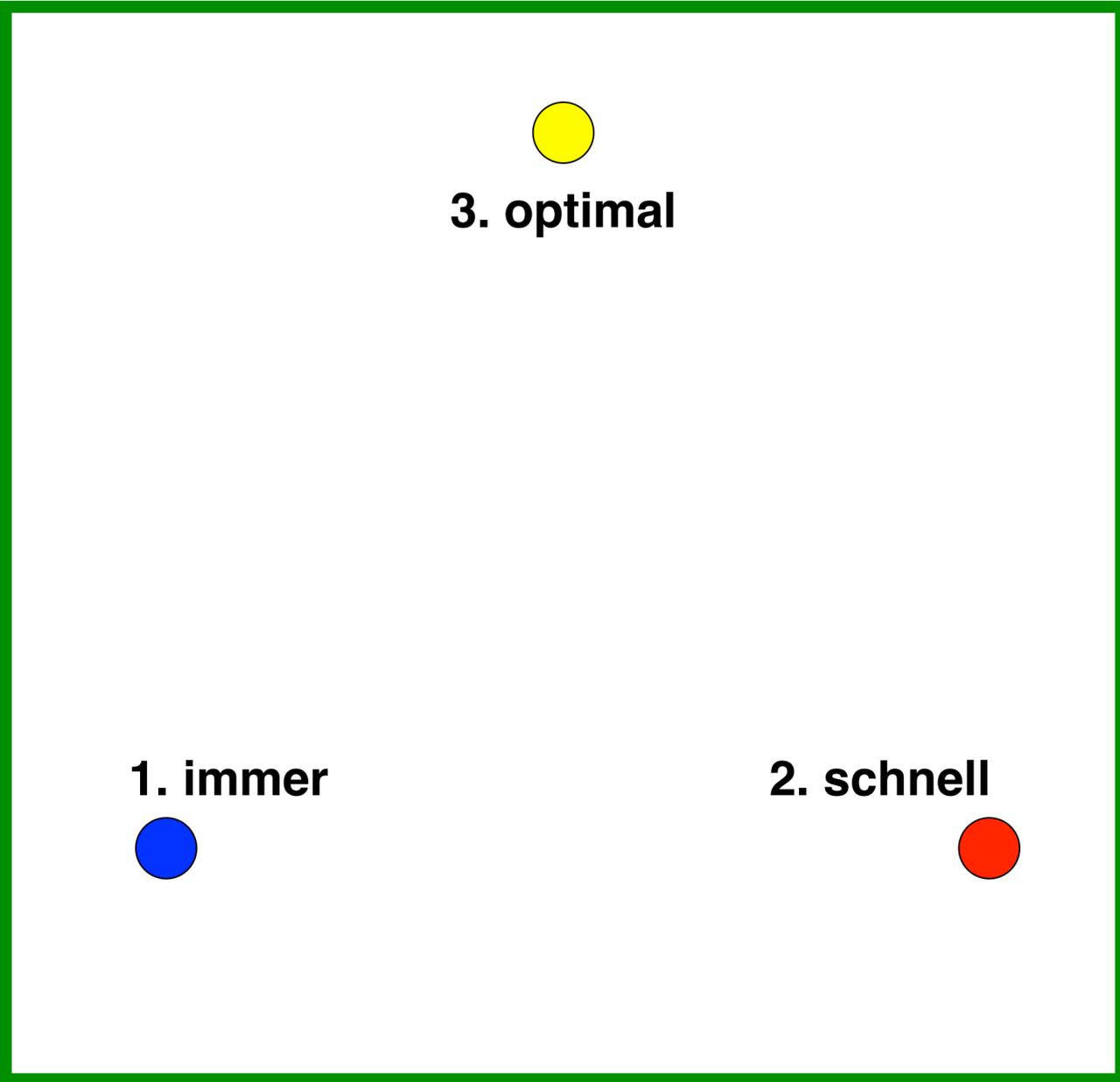
NP-Vollständigkeit

Finanzkrise

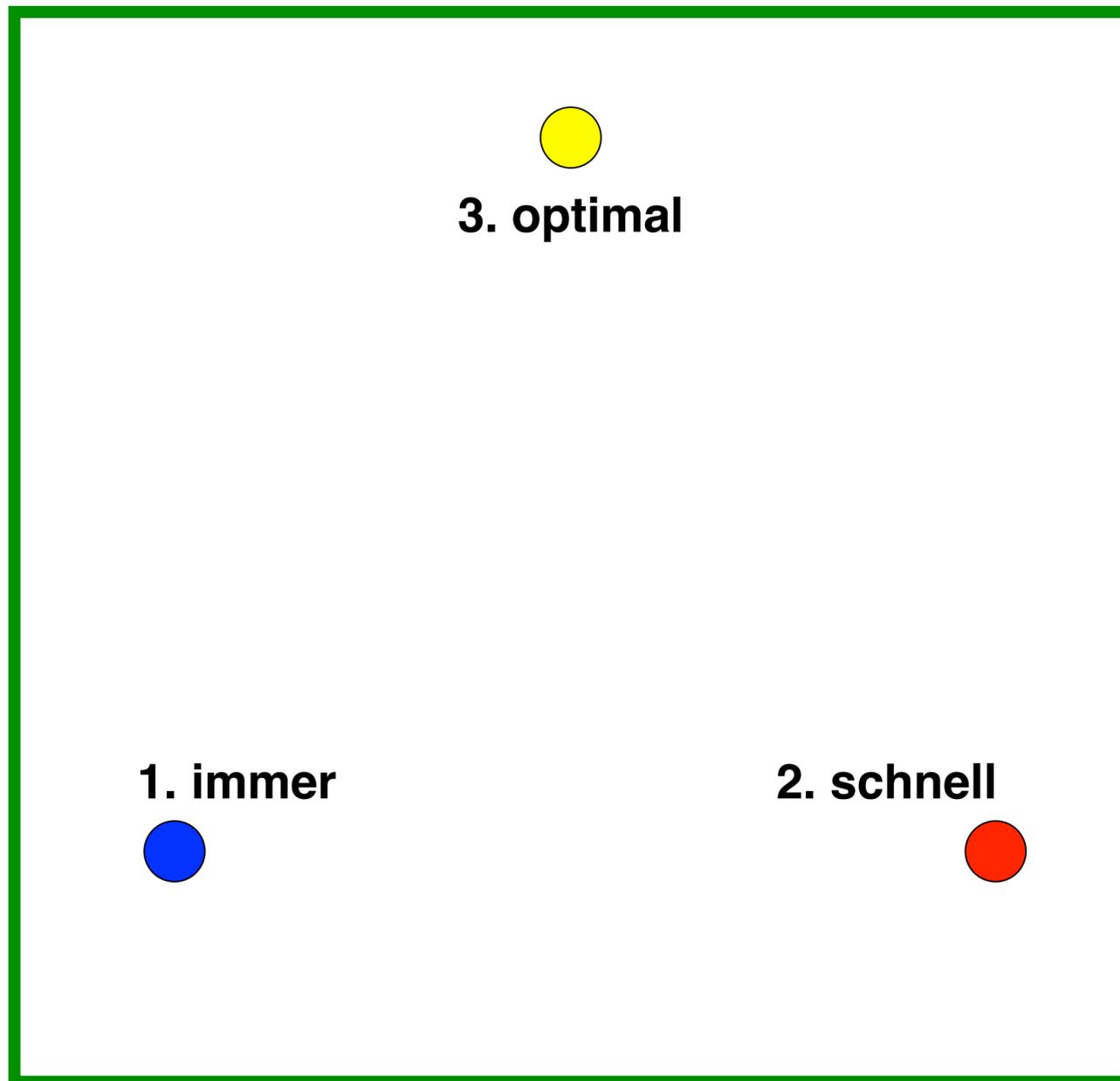


NP-Vollständigkeit

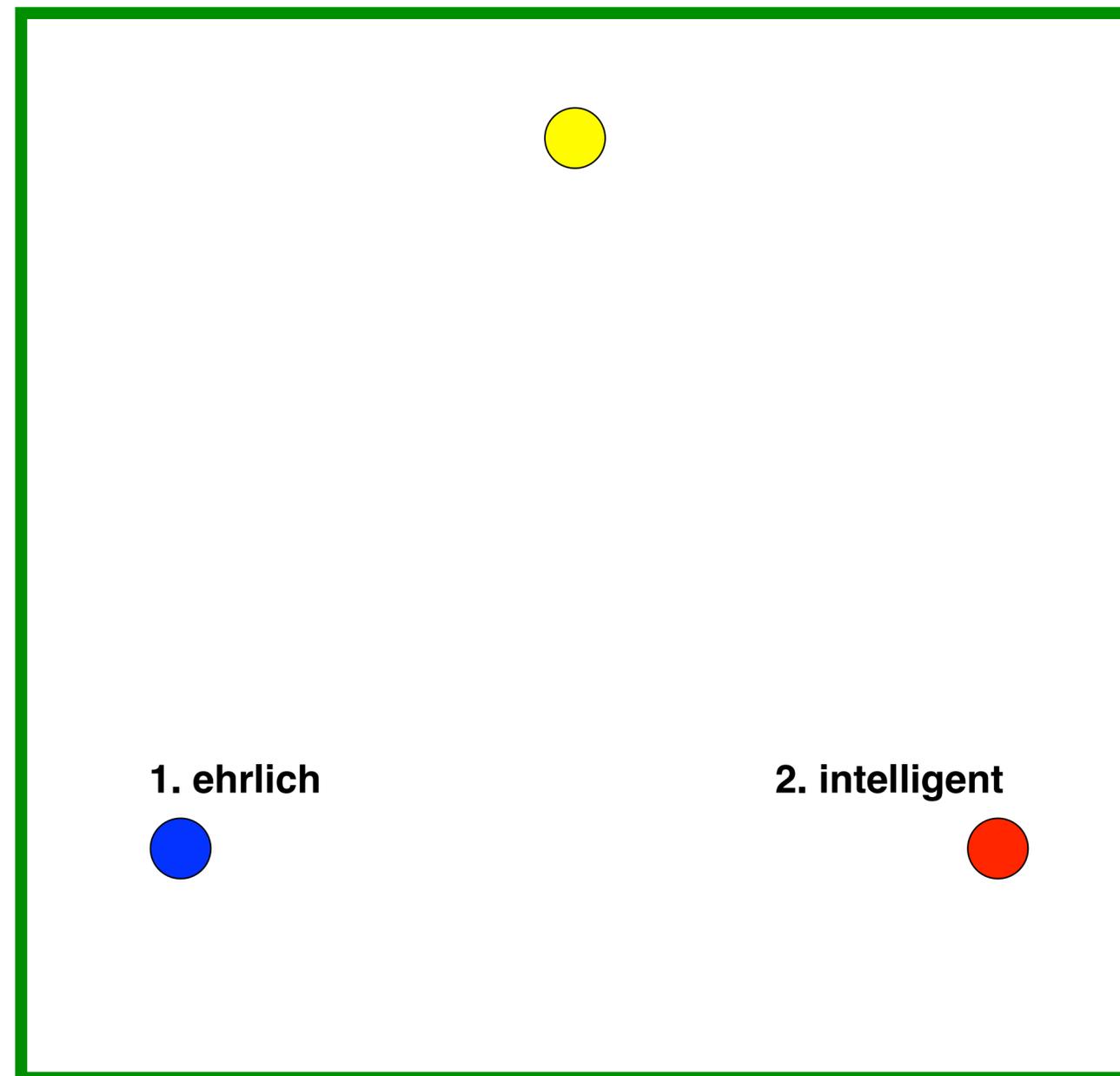
Finanzkrise



NP-Vollständigkeit

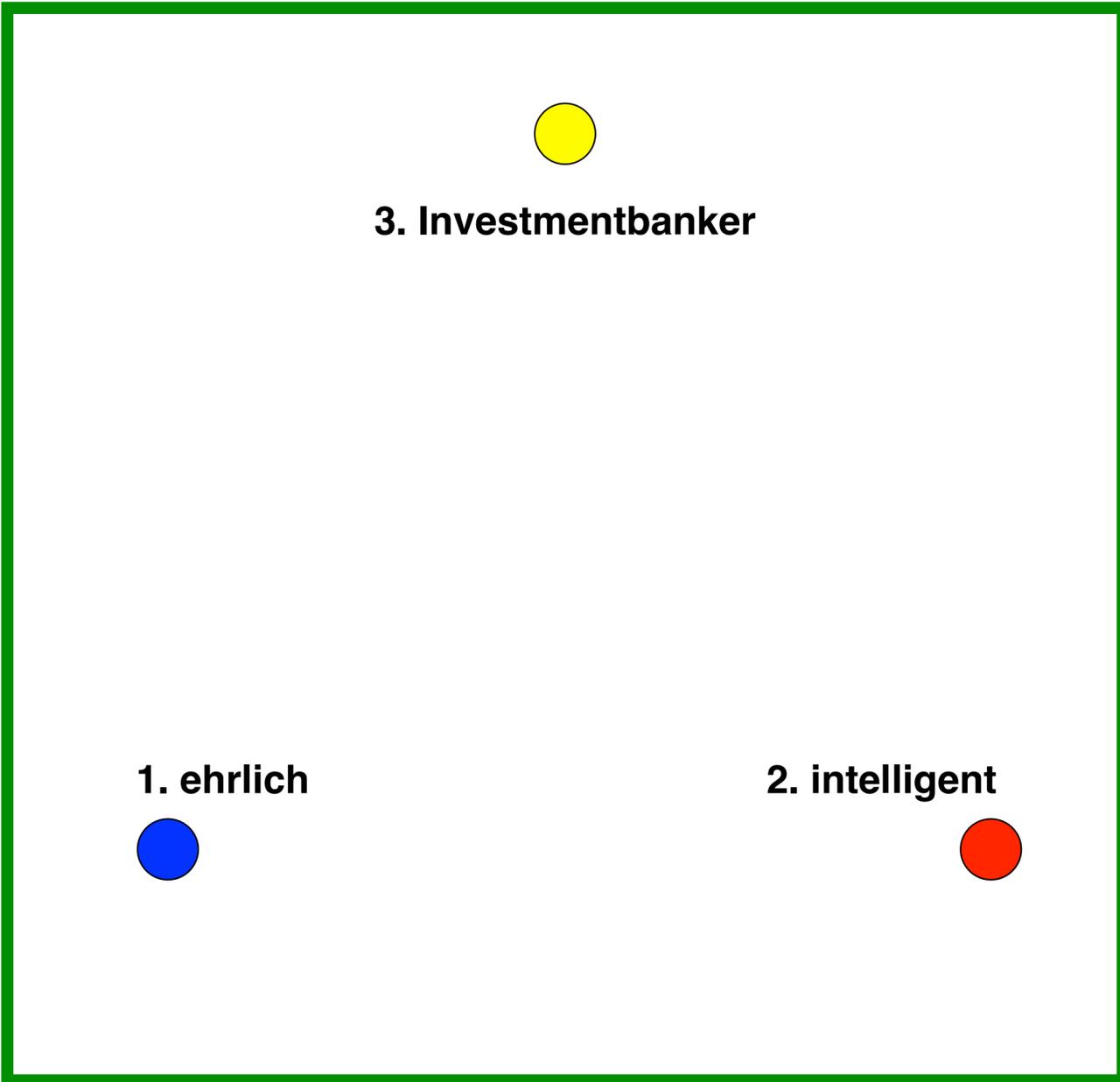
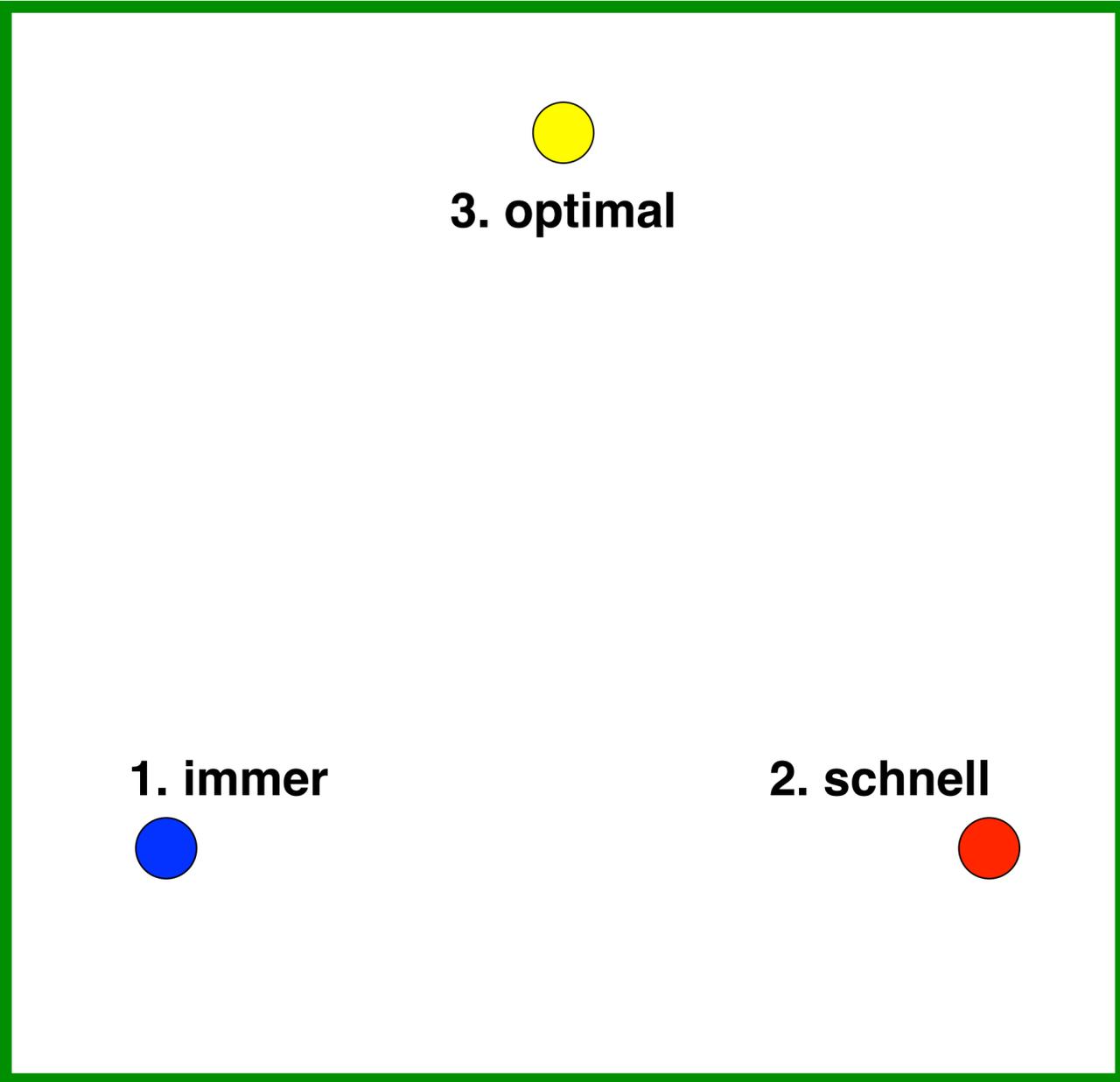


Finanzkrise

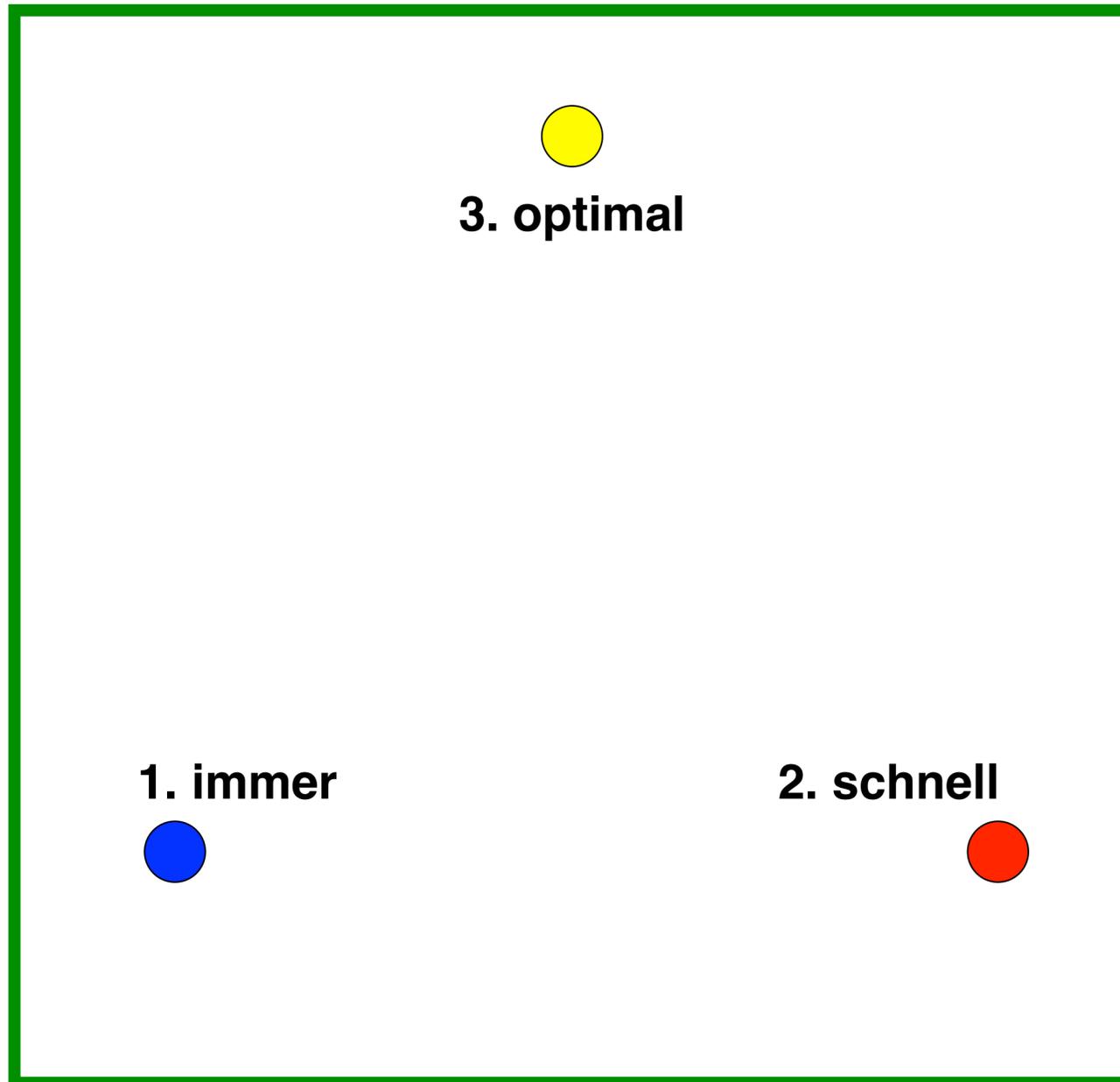


NP-Vollständigkeit

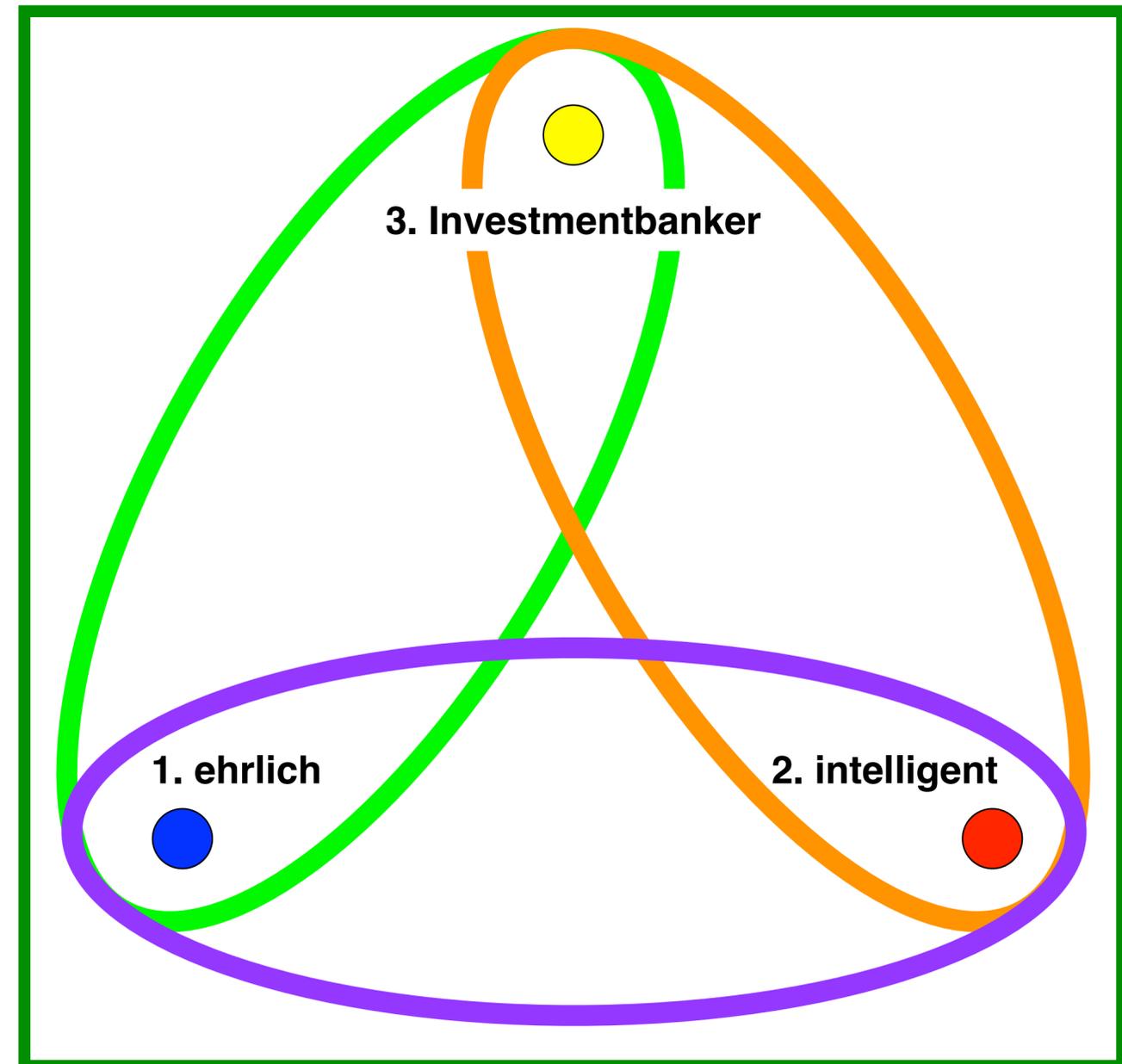
Finanzkrise



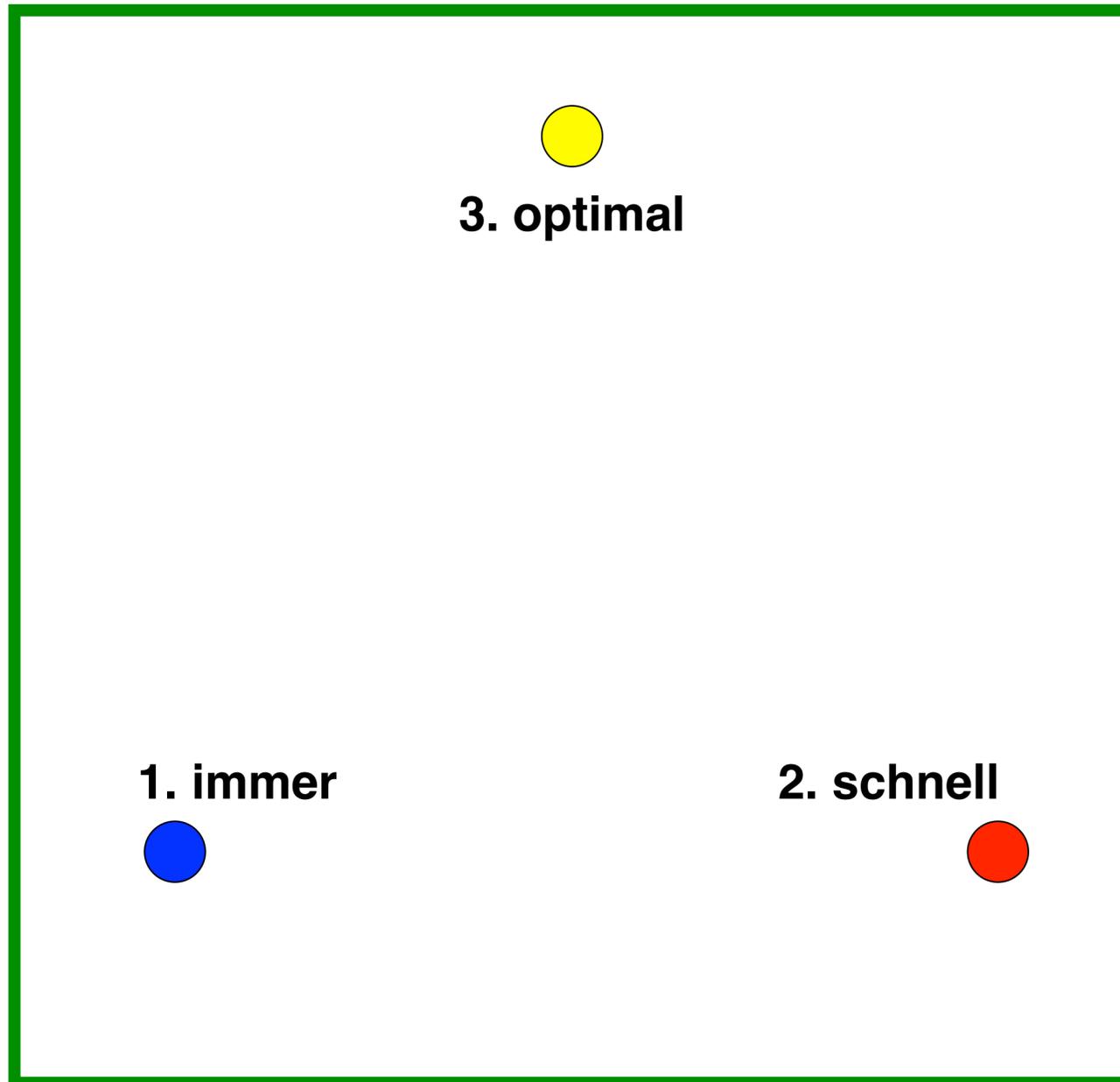
NP-Vollständigkeit



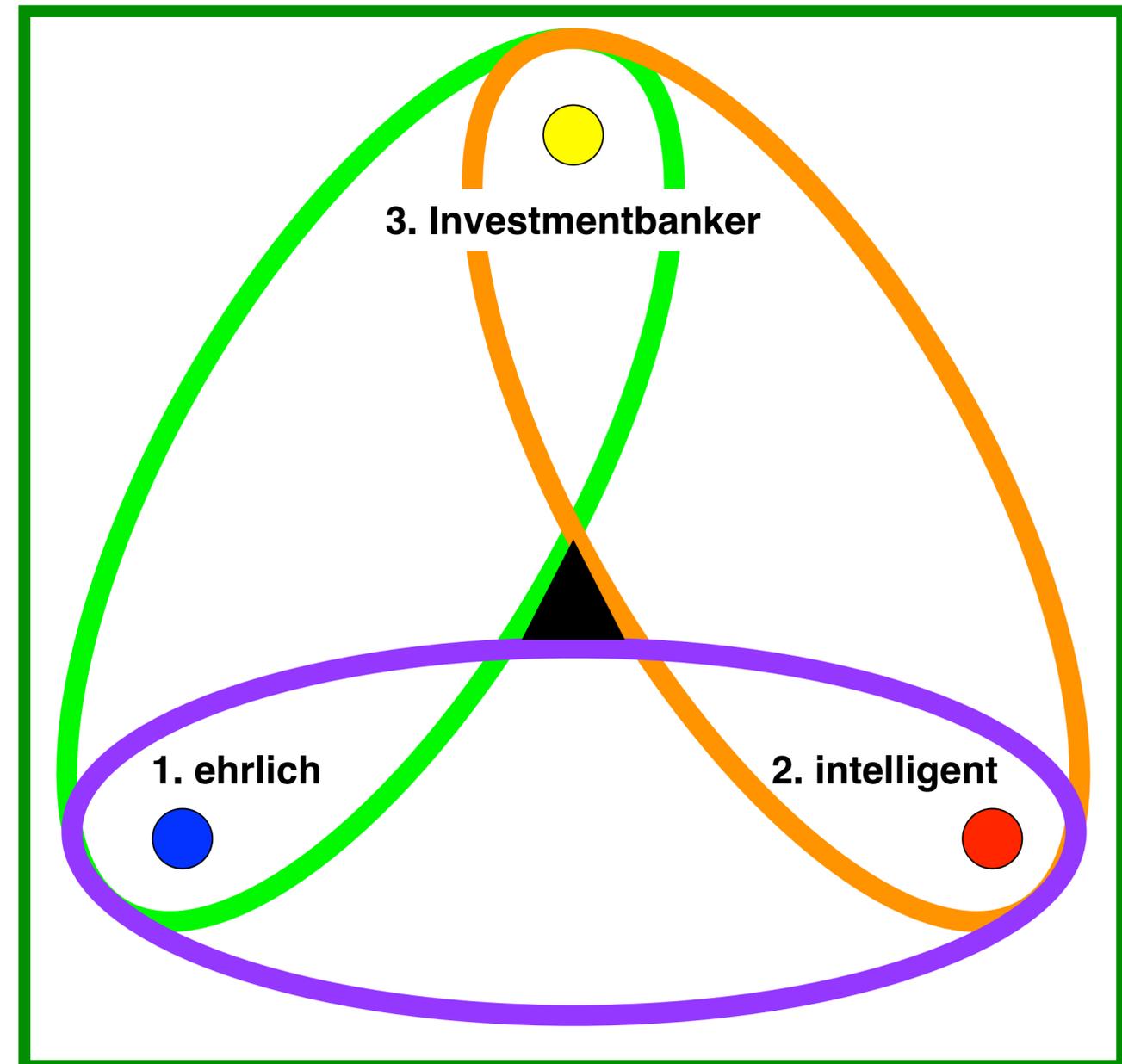
Finanzkrise



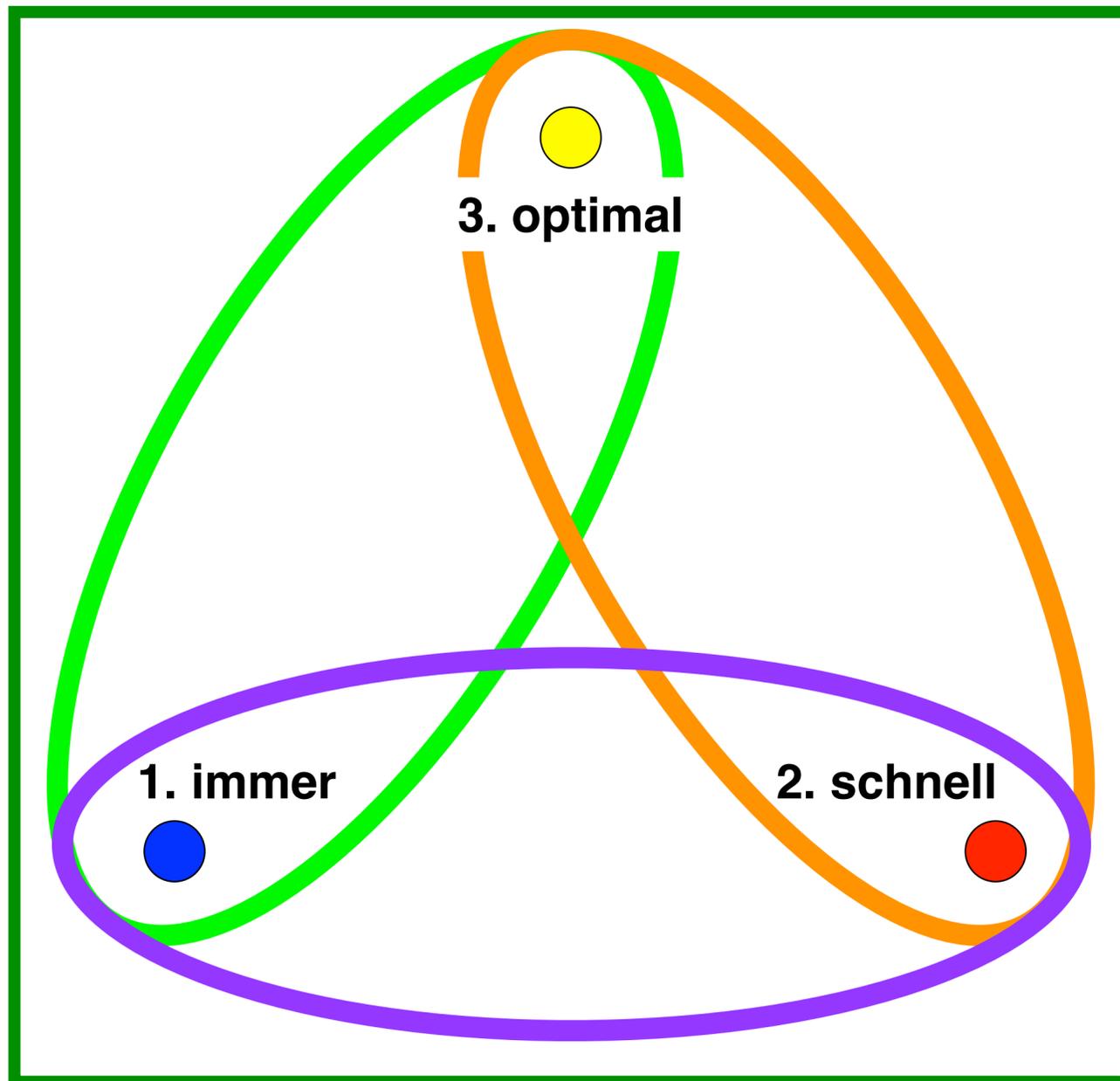
NP-Vollständigkeit



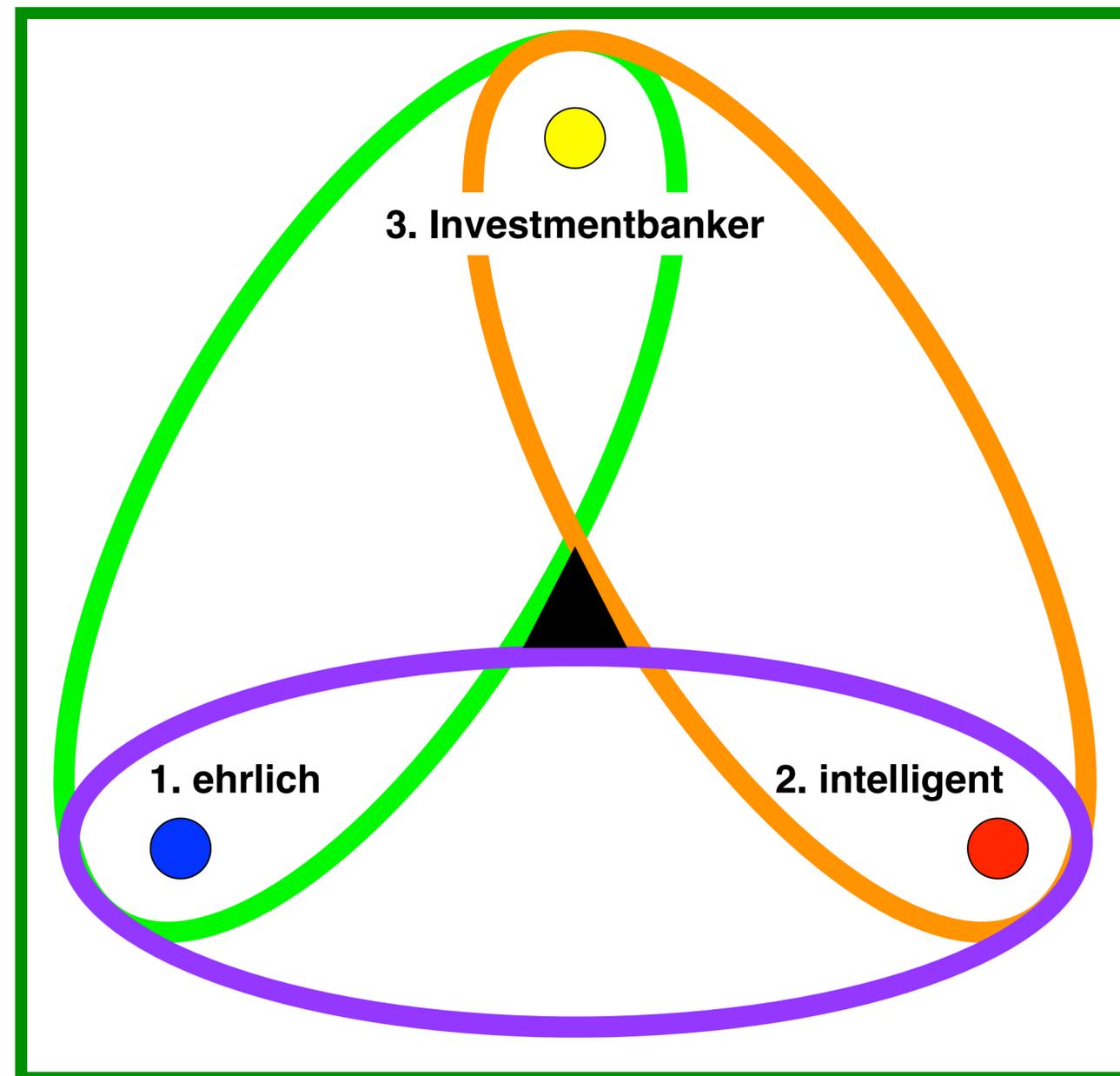
Finanzkrise



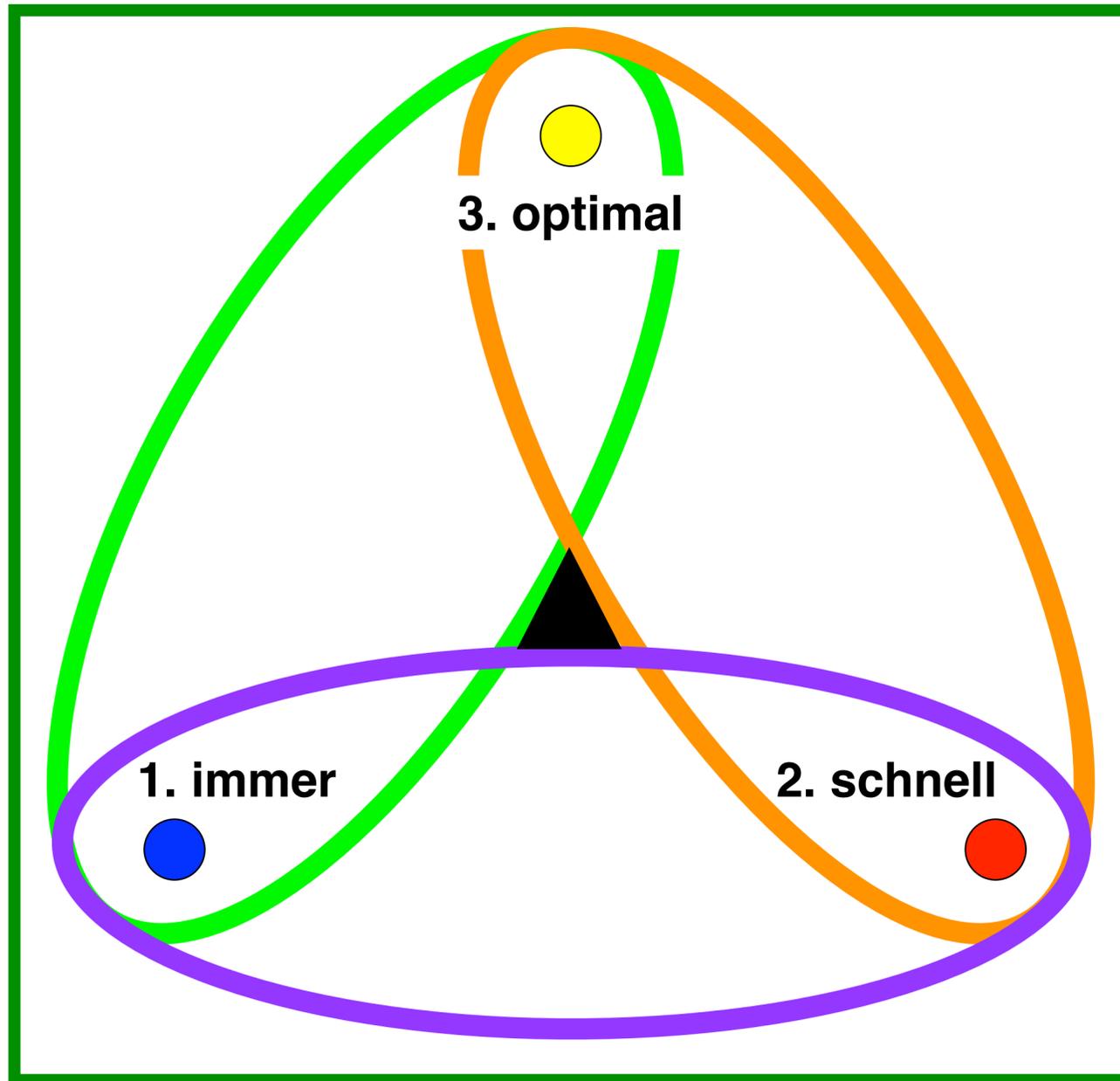
NP-Vollständigkeit



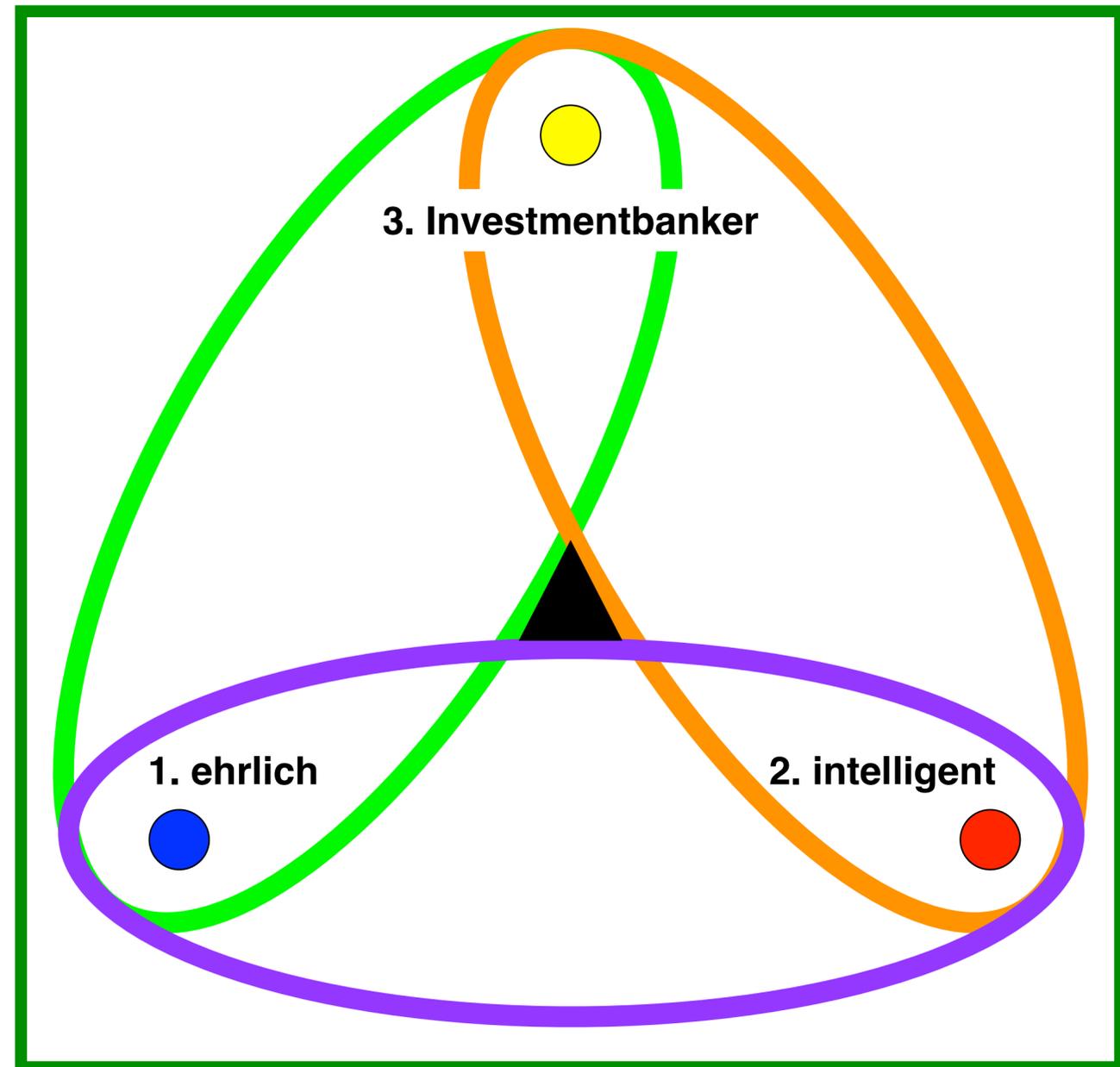
Finanzkrise



NP-Vollständigkeit



Finanzkrise



WE OFFER THREE • KINDS OF SERVICE

GOOD • FAST • CHEAP

YOU CAN PICK ANY TWO



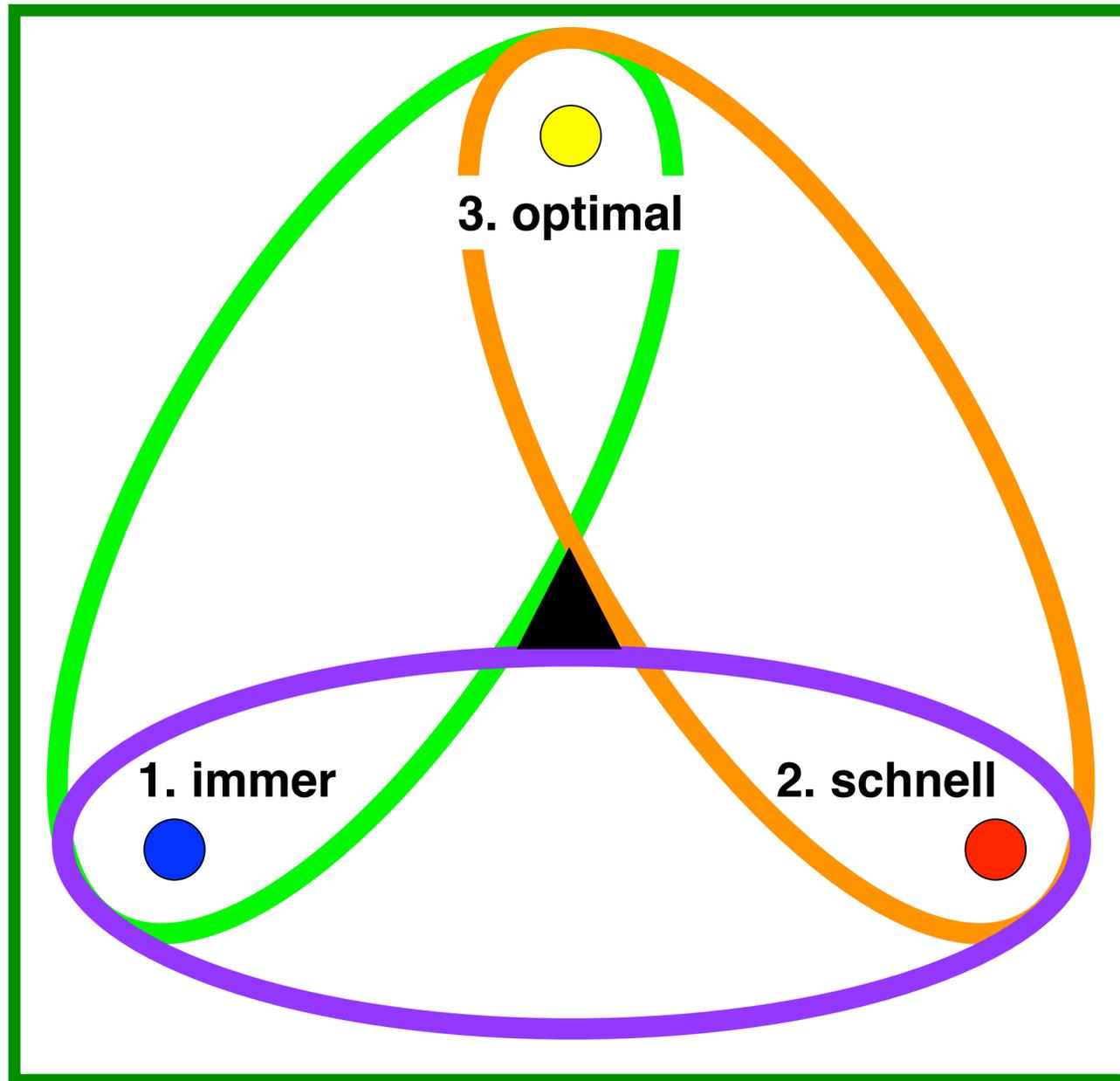
GOOD & CHEAP WONT BE FAST

GOOD & FAST WON'T BE CHEAP

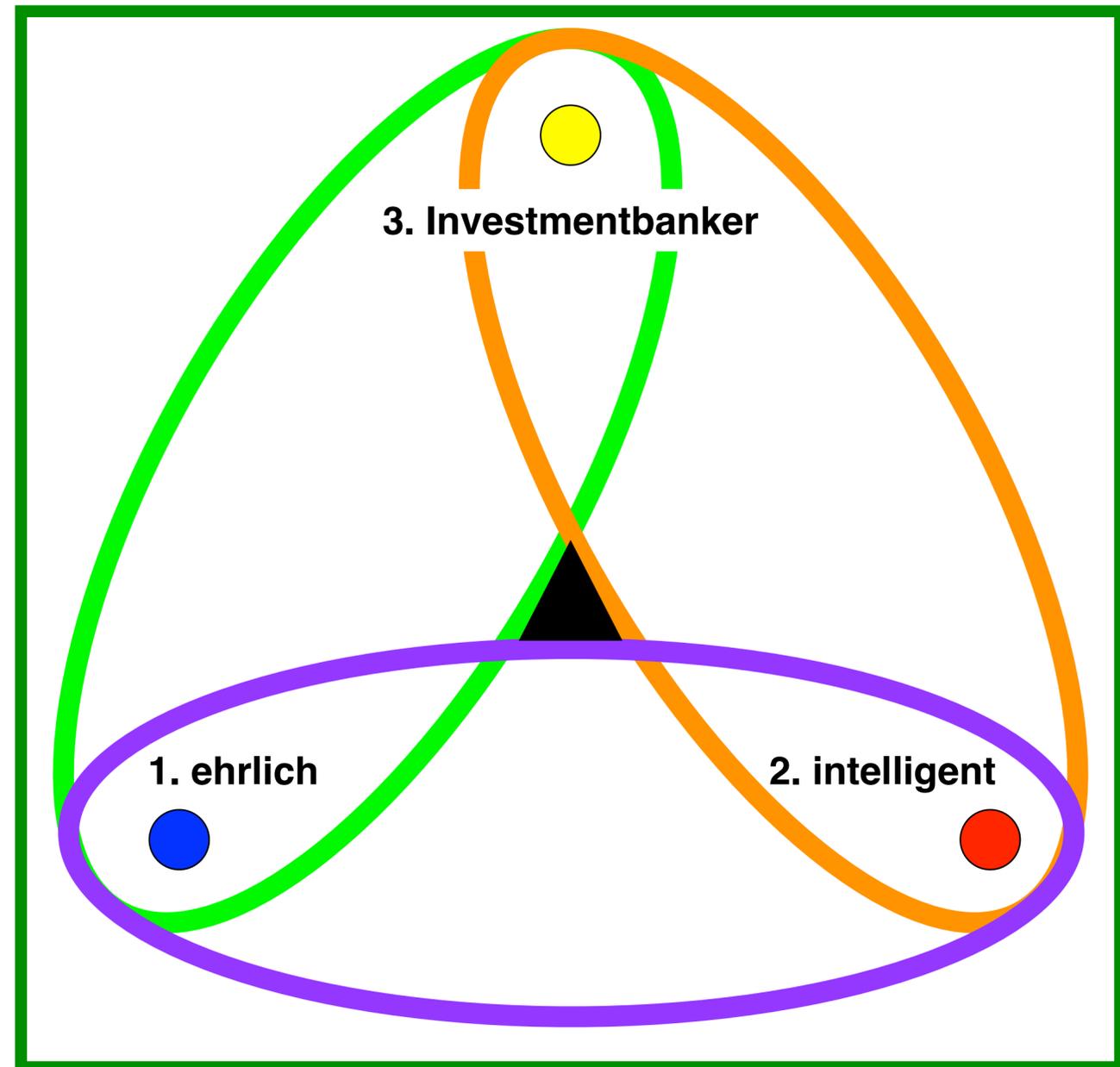
FAST & CHEAP WON'T BE GOOD



NP-Vollständigkeit

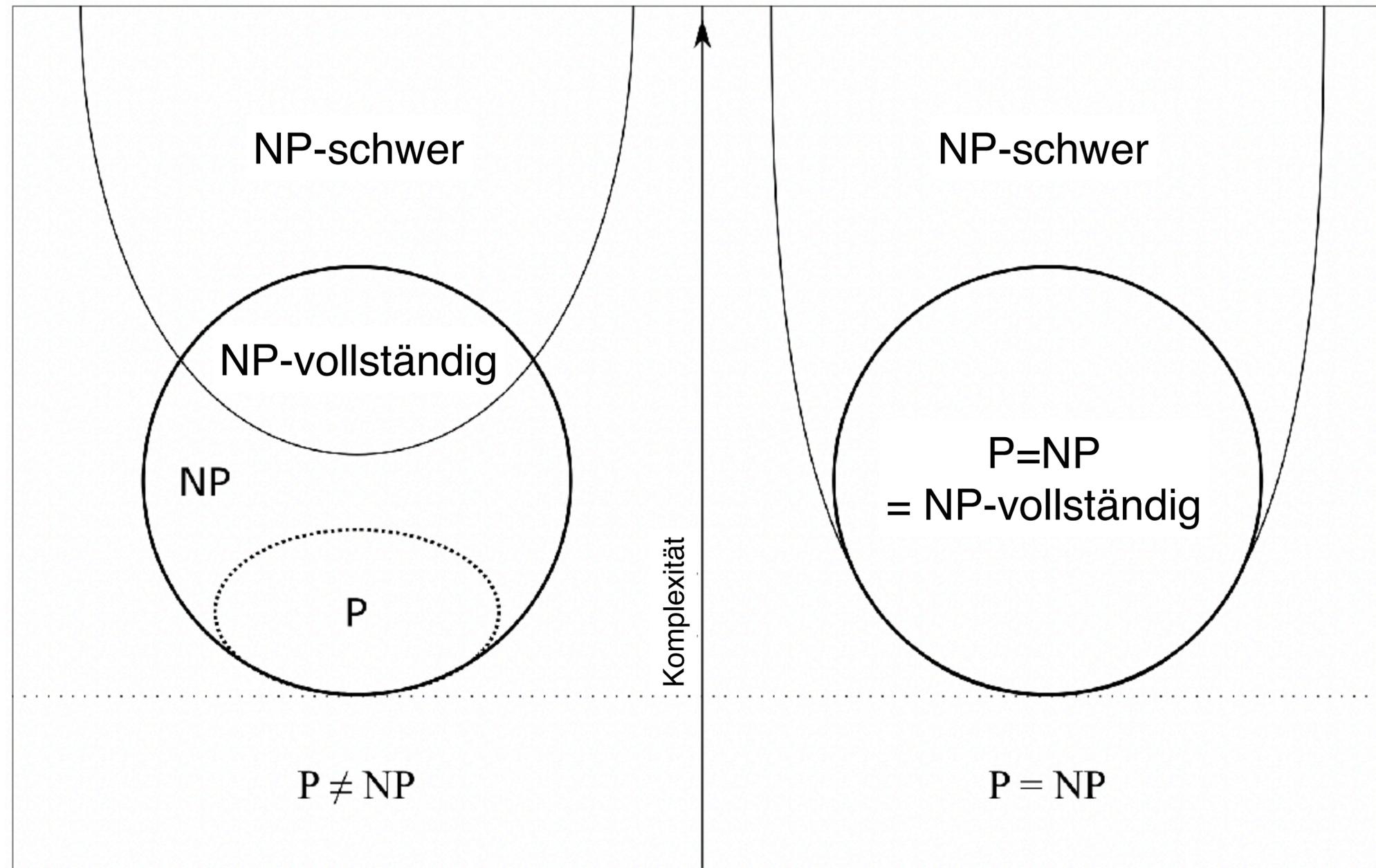


Finanzkrise

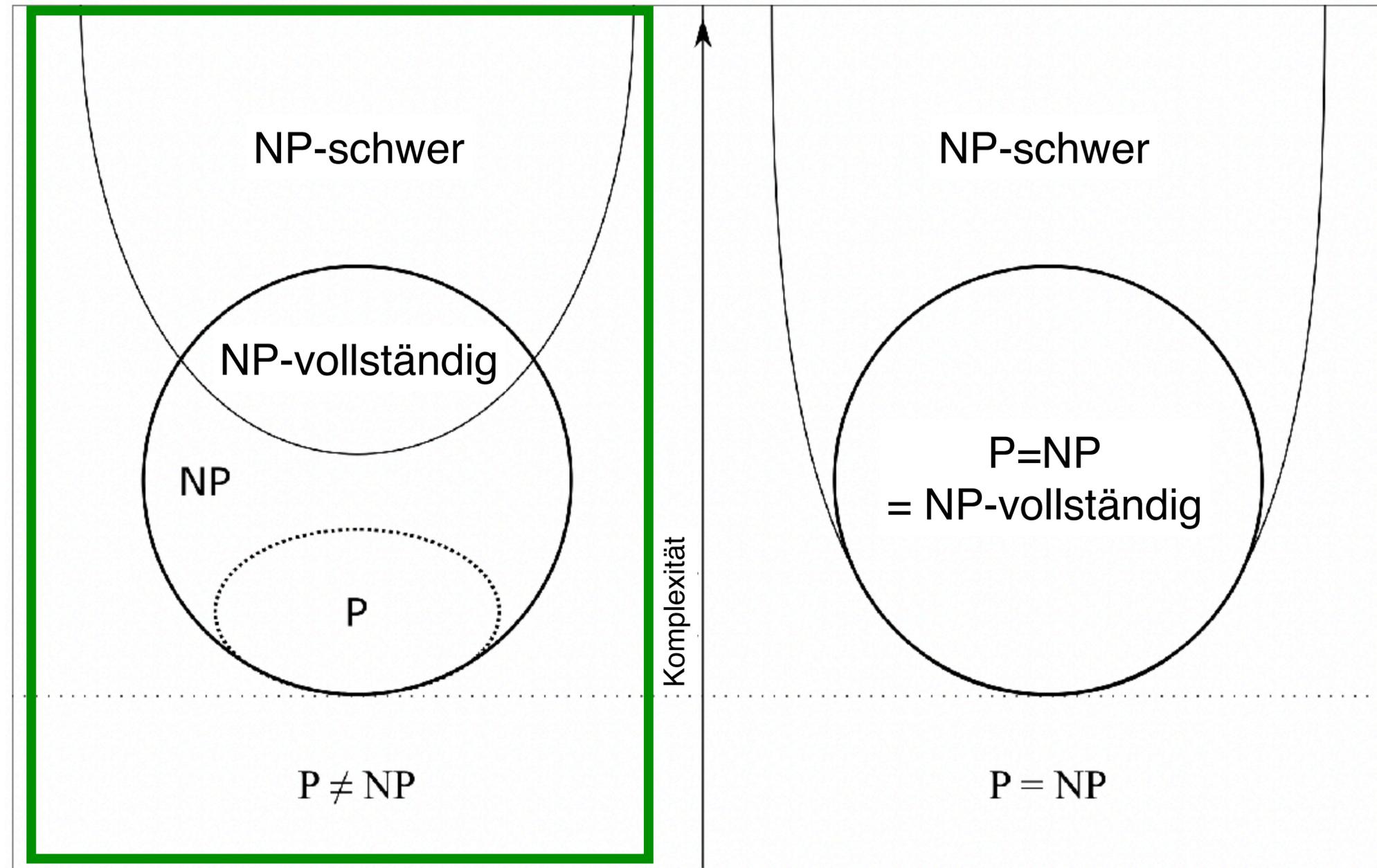


Die Komplexitätslandschaft

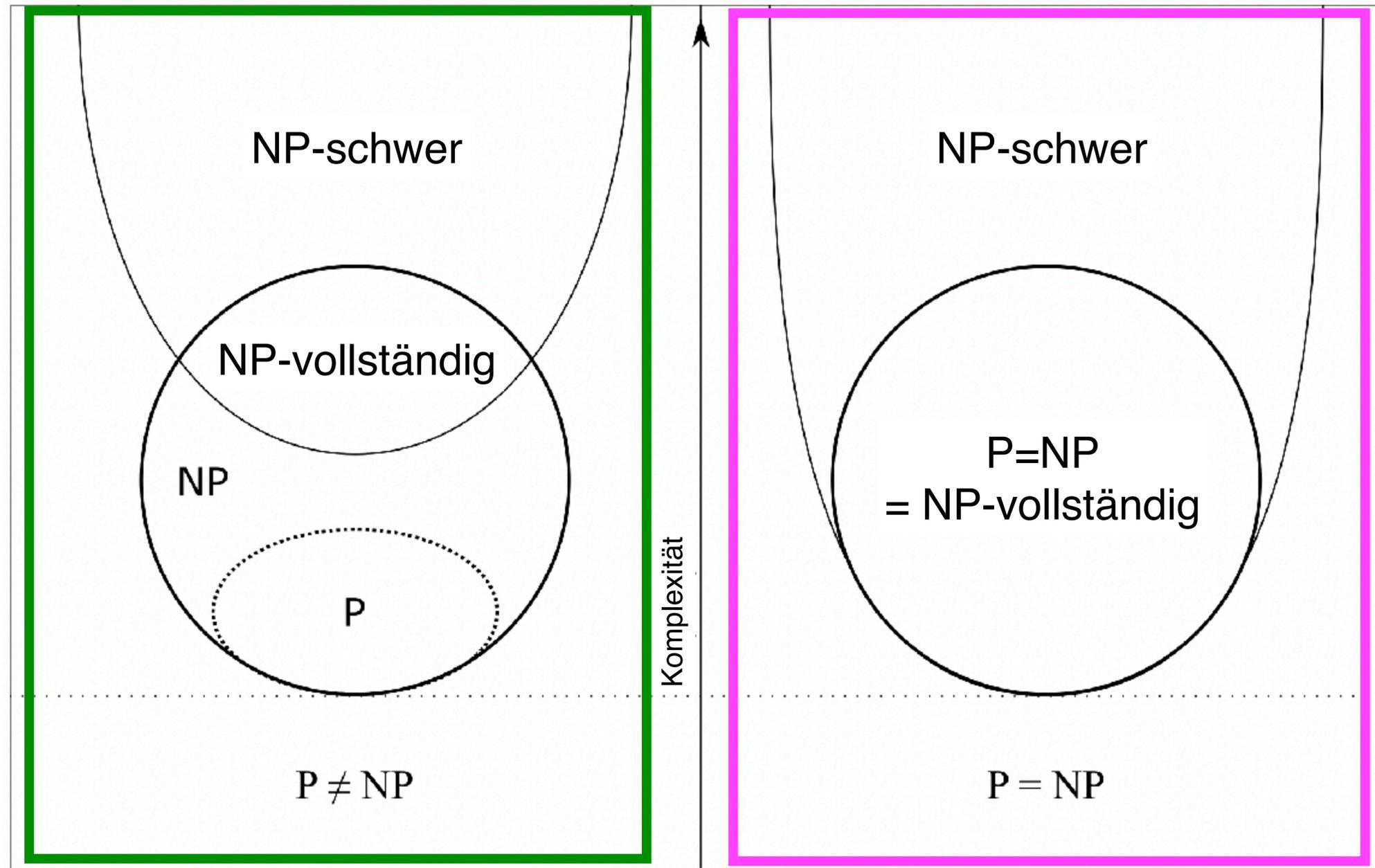
Die Komplexitätslandschaft



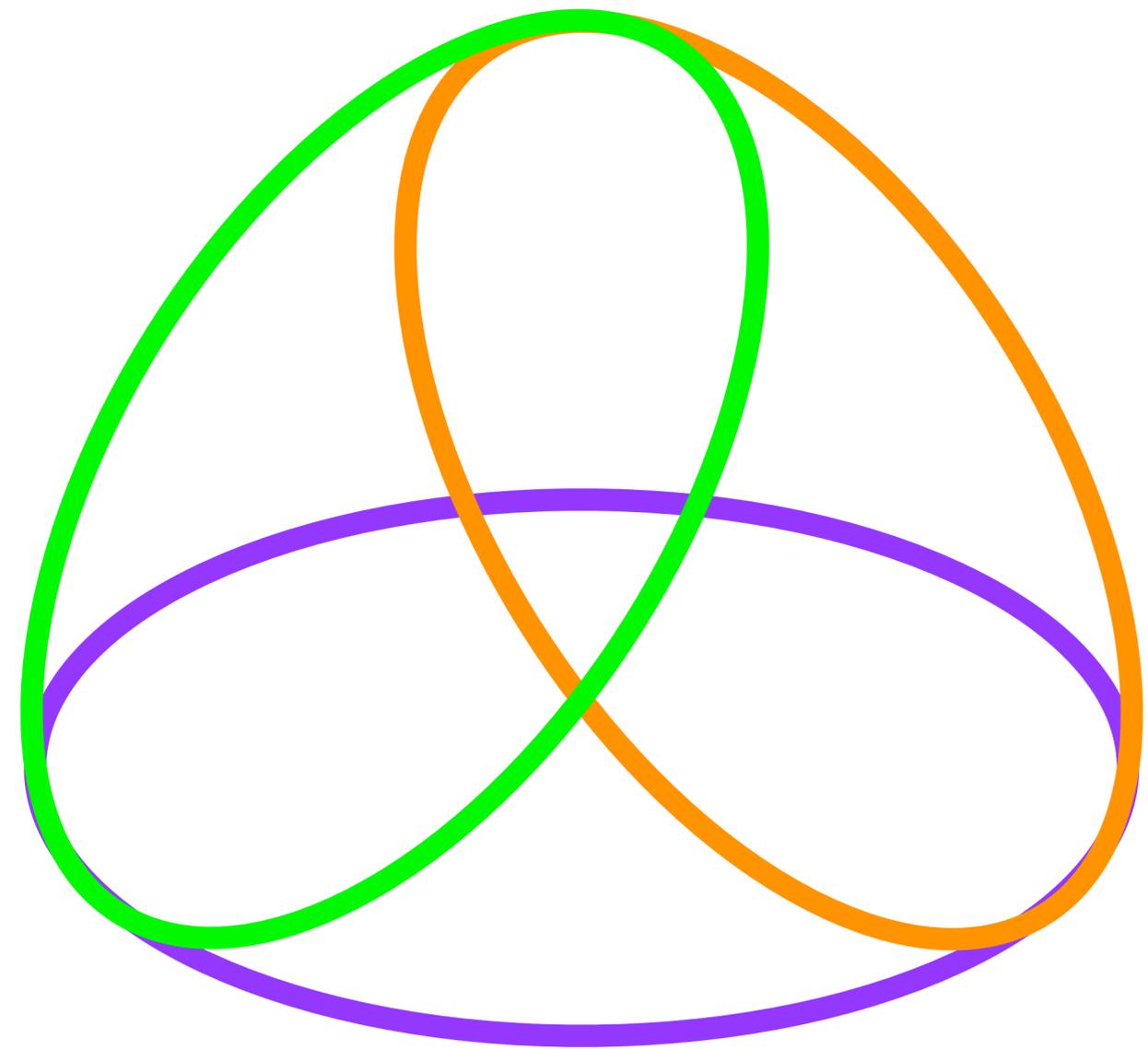
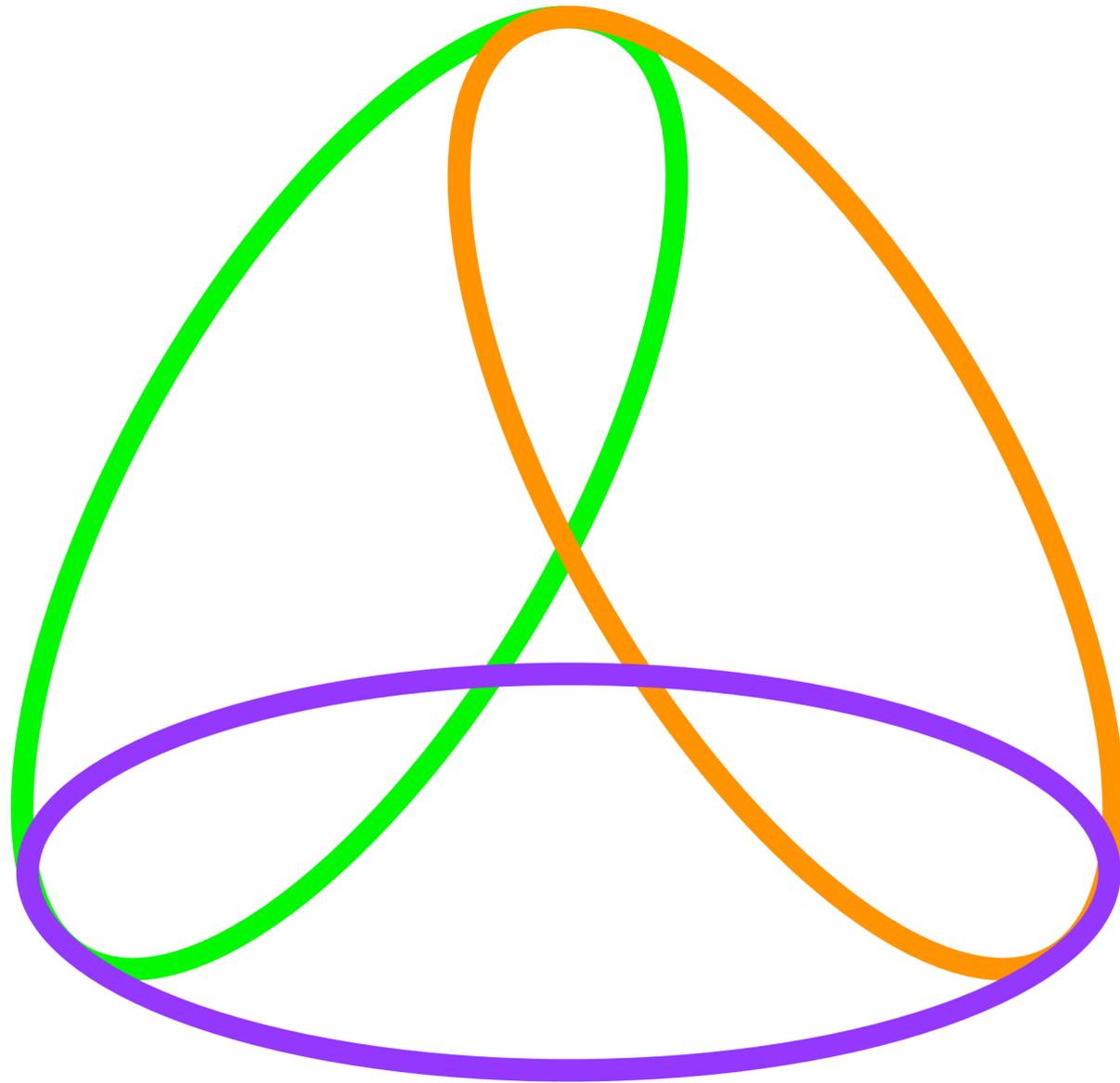
Die Komplexitätslandschaft



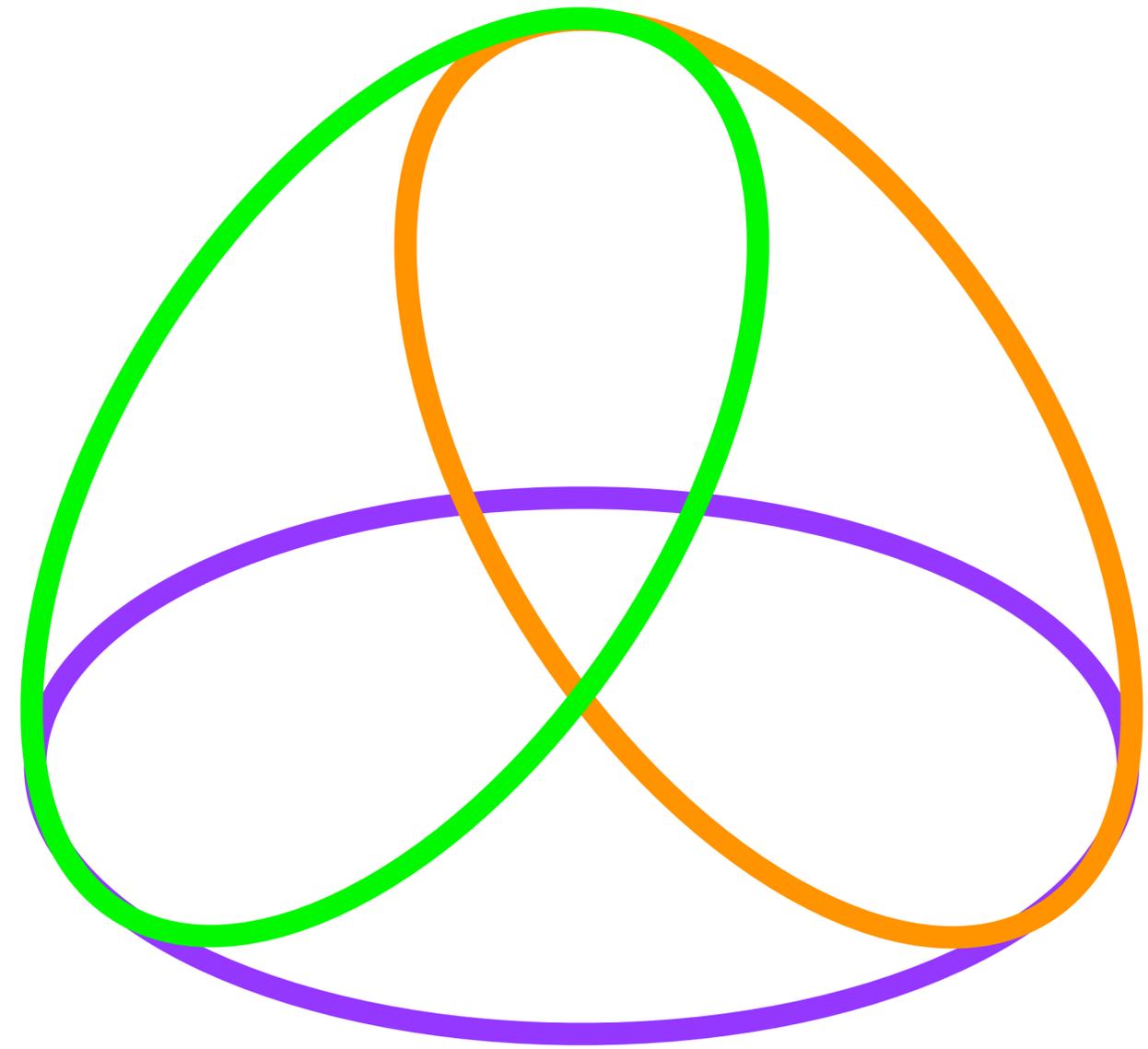
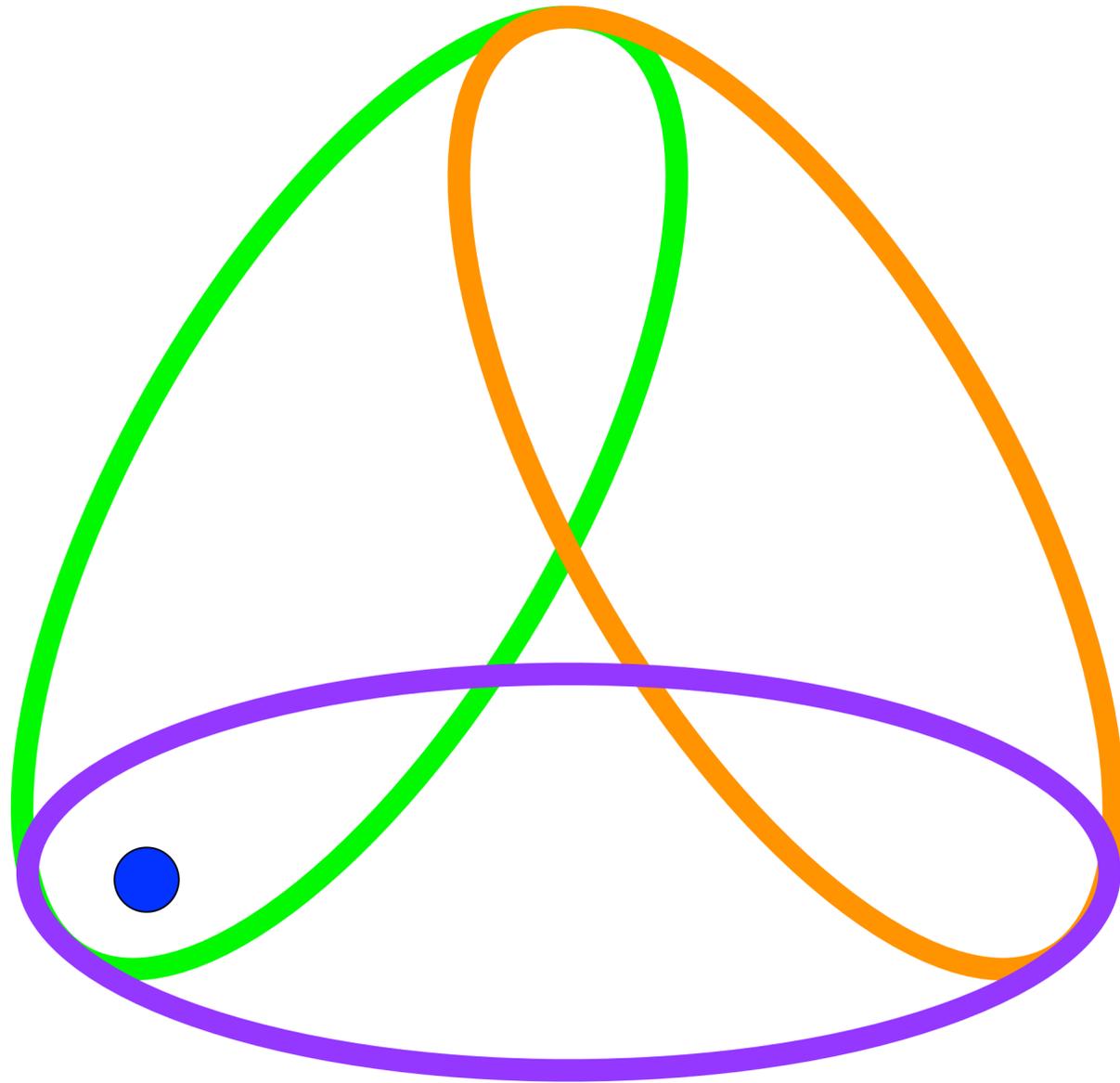
Die Komplexitätslandschaft



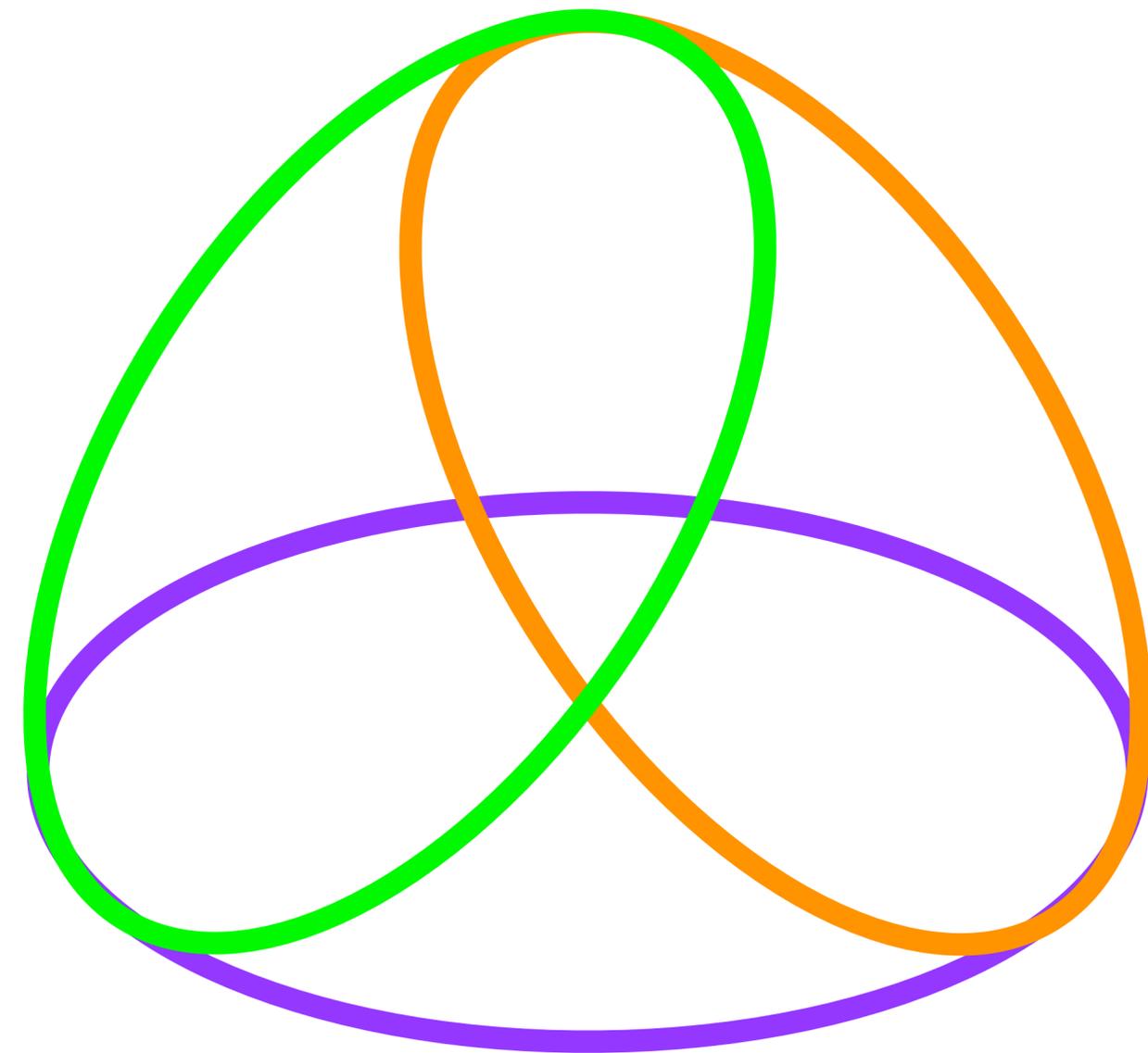
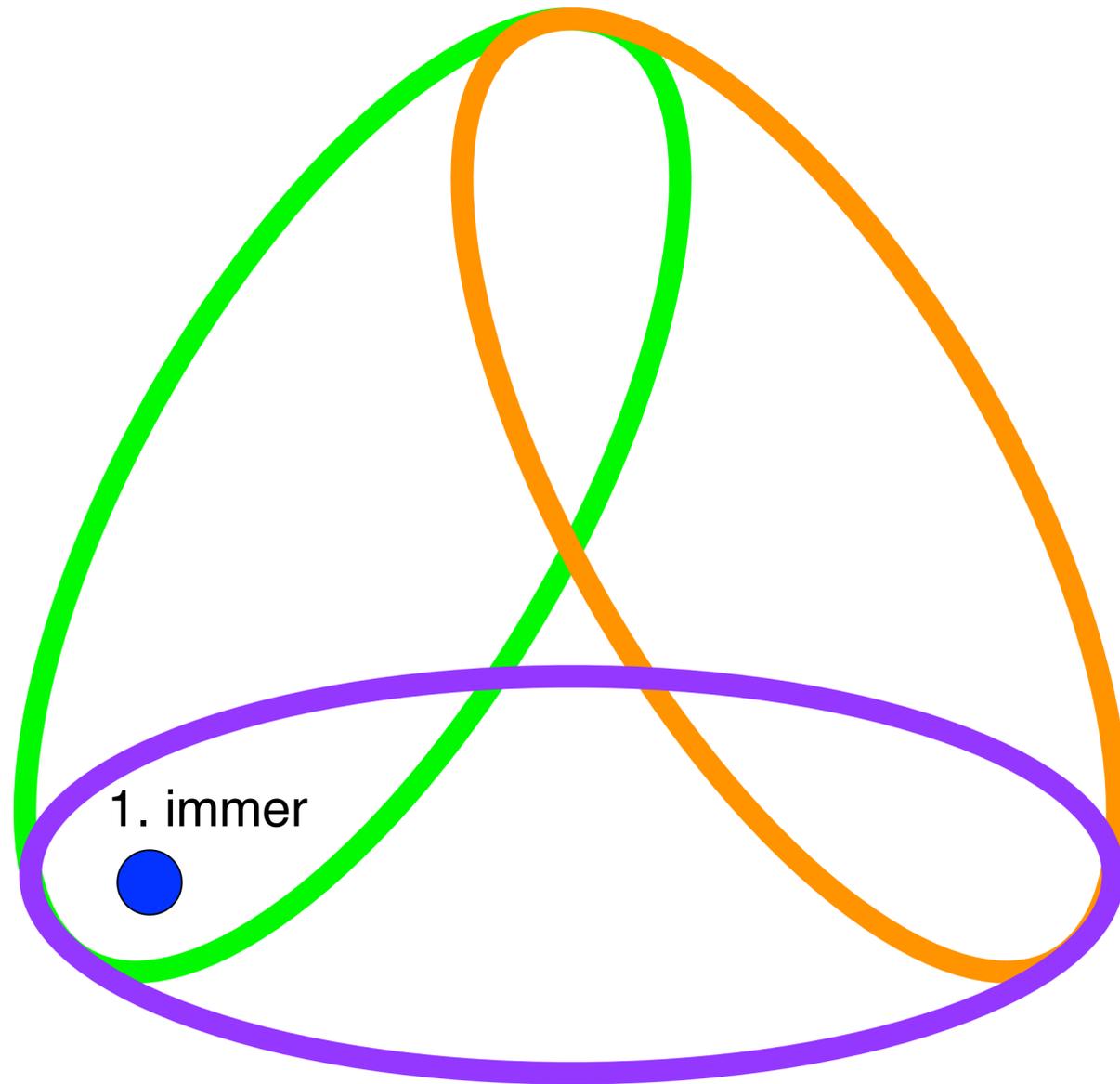
Das Bild für Knapsack



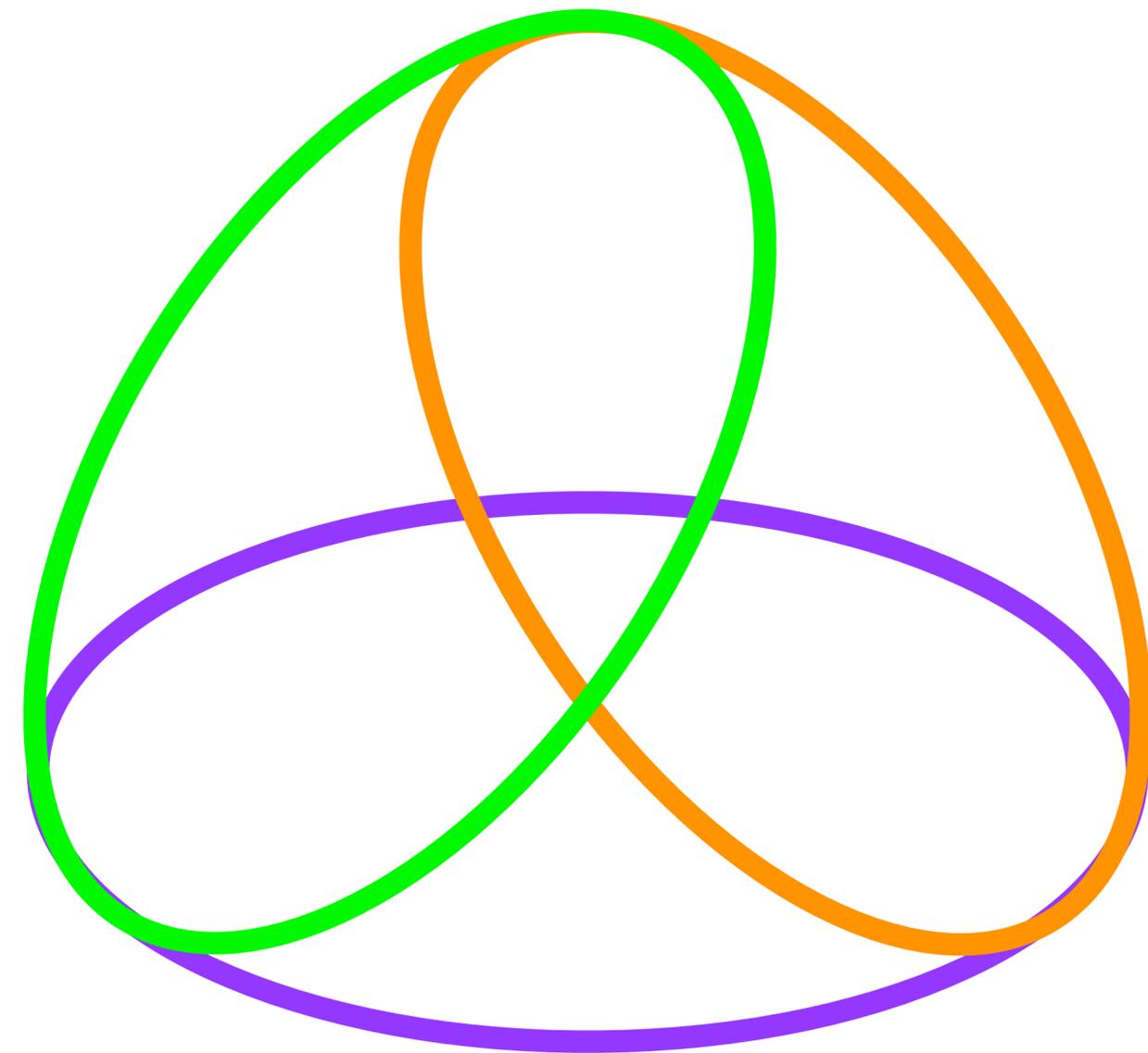
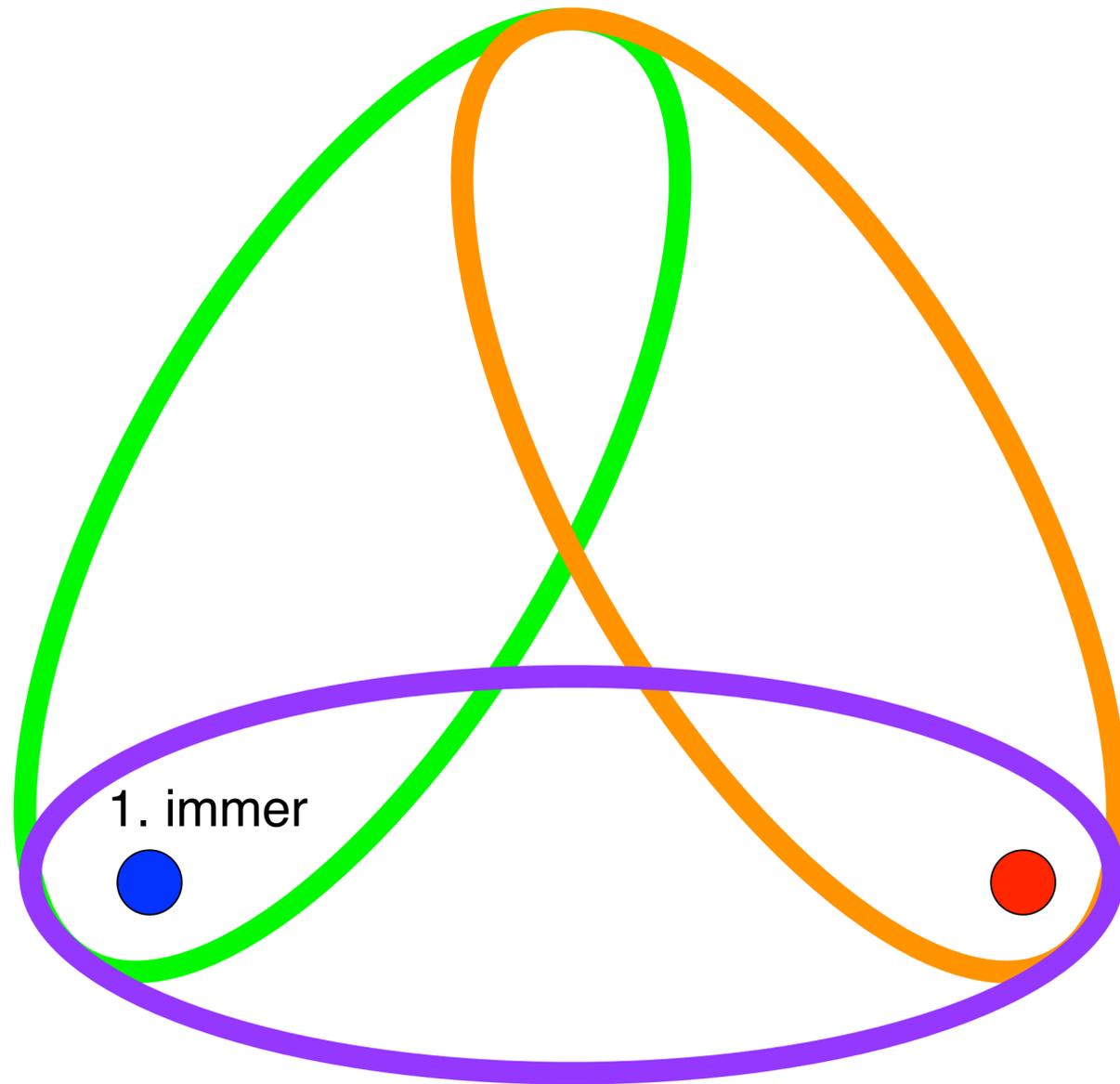
Das Bild für Knapsack



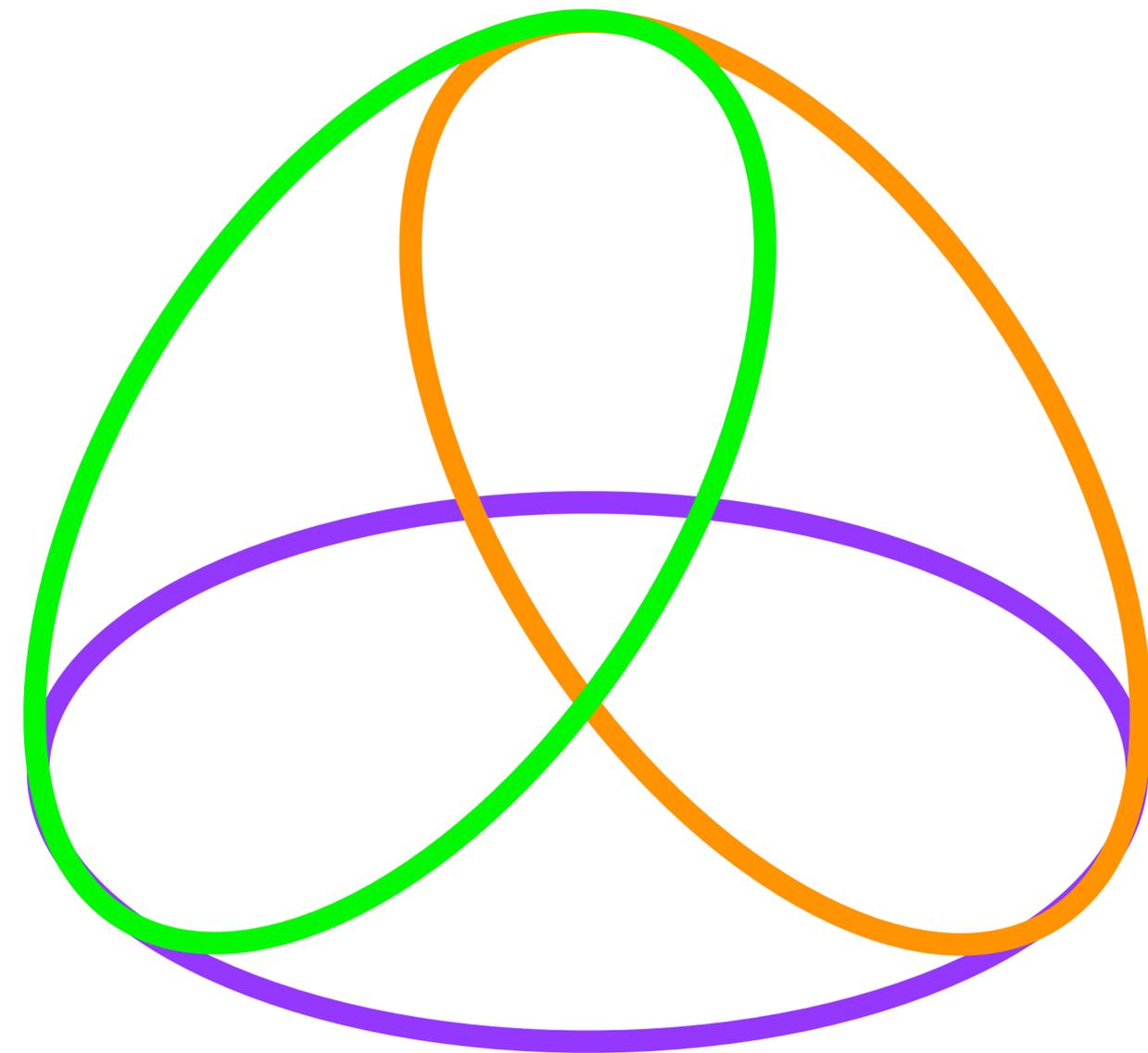
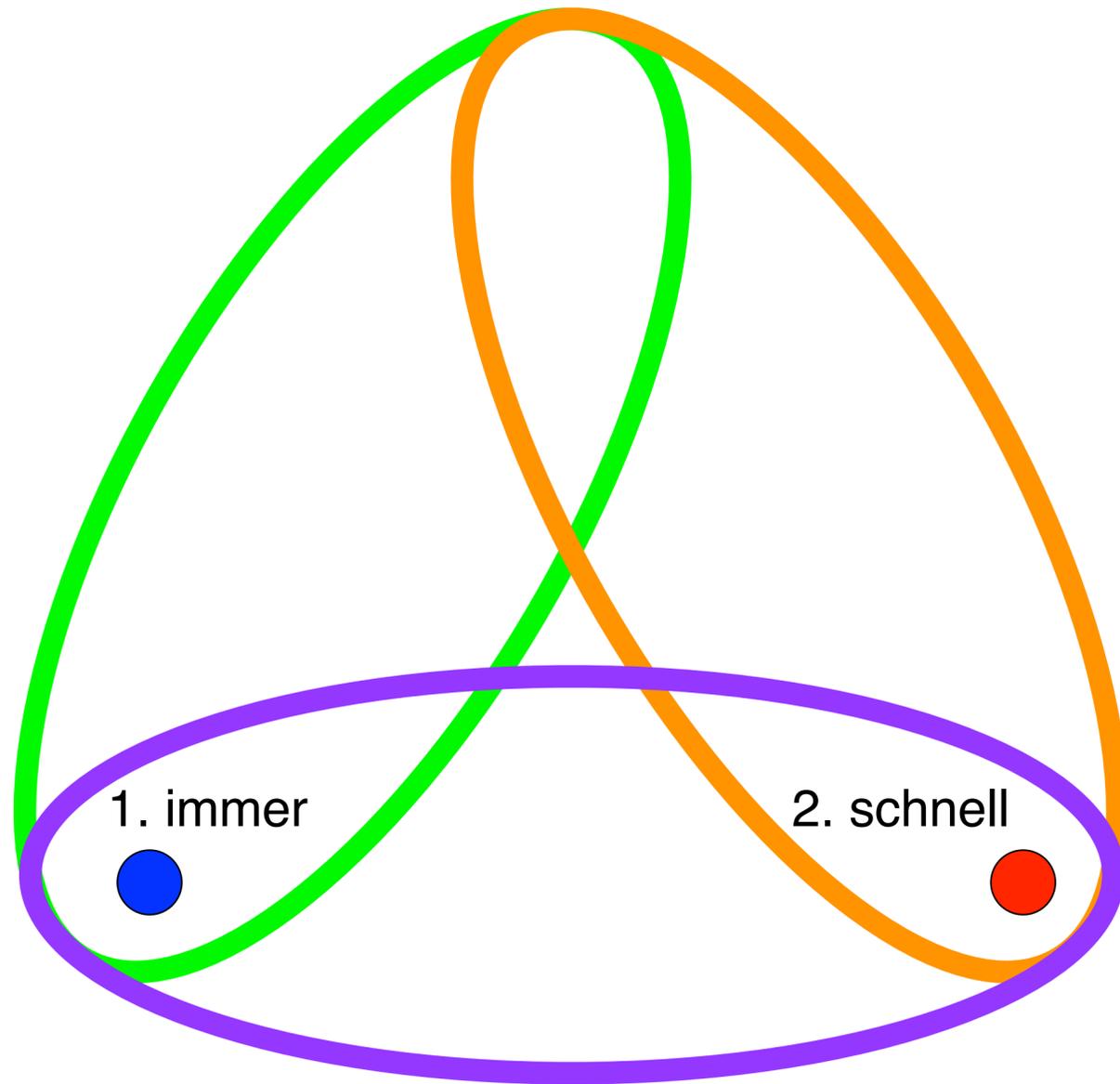
Das Bild für Knapsack



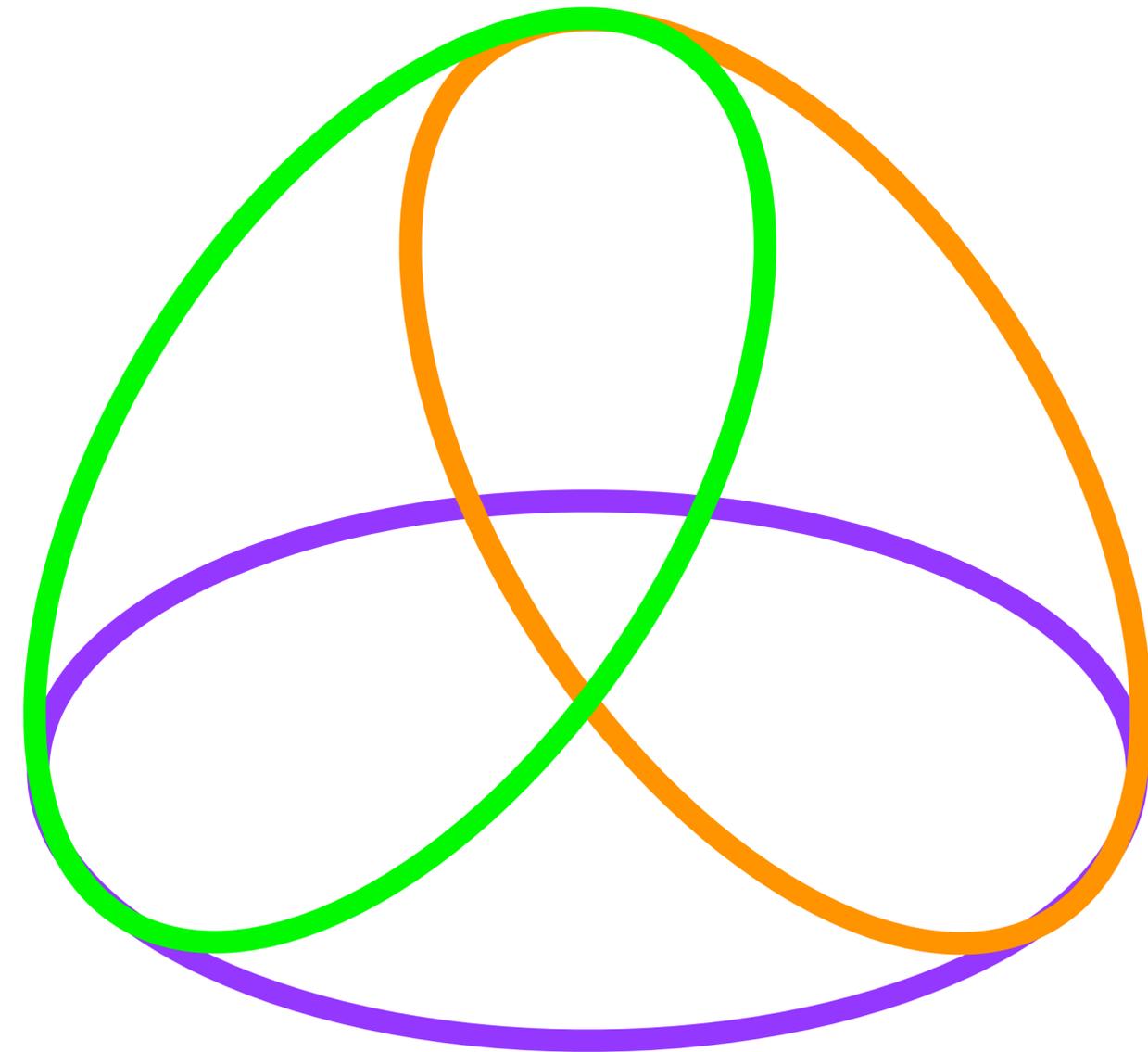
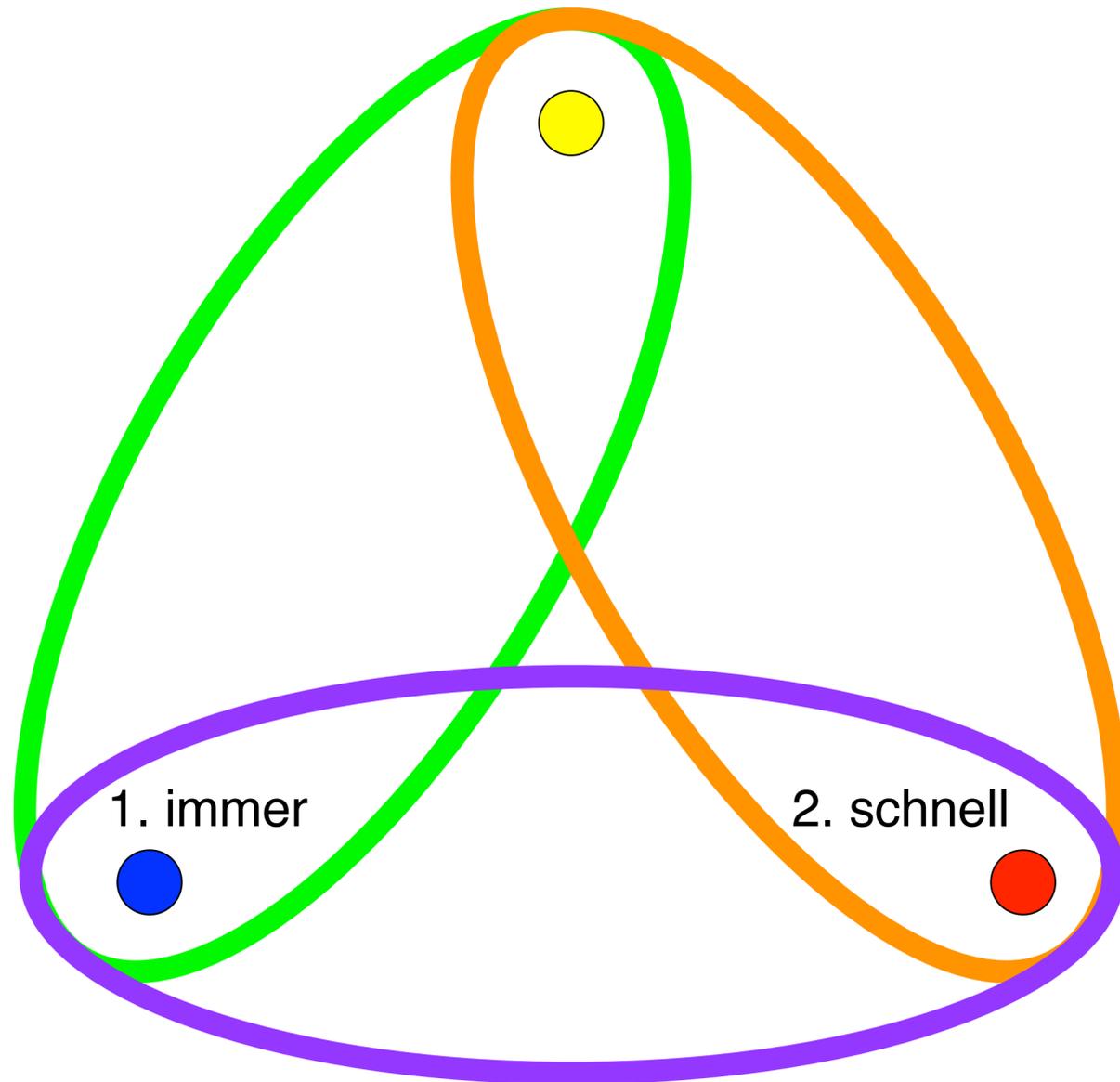
Das Bild für Knapsack



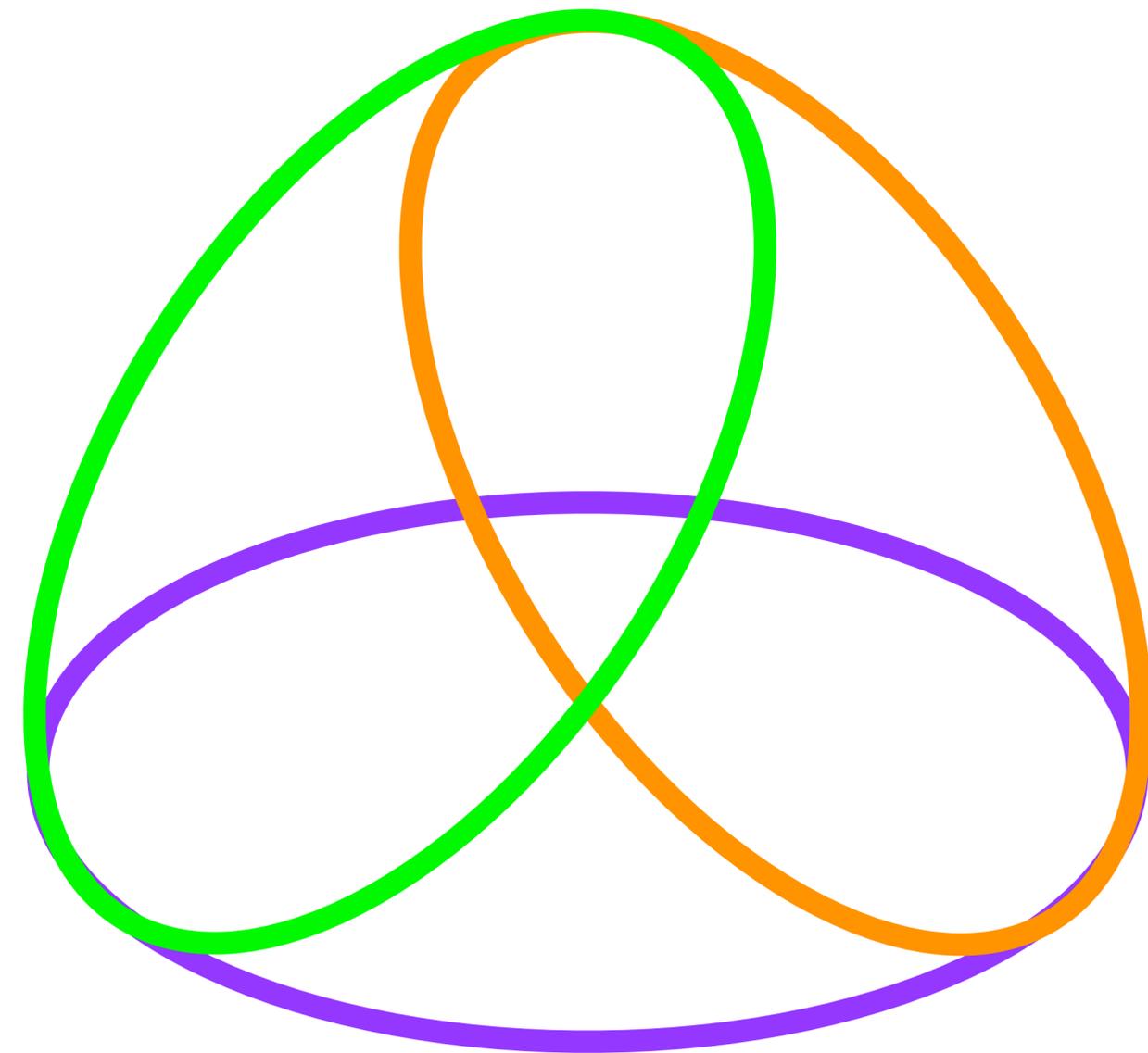
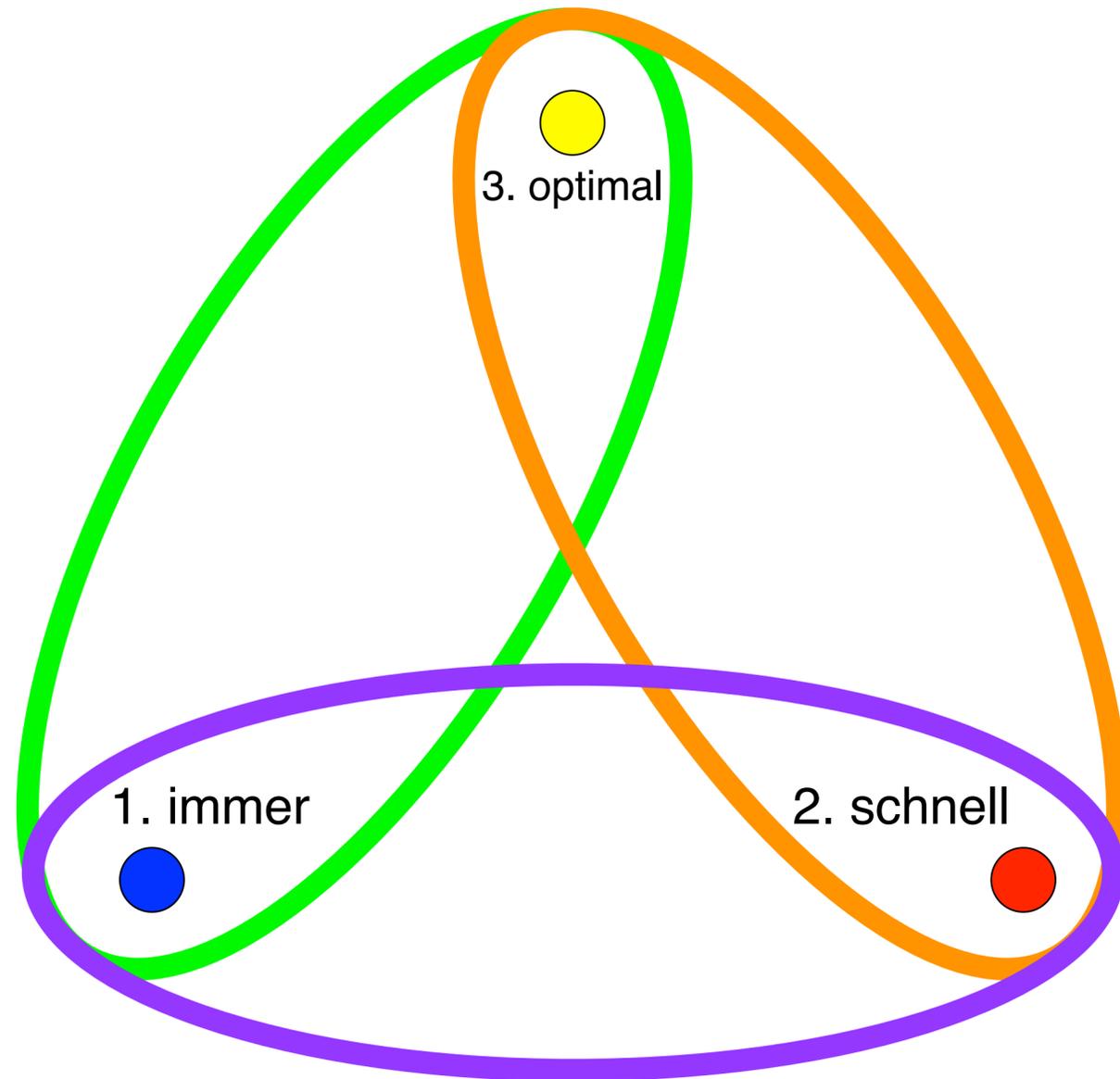
Das Bild für Knapsack



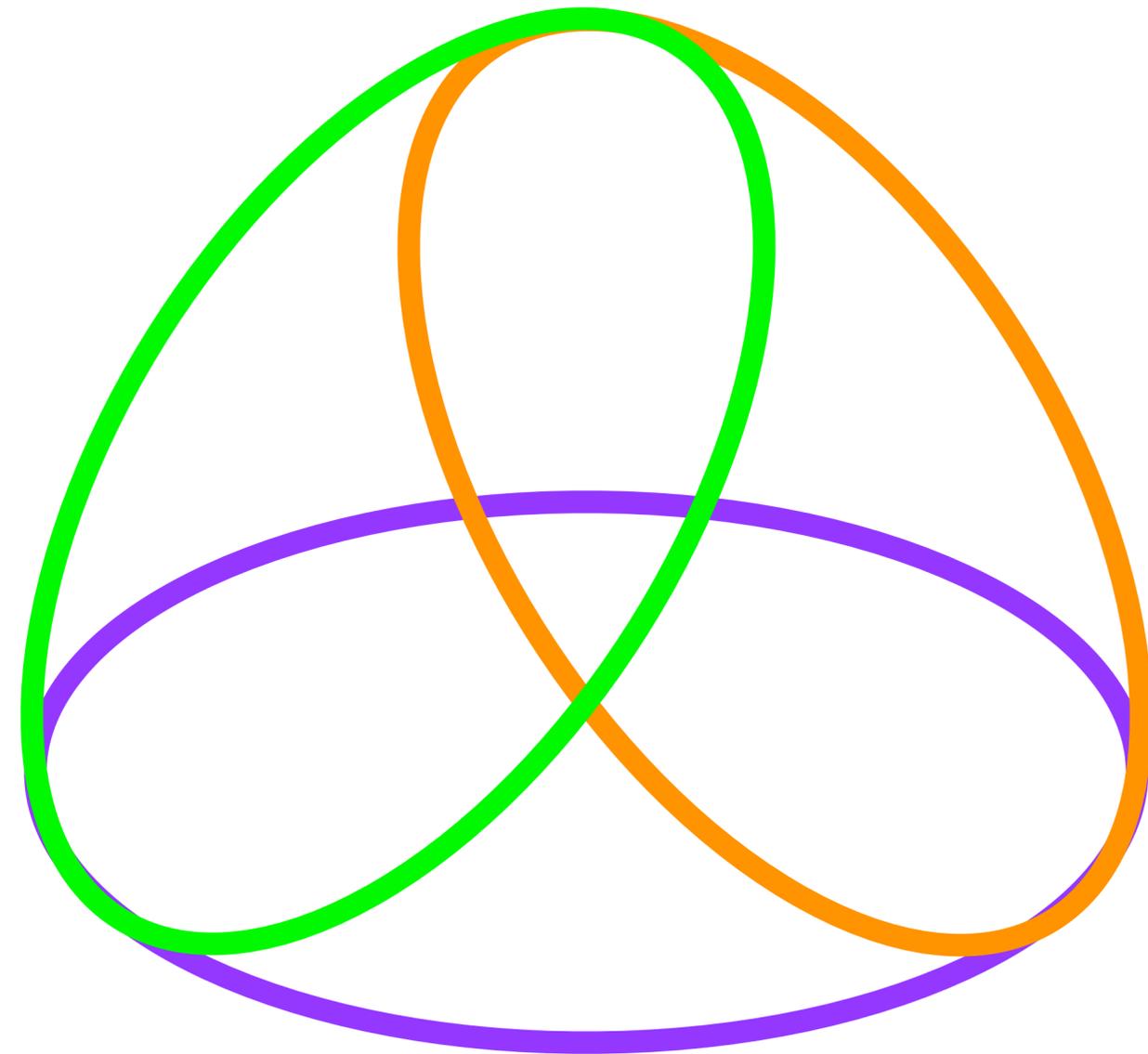
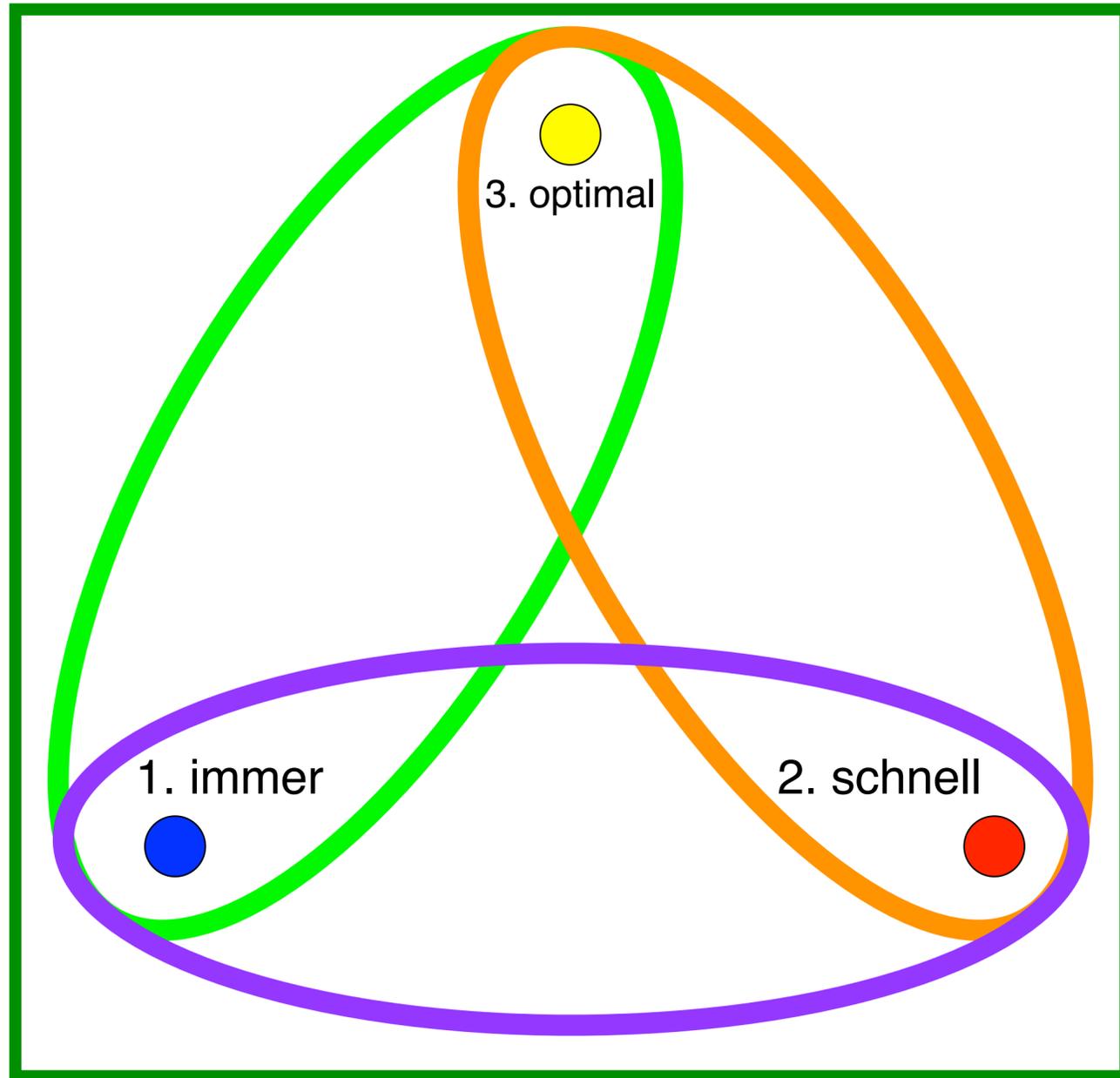
Das Bild für Knapsack



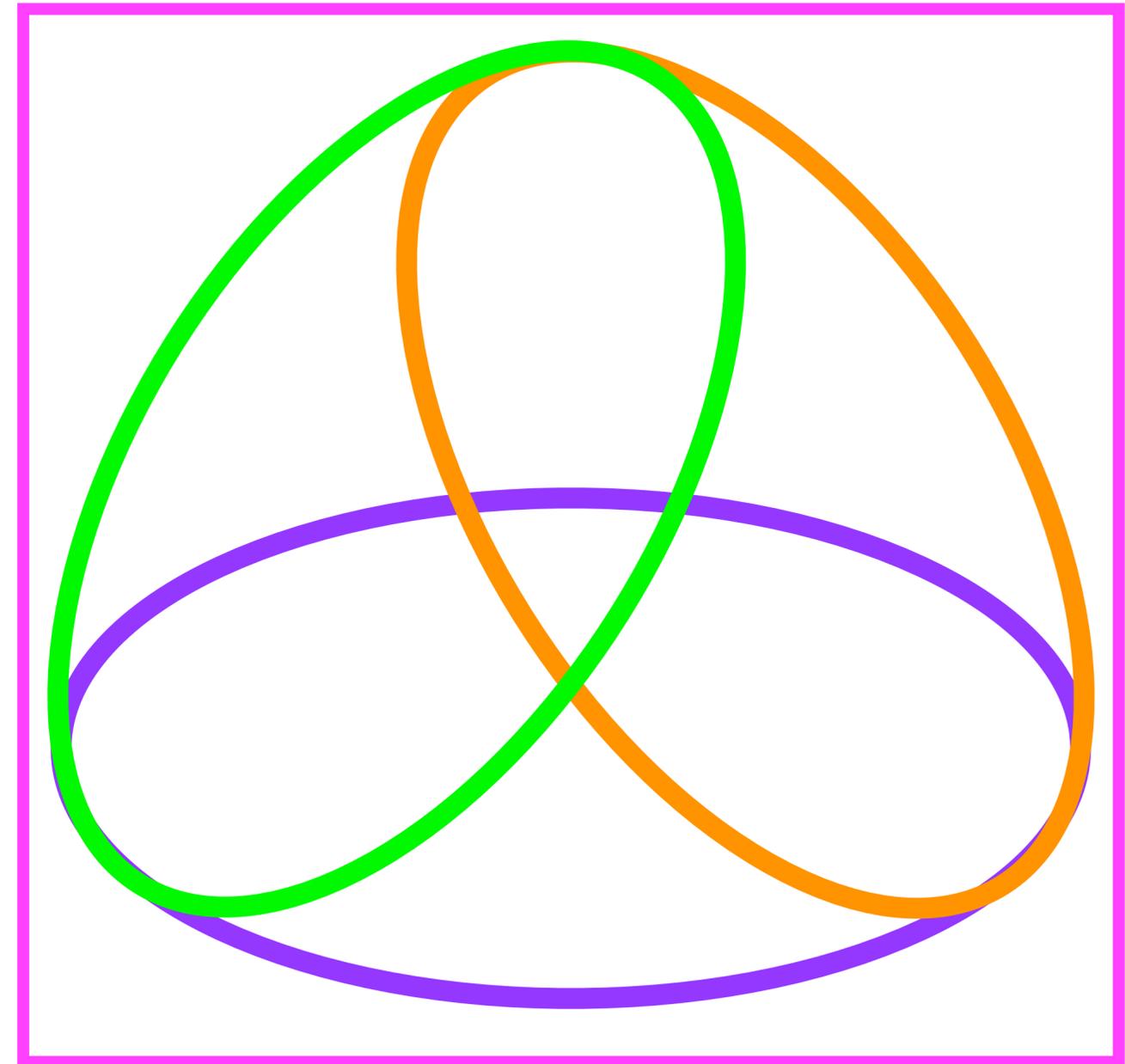
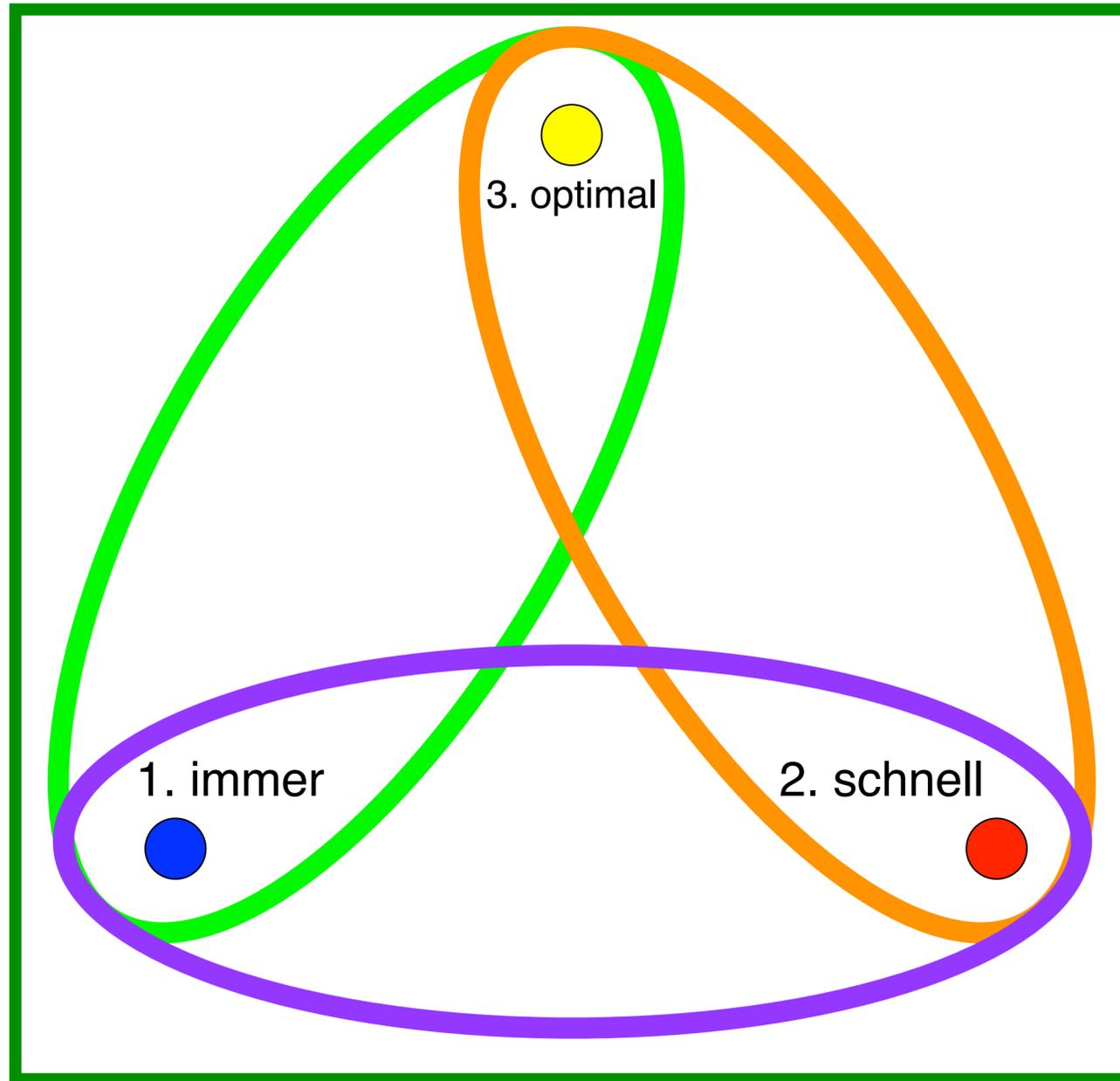
Das Bild für Knapsack



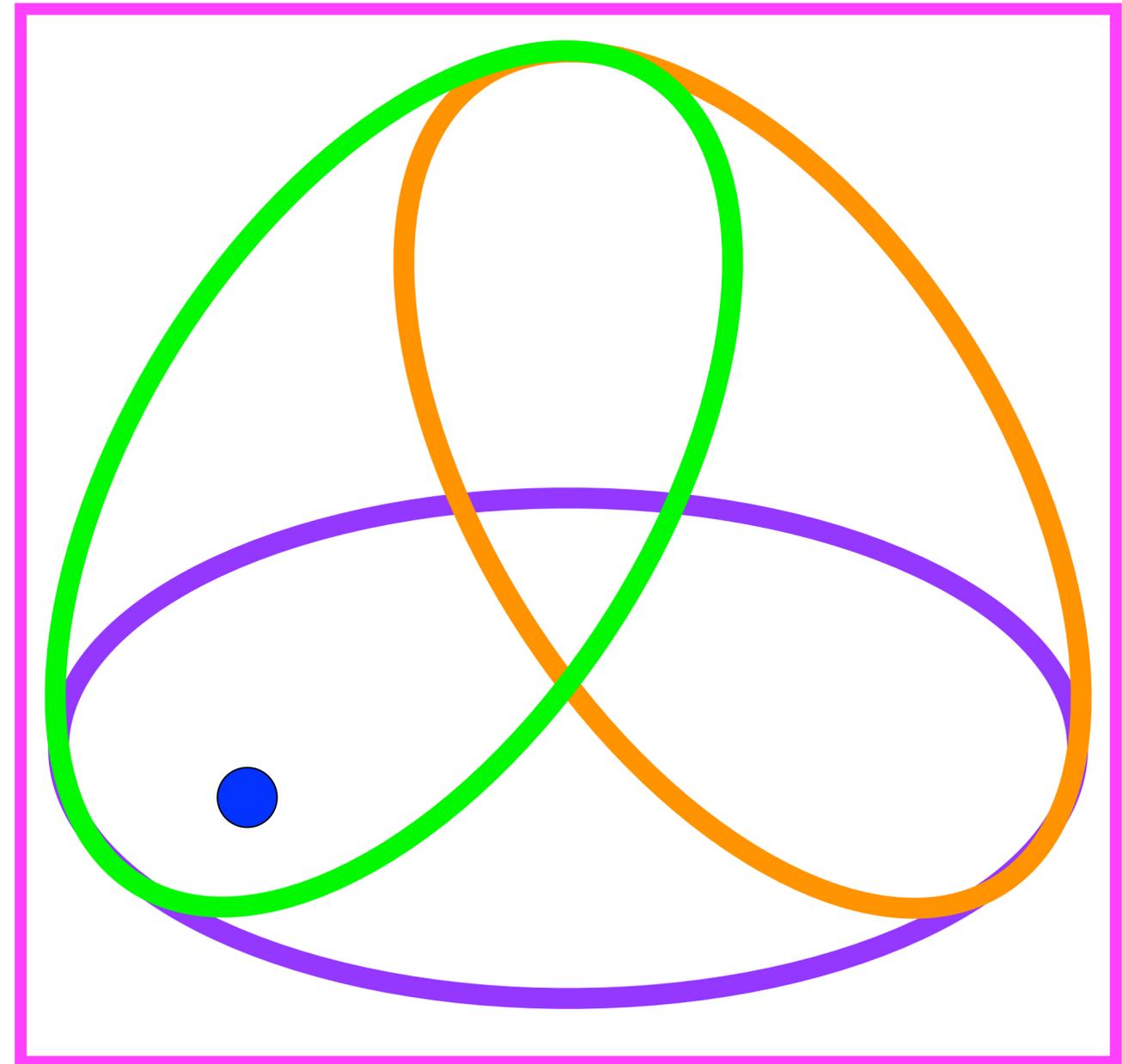
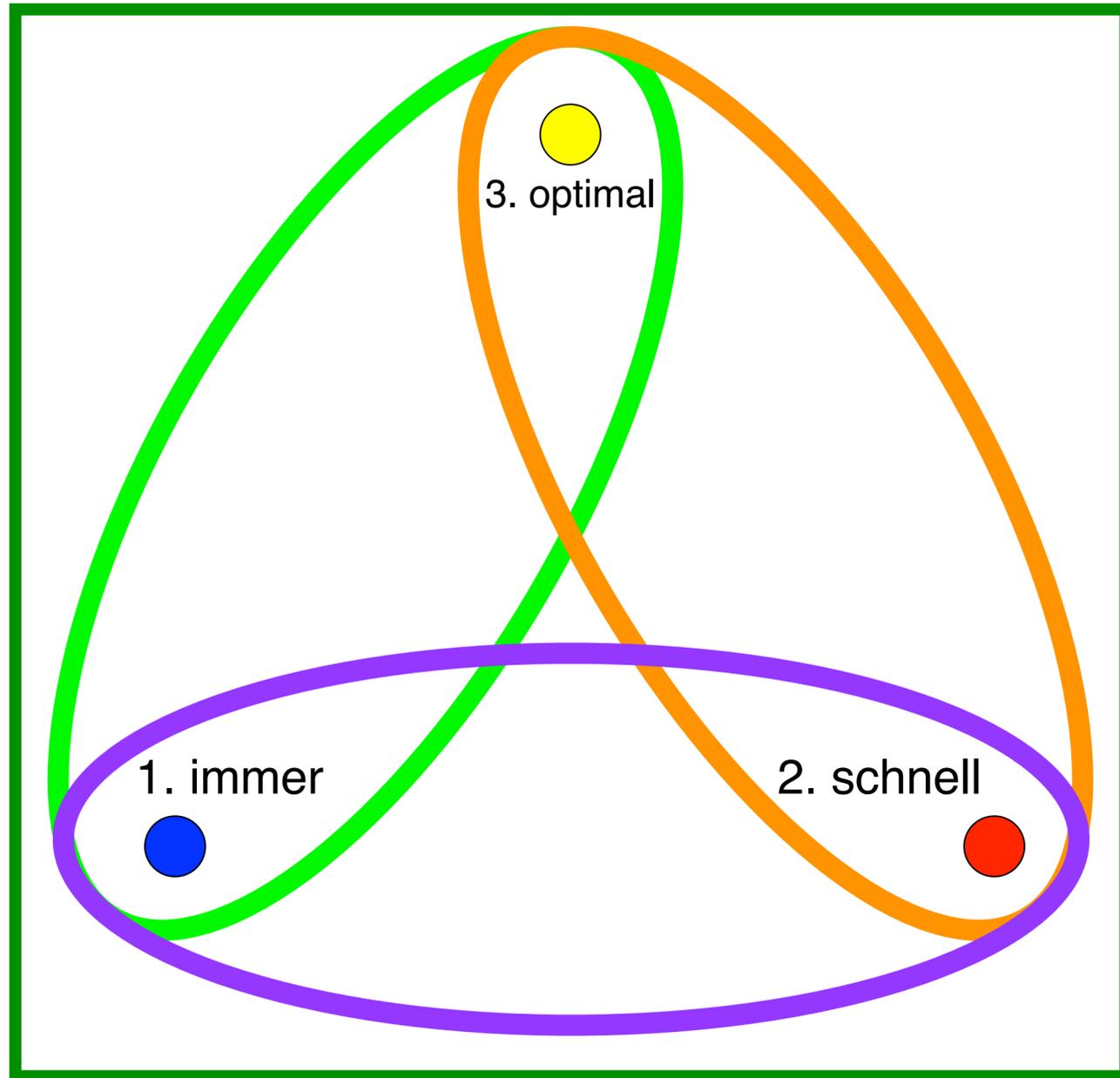
Das Bild für Knapsack



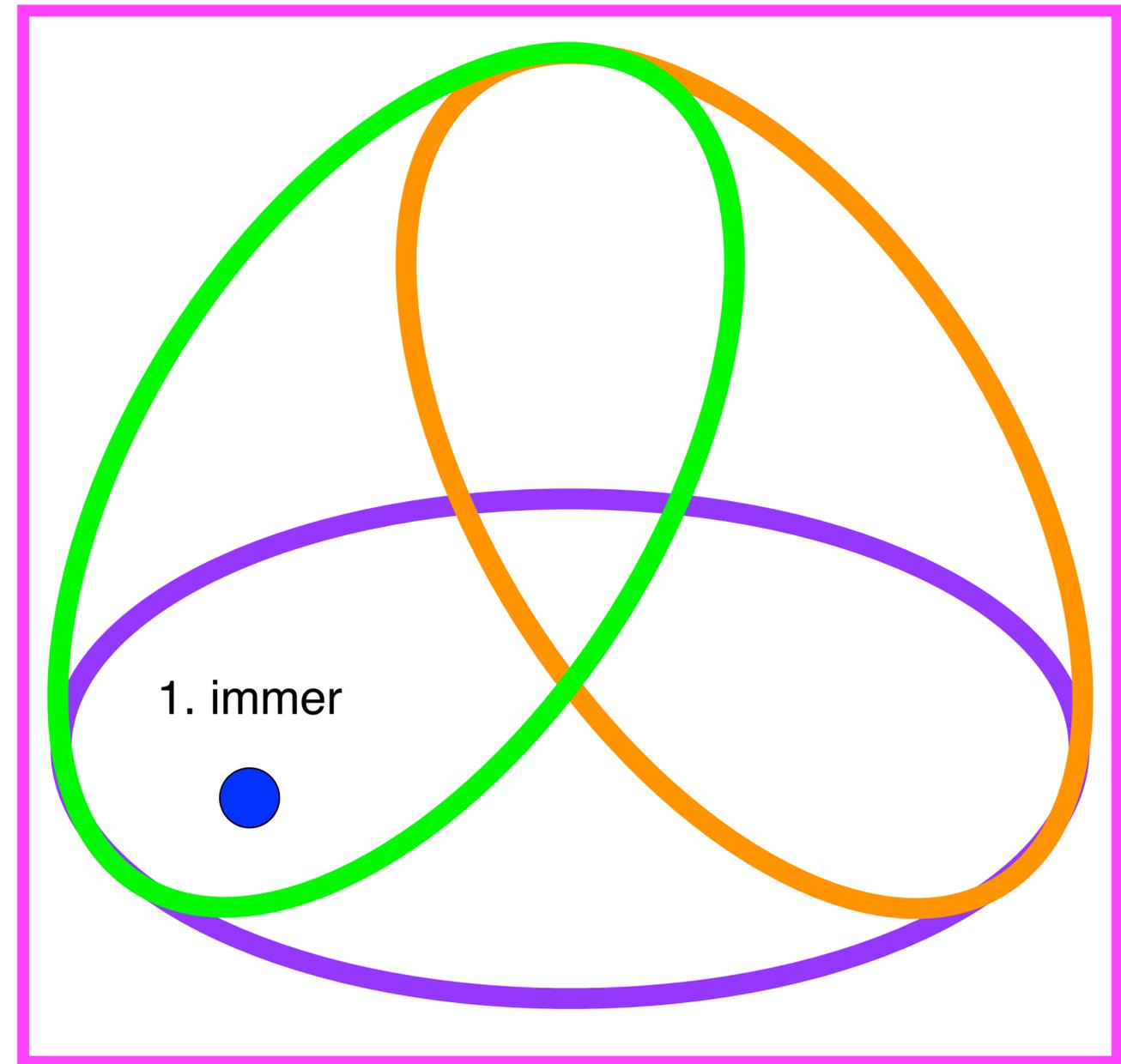
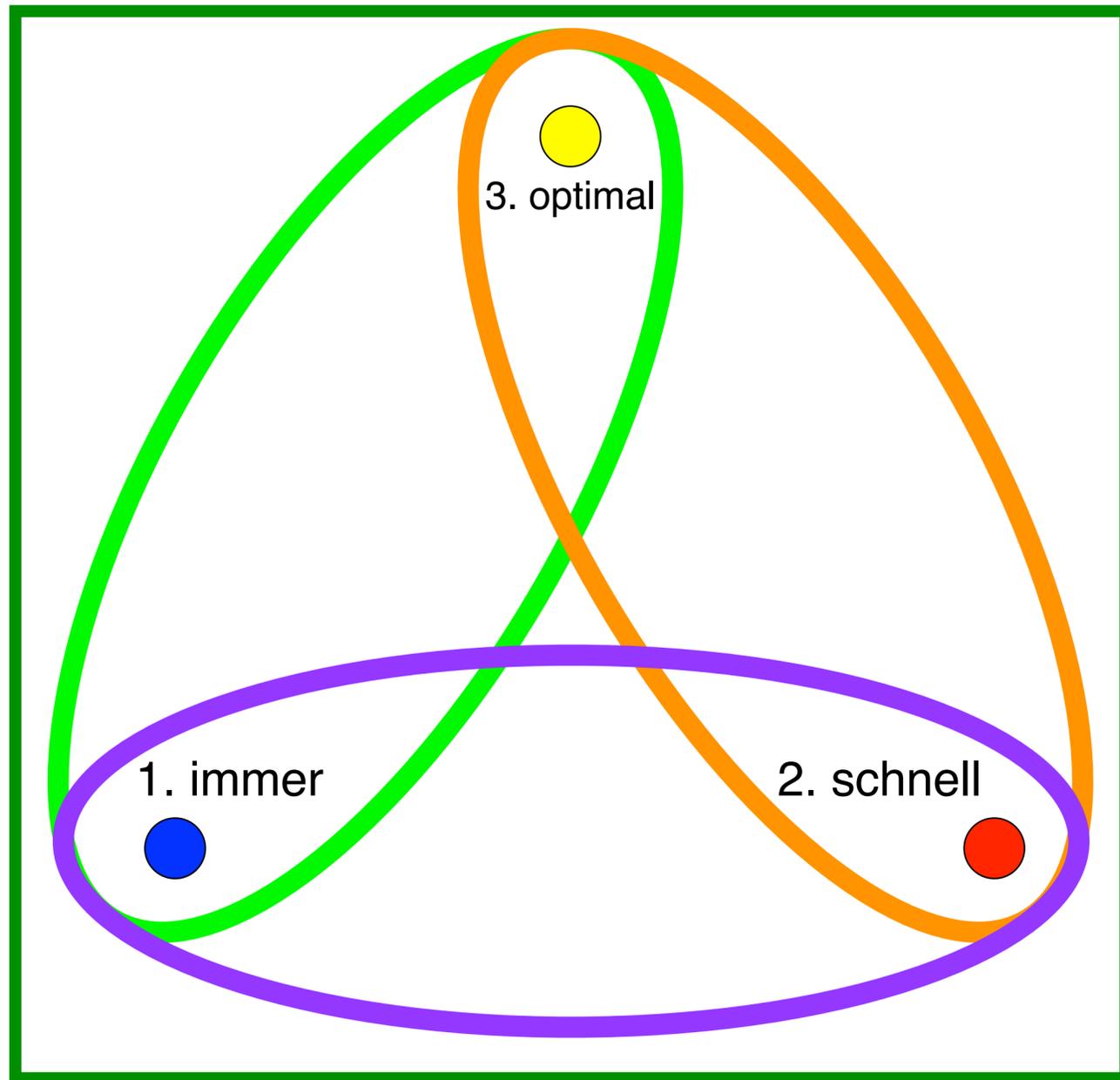
Das Bild für Knapsack



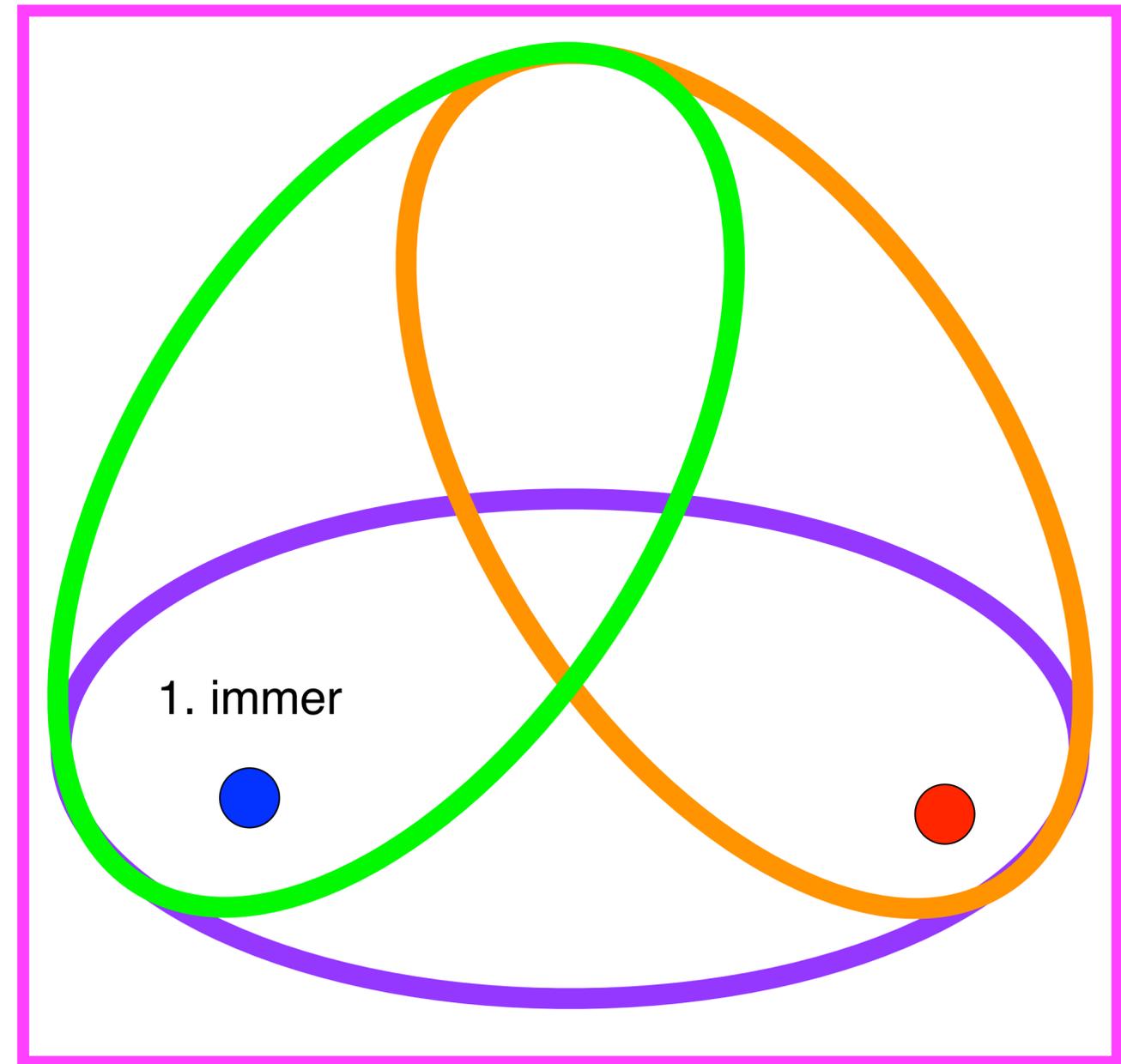
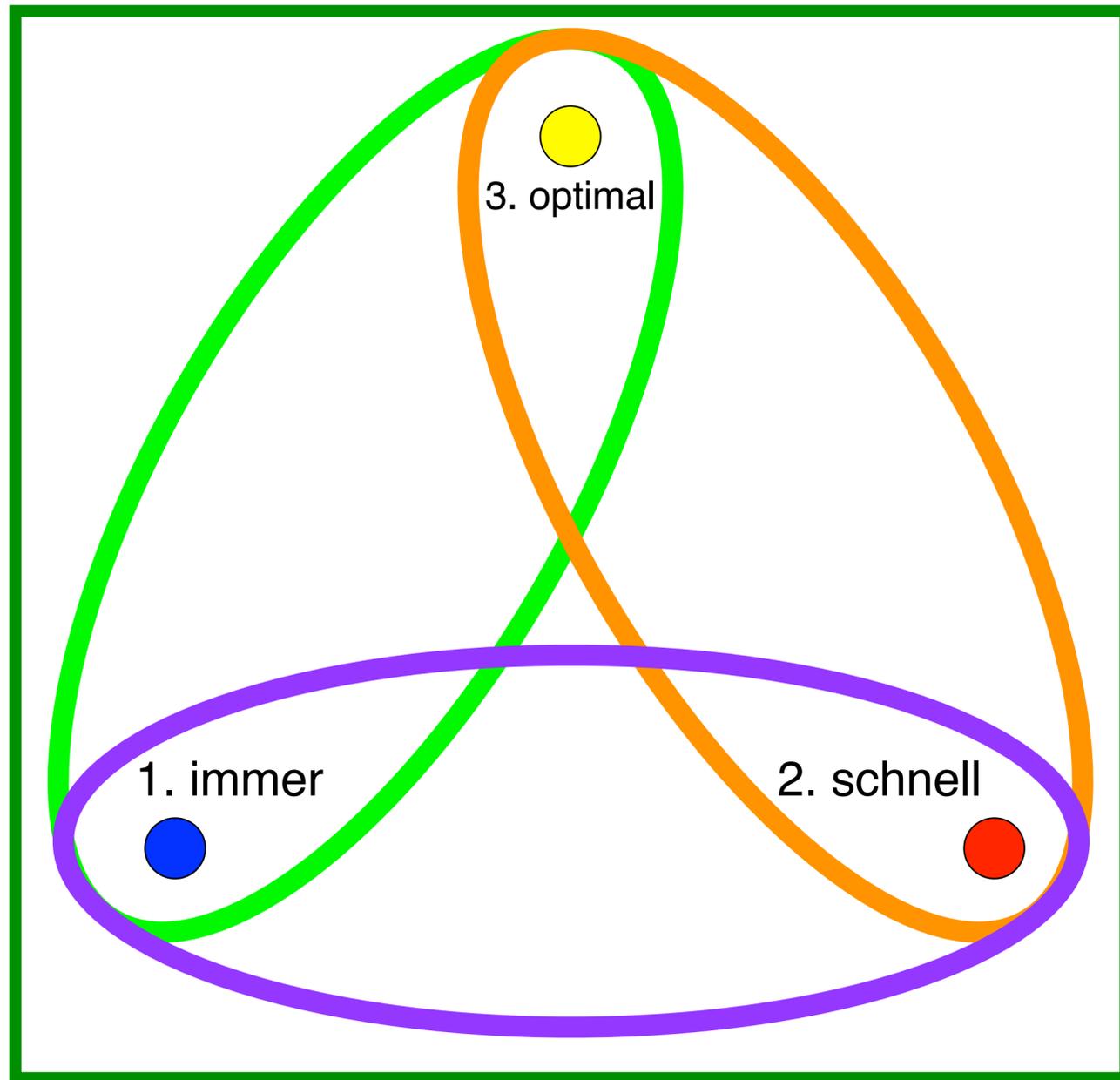
Das Bild für Knapsack



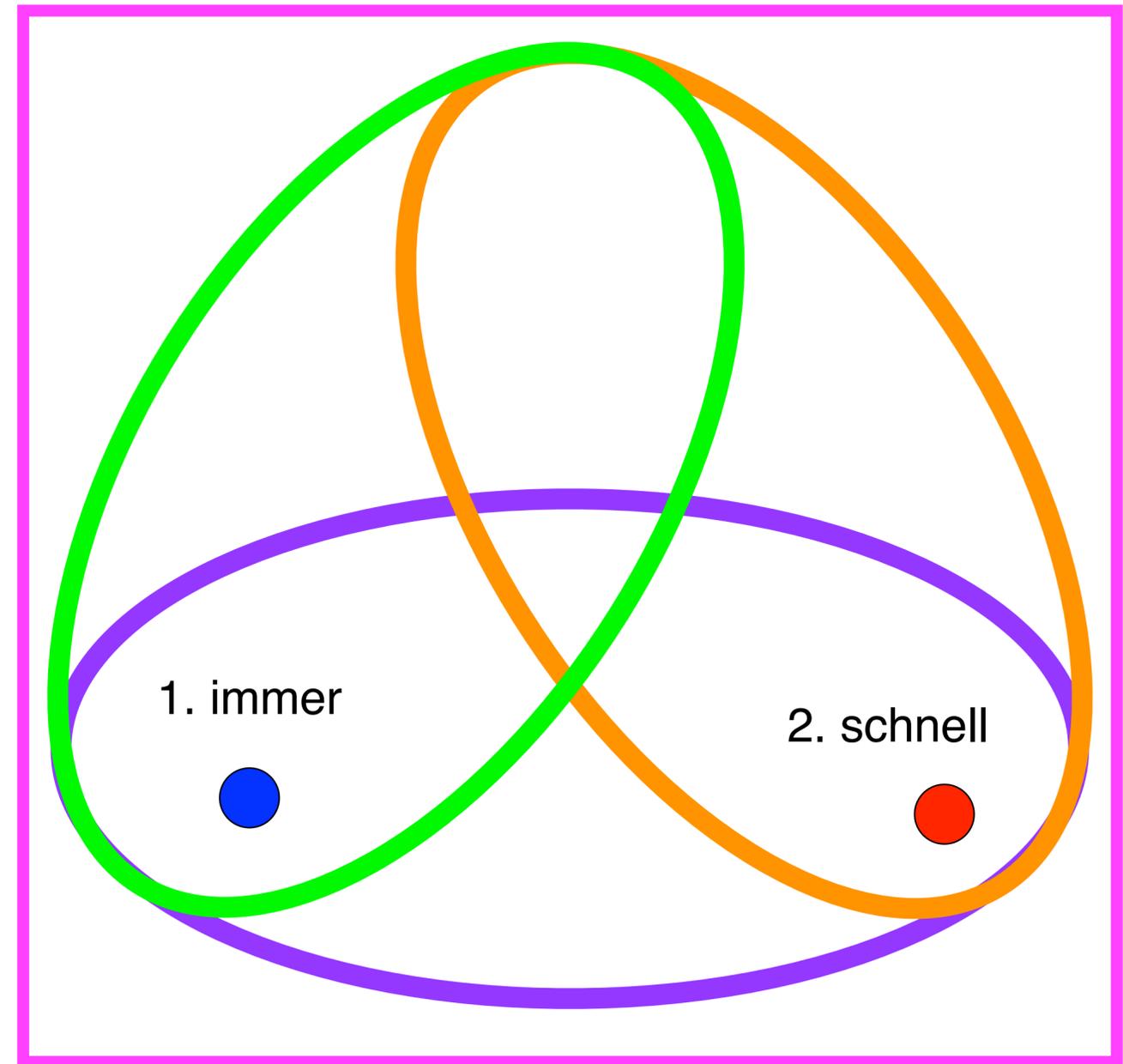
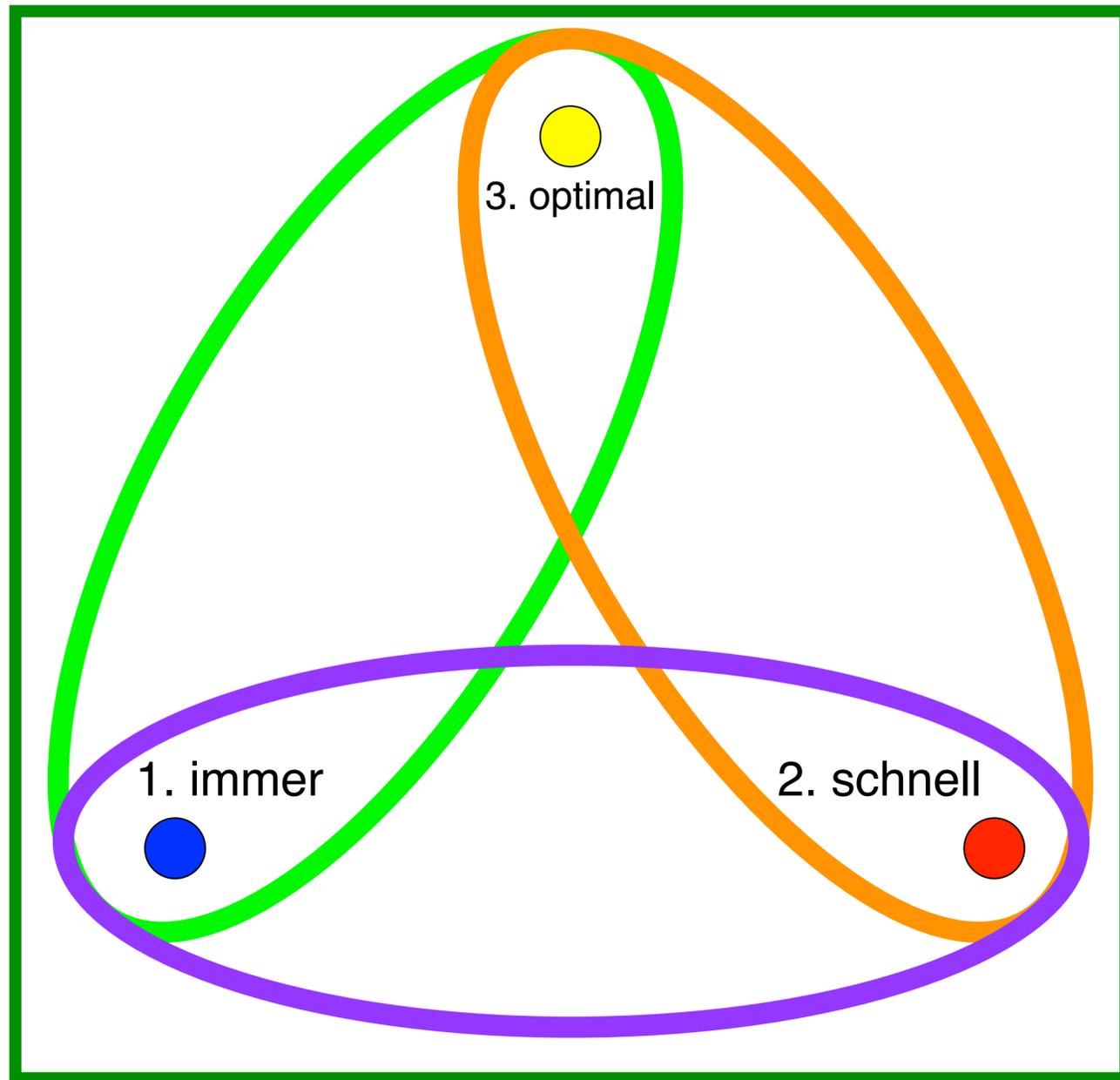
Das Bild für Knapsack



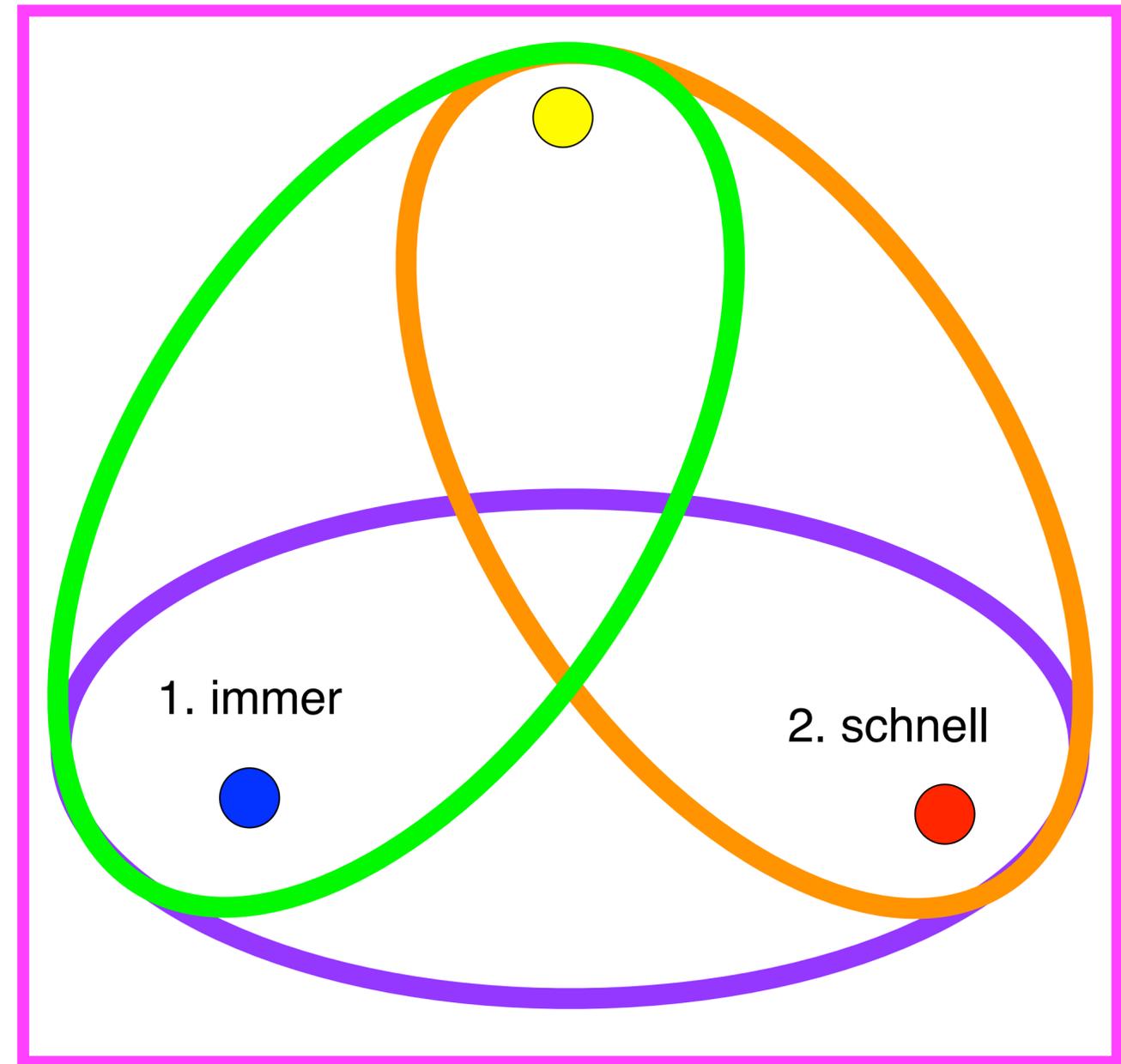
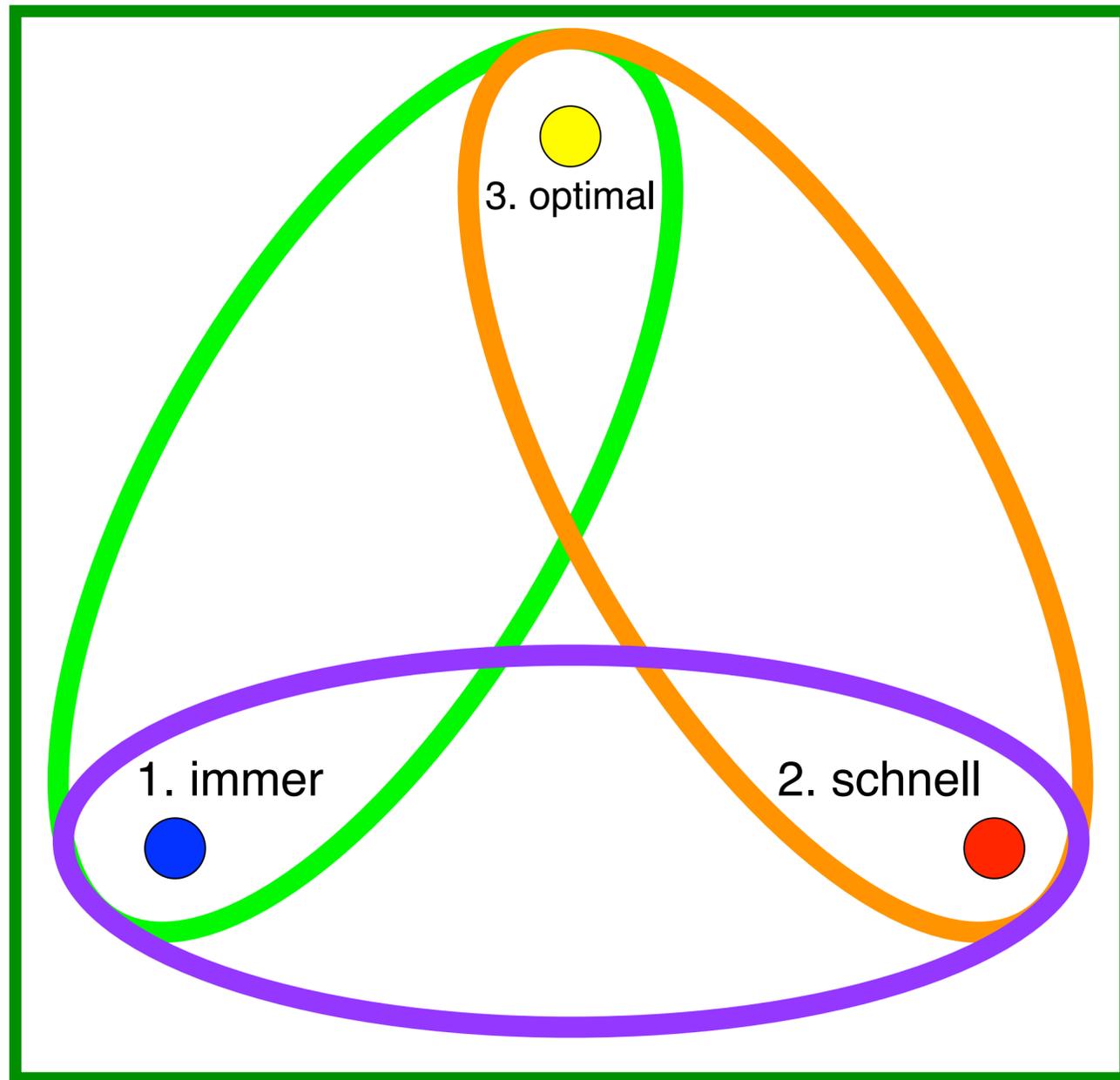
Das Bild für Knapsack



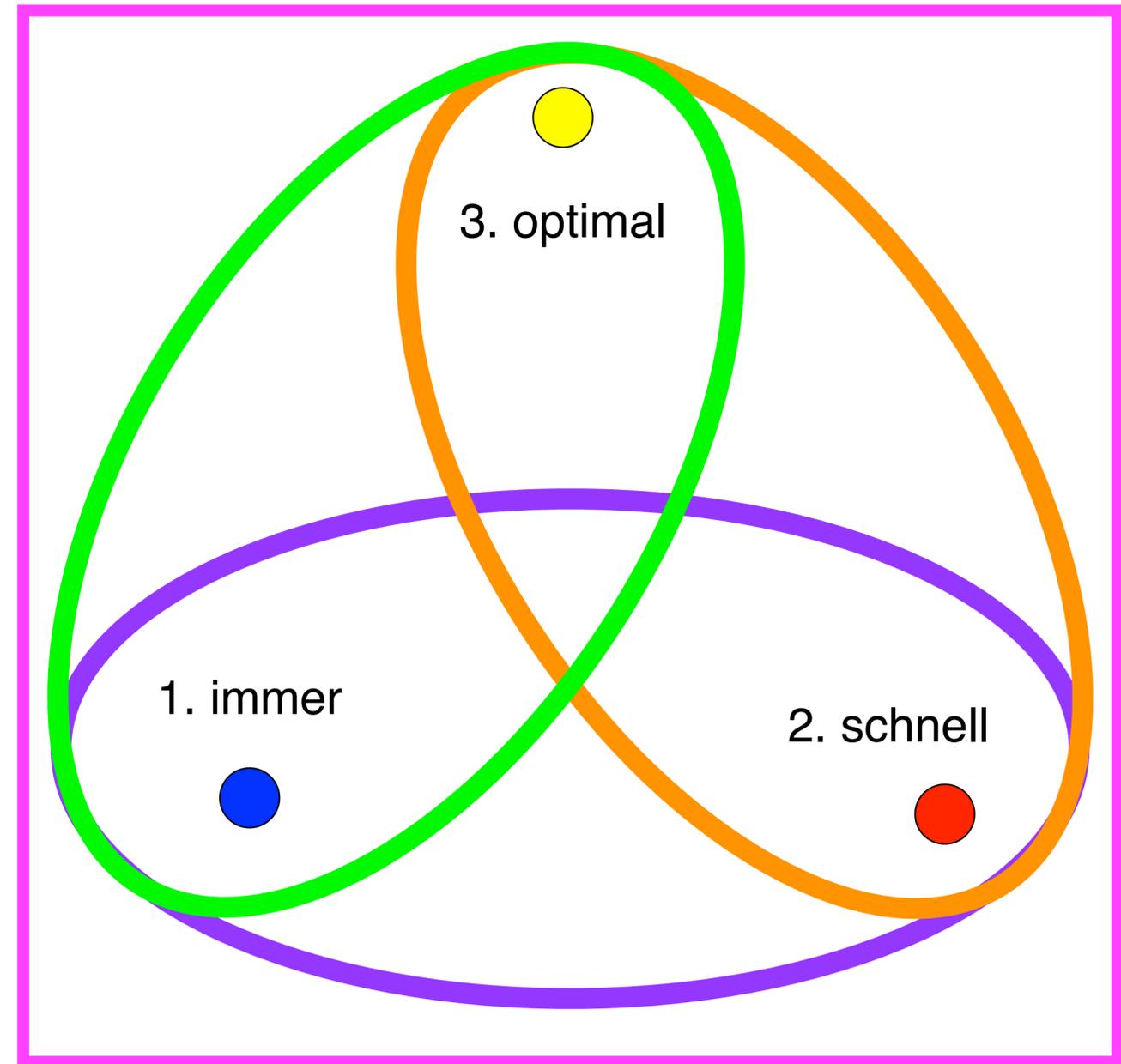
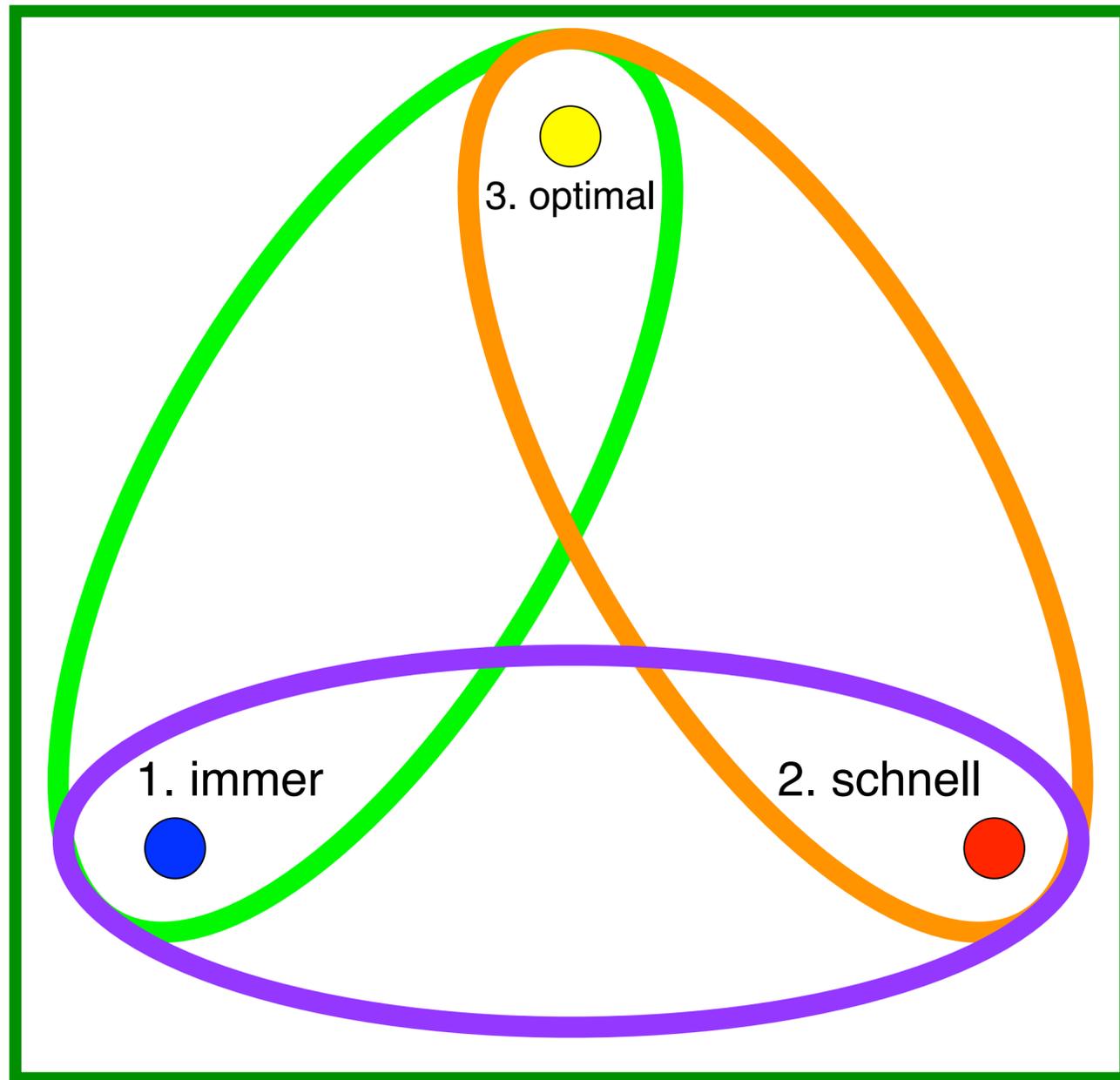
Das Bild für Knapsack



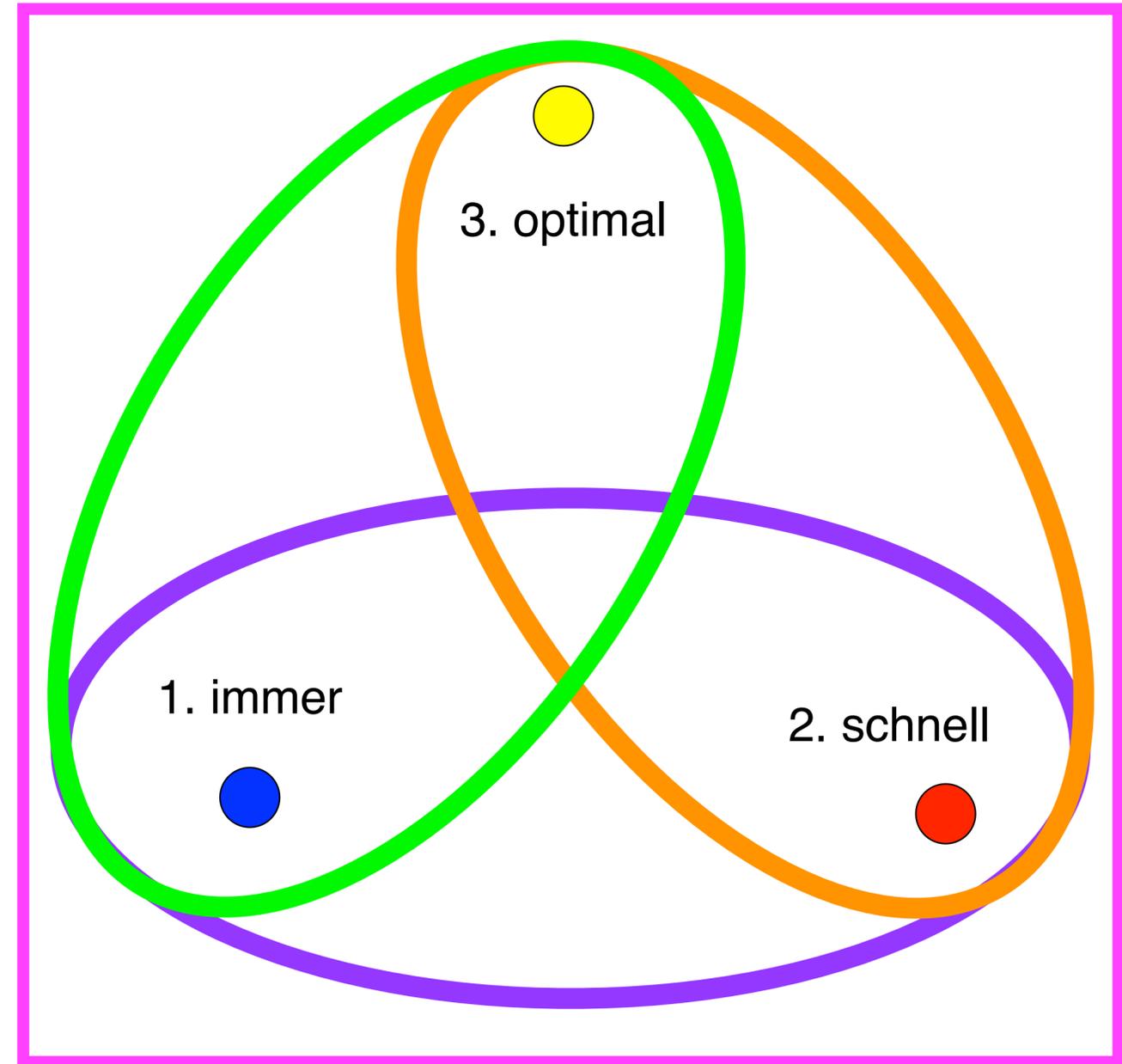
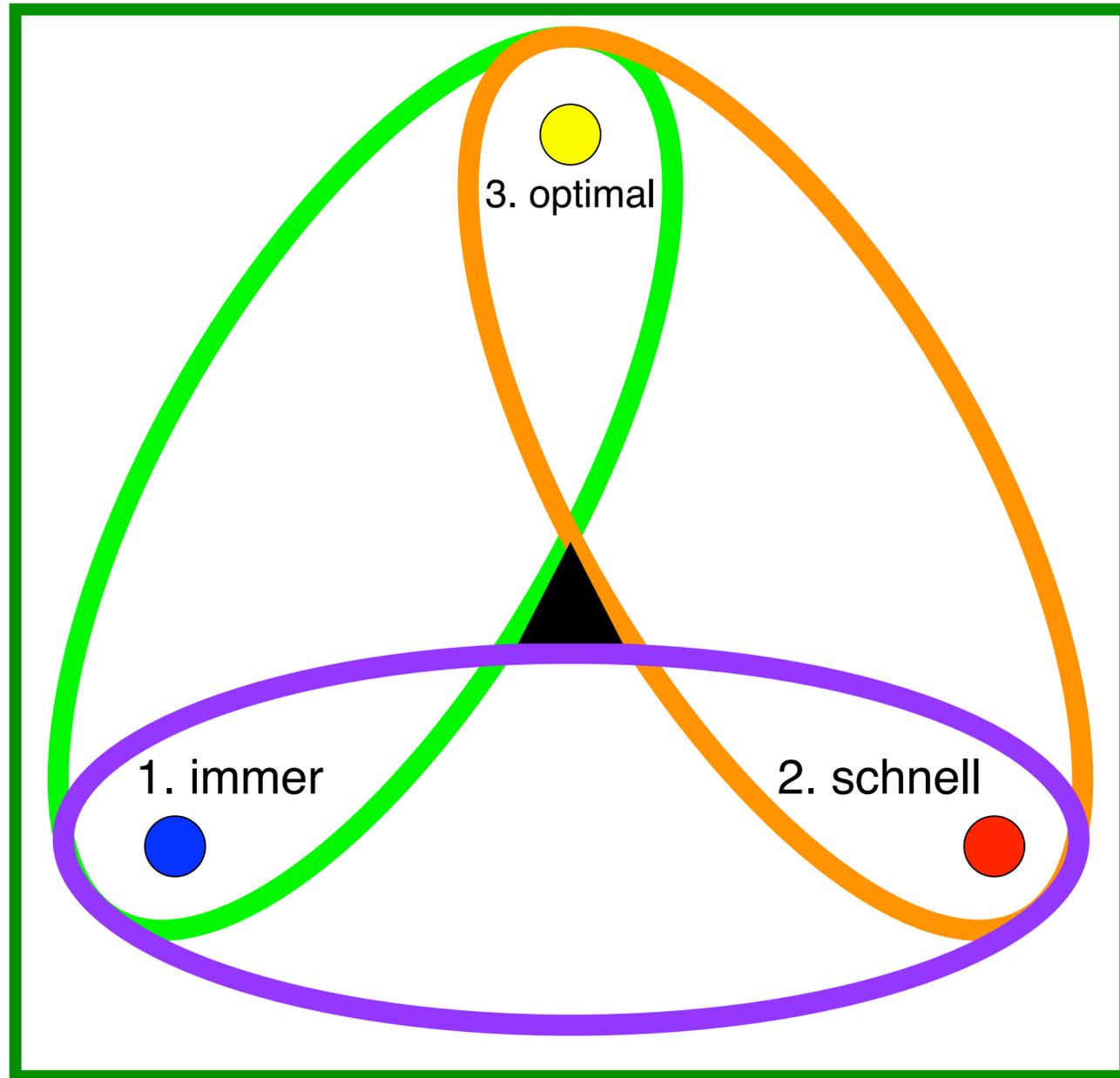
Das Bild für Knapsack



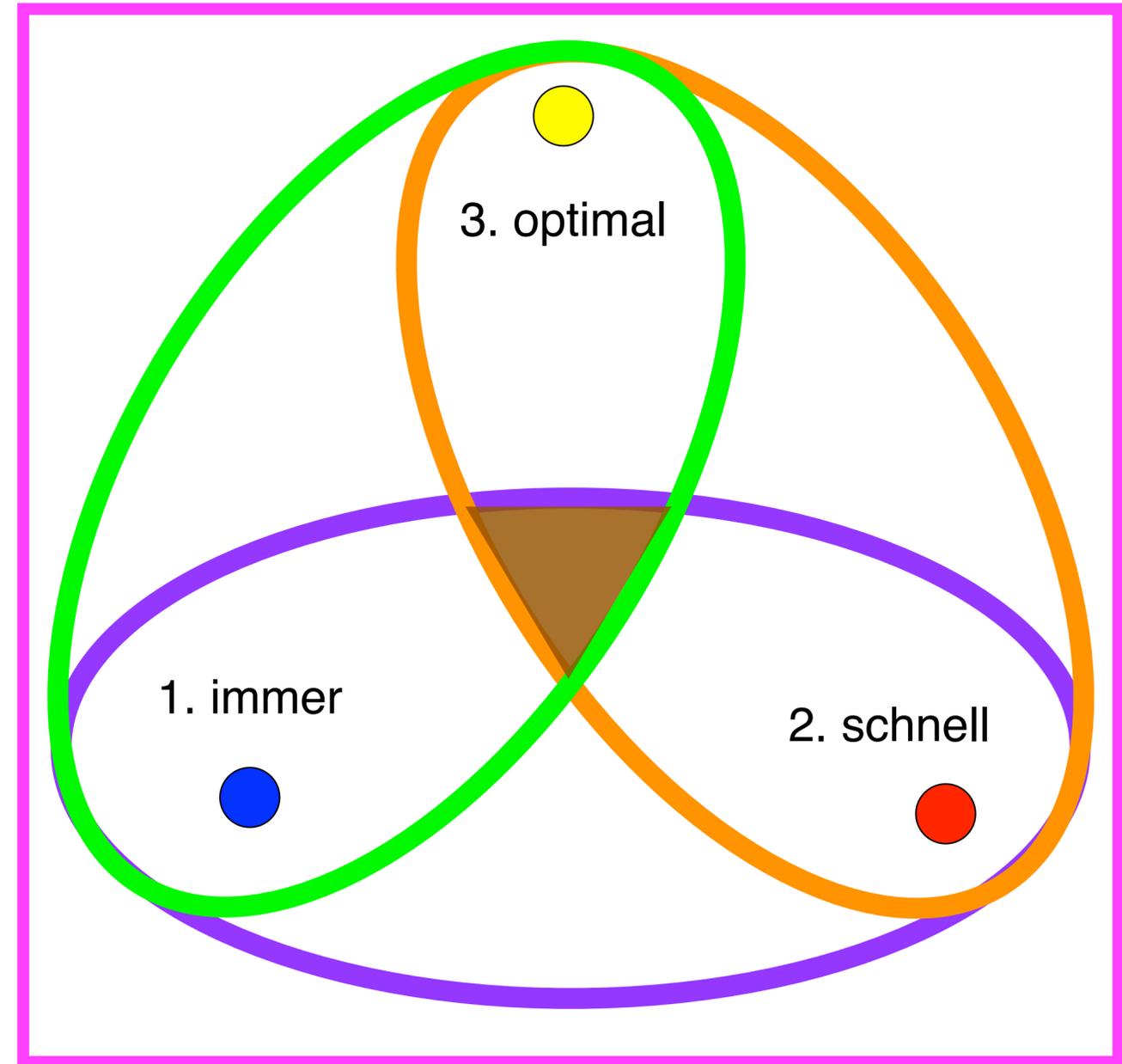
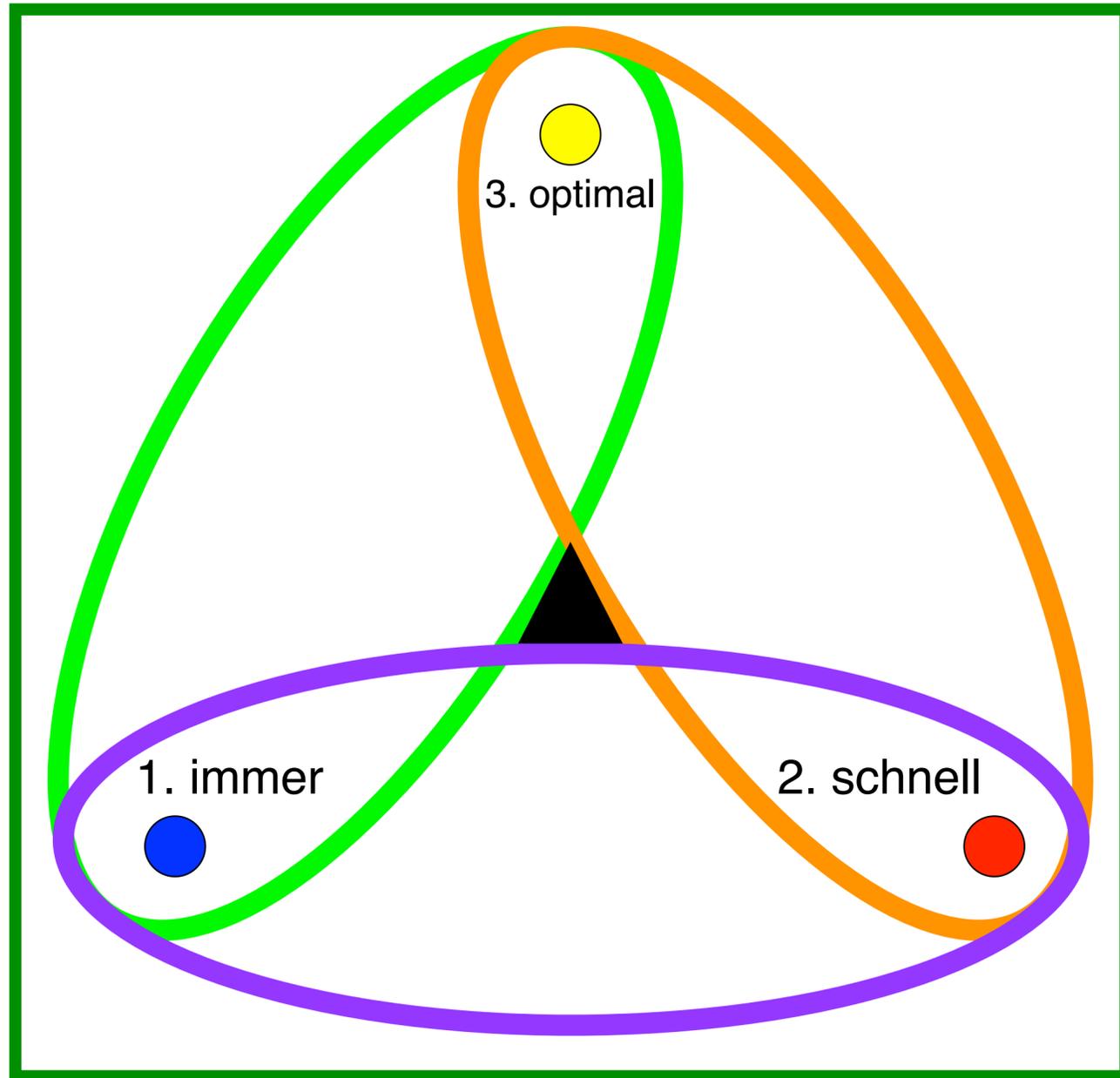
Das Bild für Knapsack



Das Bild für Knapsack



Das Bild für Knapsack



Umgang mit schwierigen Situationen

Umgang mit schwierigen Situationen

Umgang mit schwierigen Situationen

Persönlichkeitsprofile:

Umgang mit schwierigen Situationen

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

Umgang mit schwierigen Situationen

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

Umgang mit schwierigen Situationen

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

Umgang mit schwierigen Situationen

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

Persönlichkeitsprofile:

- (A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren
- (B) Auf Glück vertrauen
- (C) Hart arbeiten
- (D) Erwartungen zurückschrauben

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

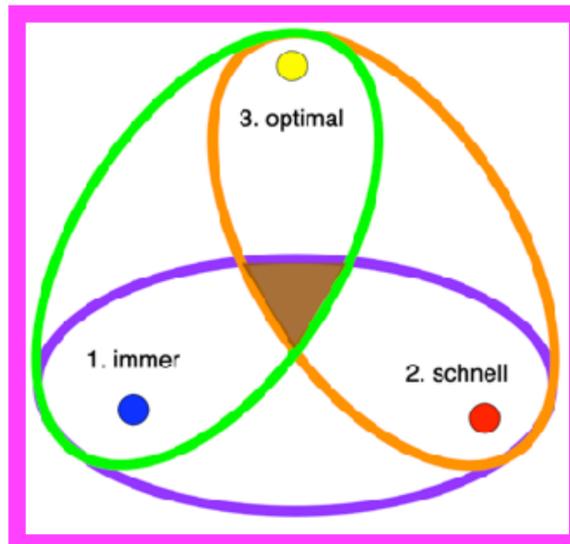
Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

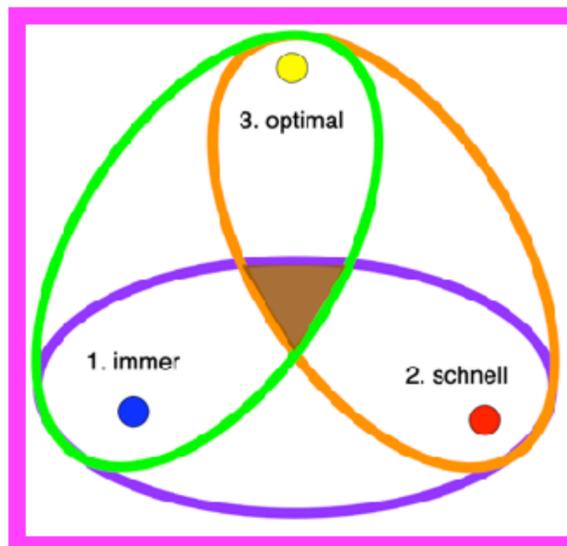
Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

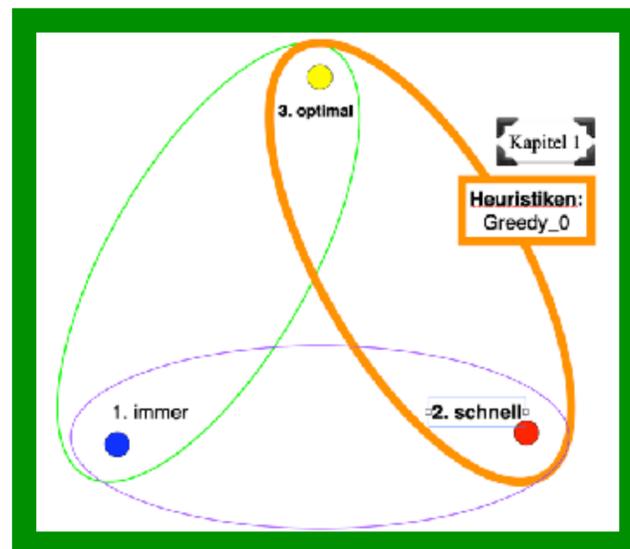
Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

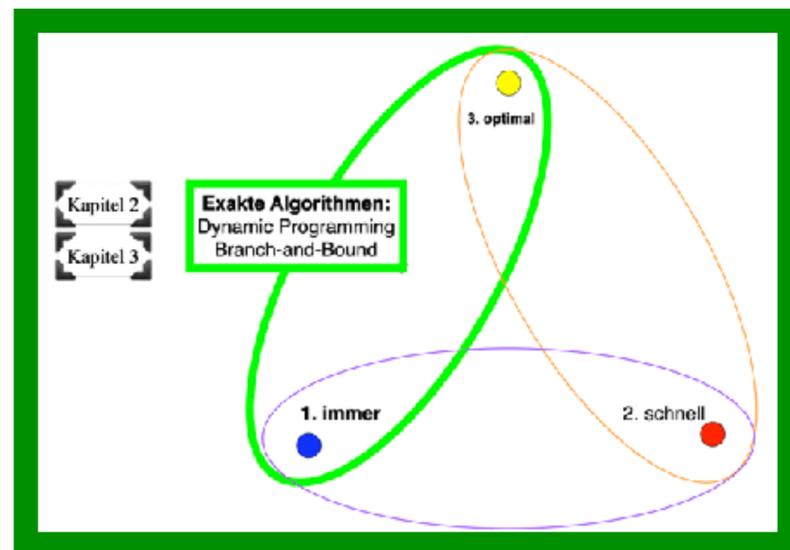
Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

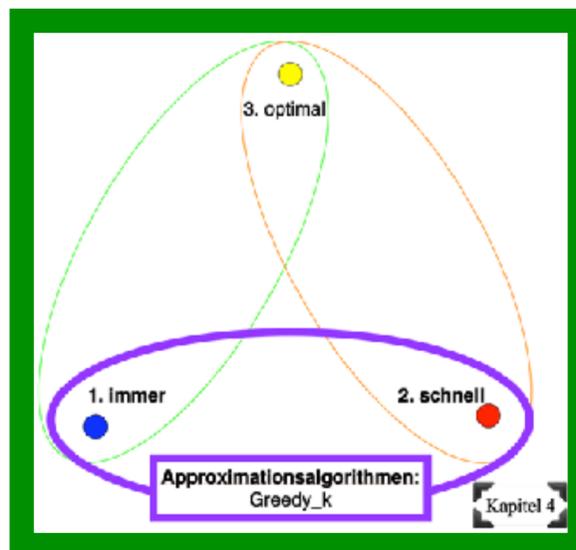
Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine optimale Lösung.

Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben

(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

Umgang mit schwierigen Situationen

Ziel: Algorithmus für NP-schweres Problem

1. immer

2. schnell

3. eine **optimale** Lösung.

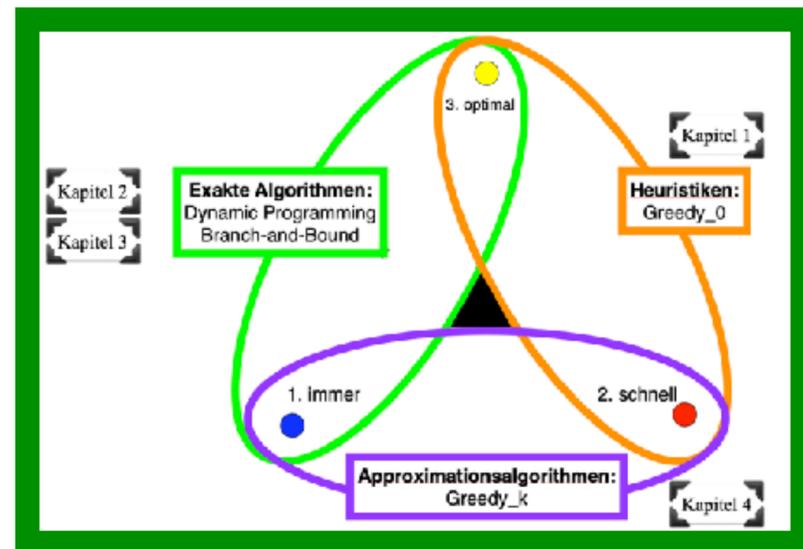
Persönlichkeitsprofile:

(A) Mit dem Schicksal hadern und diskutieren

(B) Auf Glück vertrauen

(C) Hart arbeiten

(D) Erwartungen zurückschrauben



(A) Komplexitätsanalyse: Spezialfall nicht NP-schwer?

(B) Heuristiken: raten und hoffen

(C) Exakte Algorithmen

(D) Approximationsalgorithmen: „gut“ statt „optimal“

5.6 Ausblick

Vertex Cover

Vertex Cover

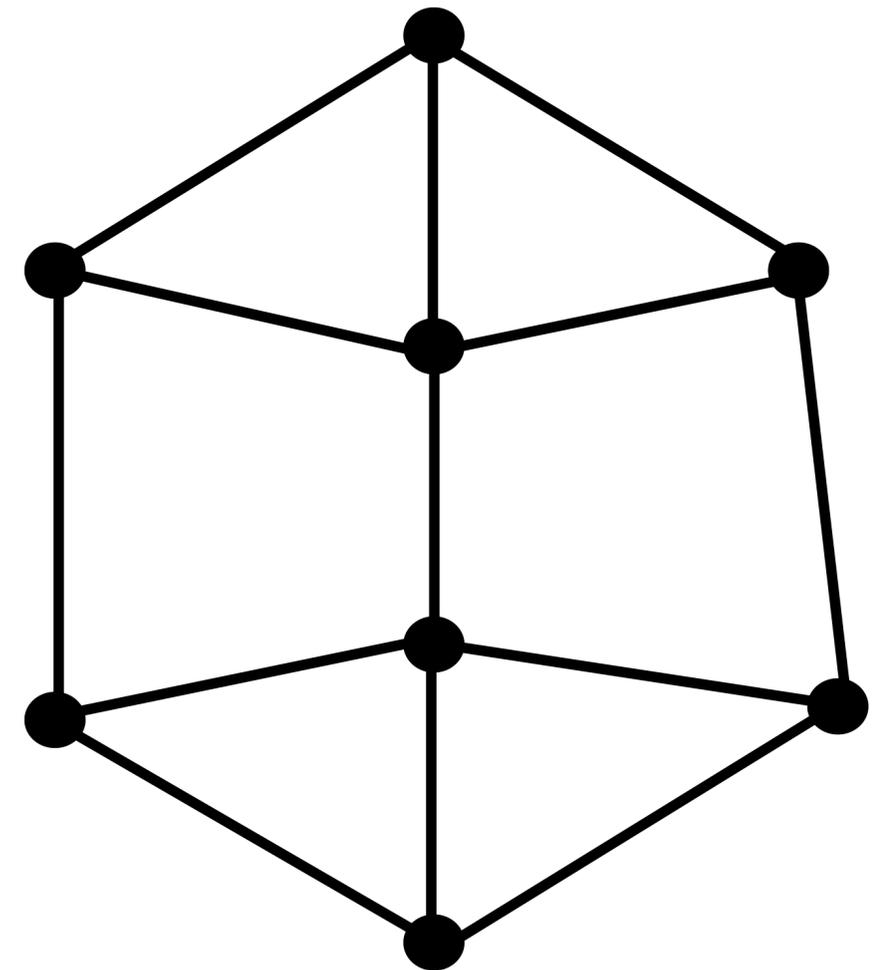
Gegeben:

Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

Vertex Cover

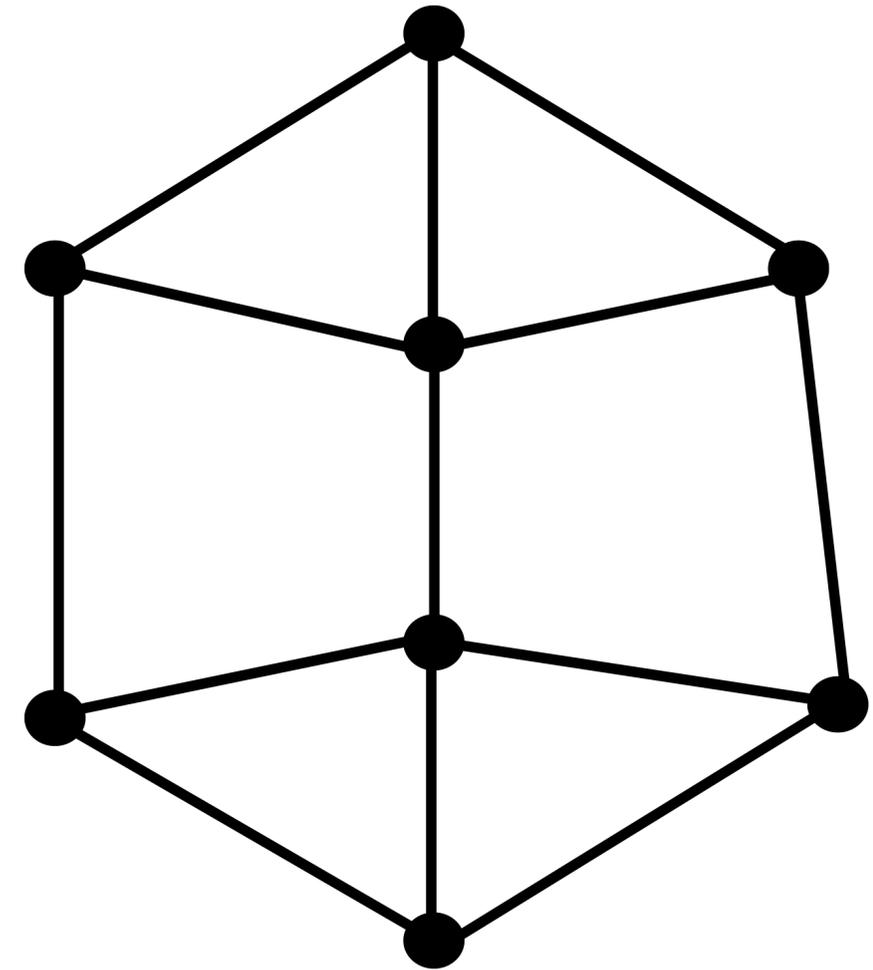
Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

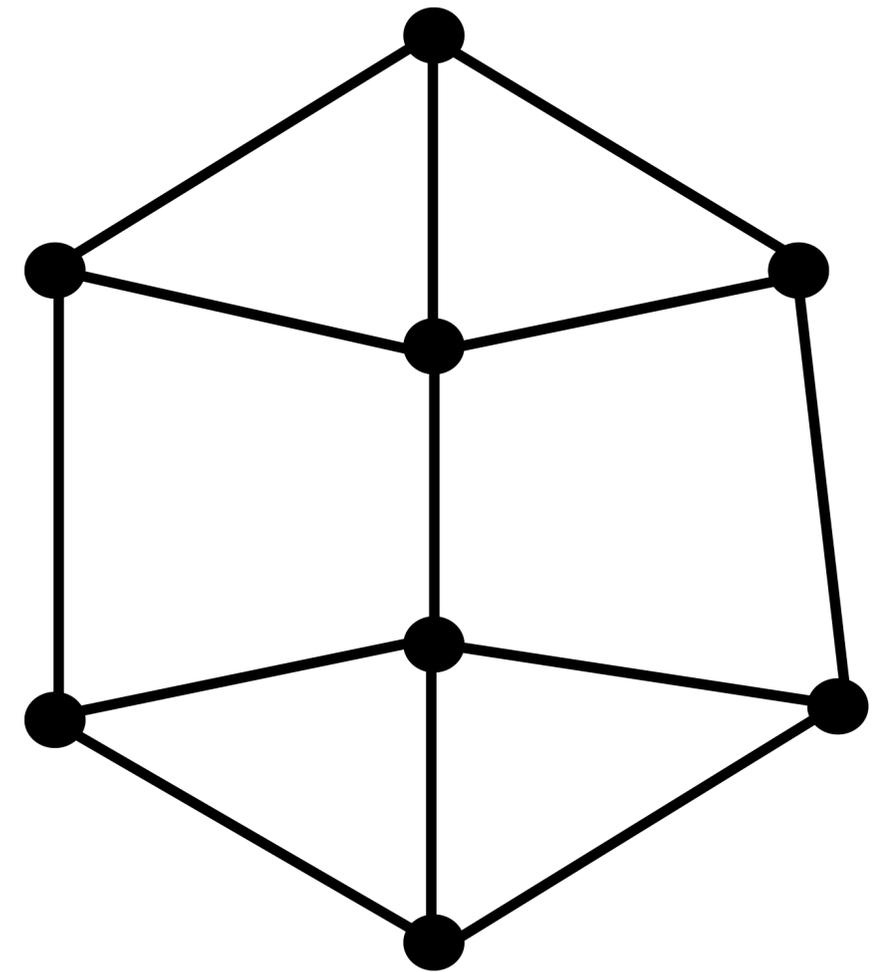
Gesucht:



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

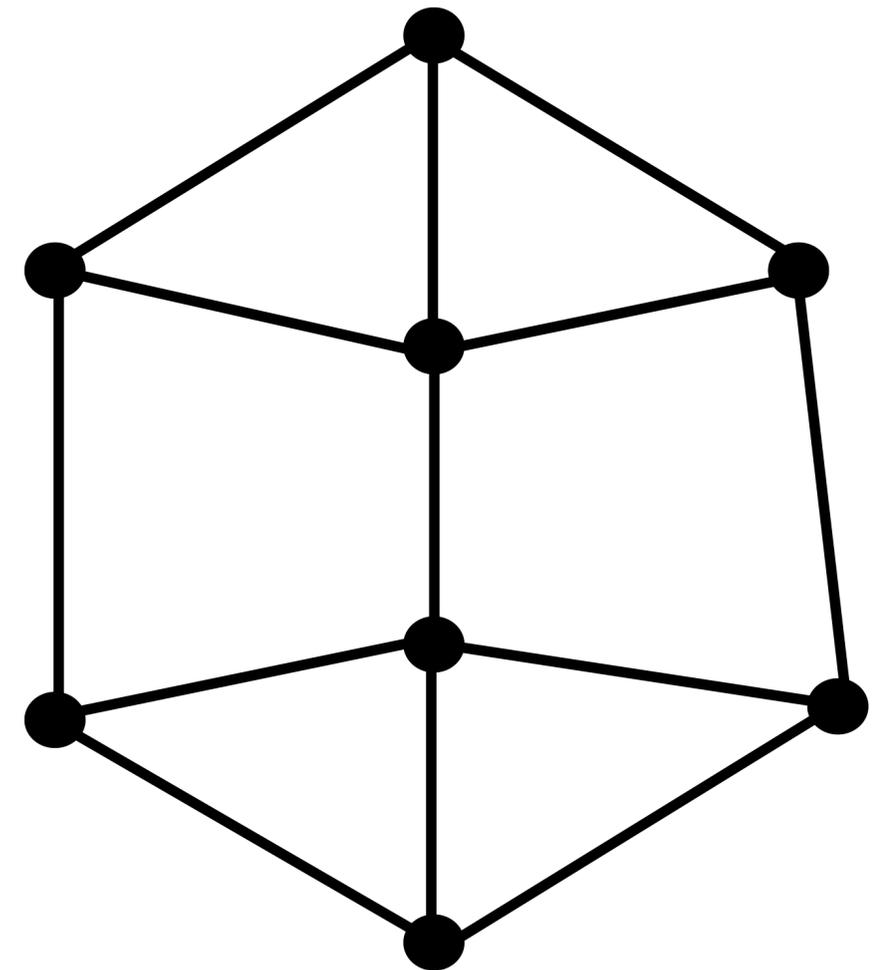
Gesucht: Ein kleinstmögliches **Vertex Cover** S in G :



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

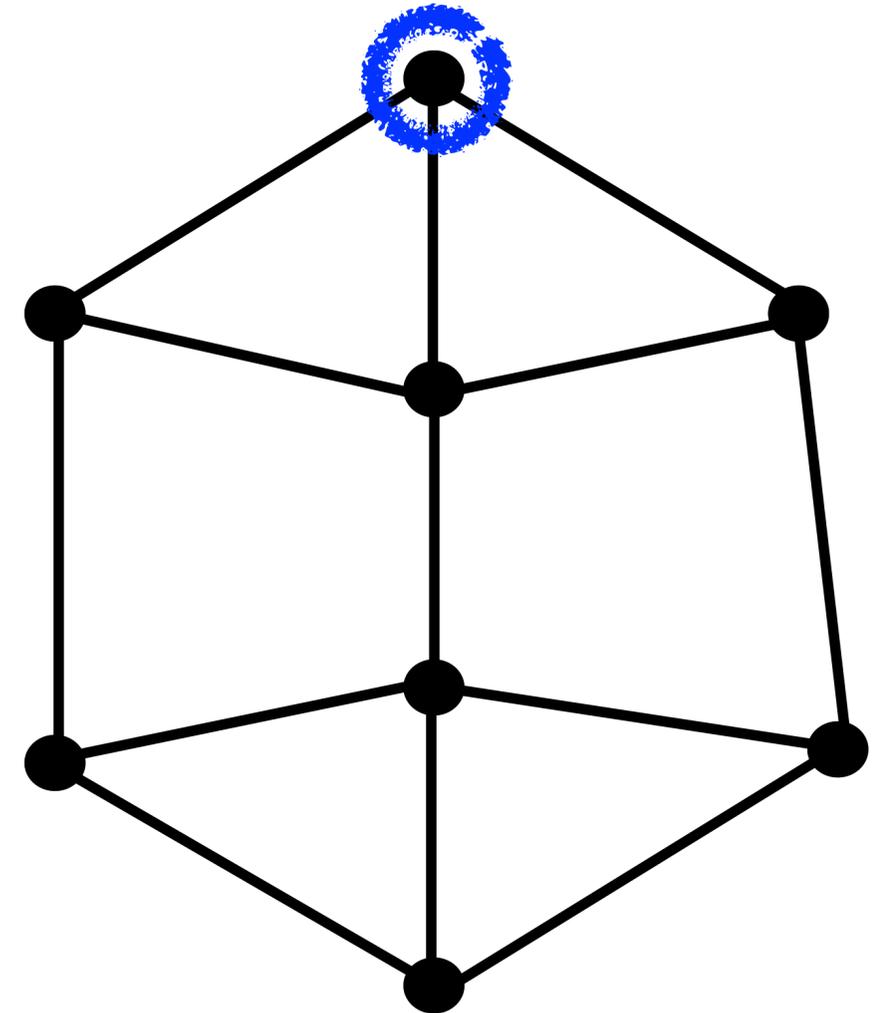
Gesucht: Ein kleinstmögliches **Vertex Cover** S in G :
eine möglichst kleine Menge von Knoten,
die alle Kanten überdecken



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

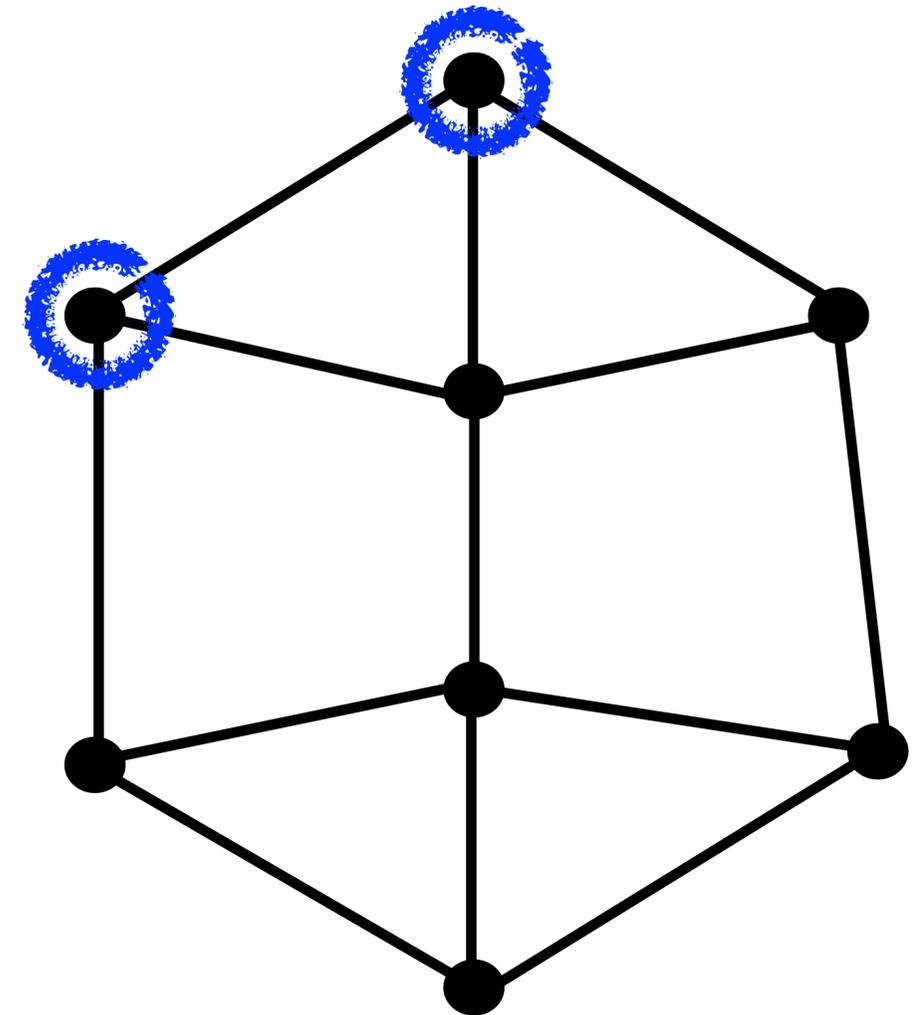
Gesucht: Ein kleinstmögliches **Vertex Cover** S in G :
eine möglichst kleine Menge von Knoten,
die alle Kanten überdecken



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

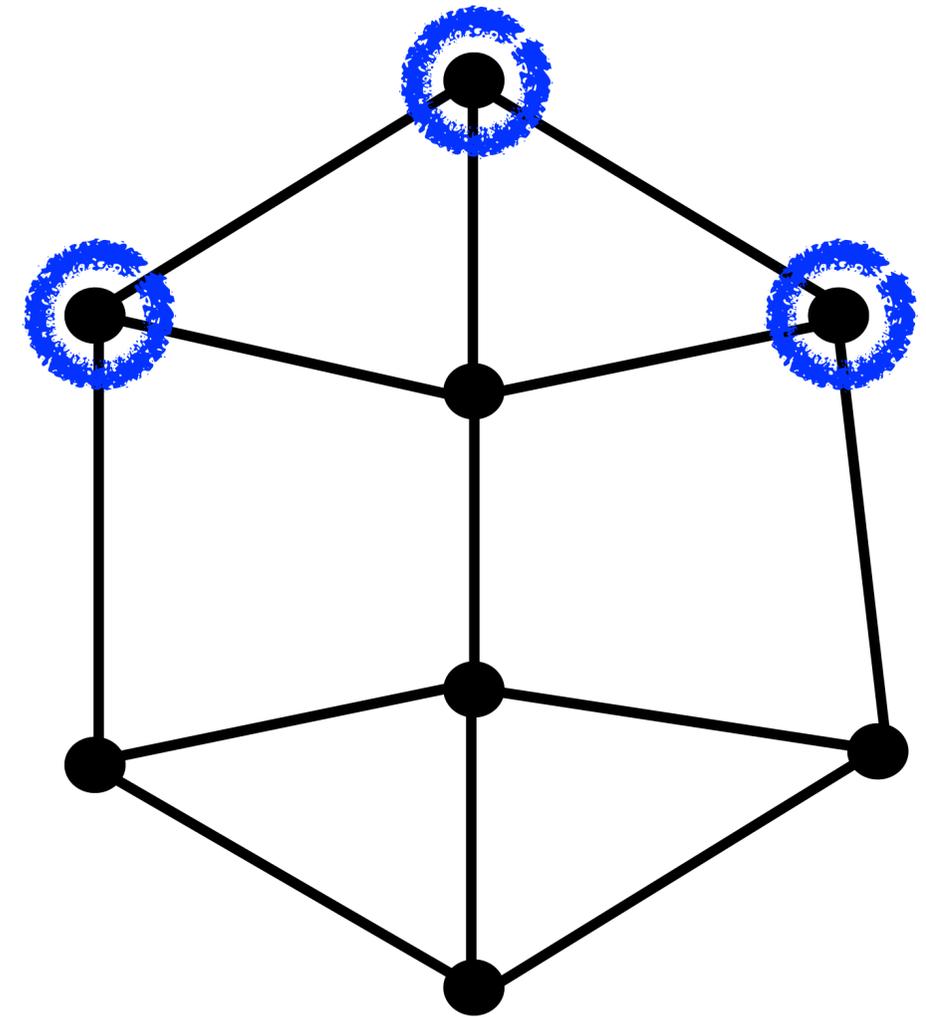
Gesucht: Ein kleinstmögliches **Vertex Cover** S in G :
eine möglichst kleine Menge von Knoten,
die alle Kanten überdecken



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

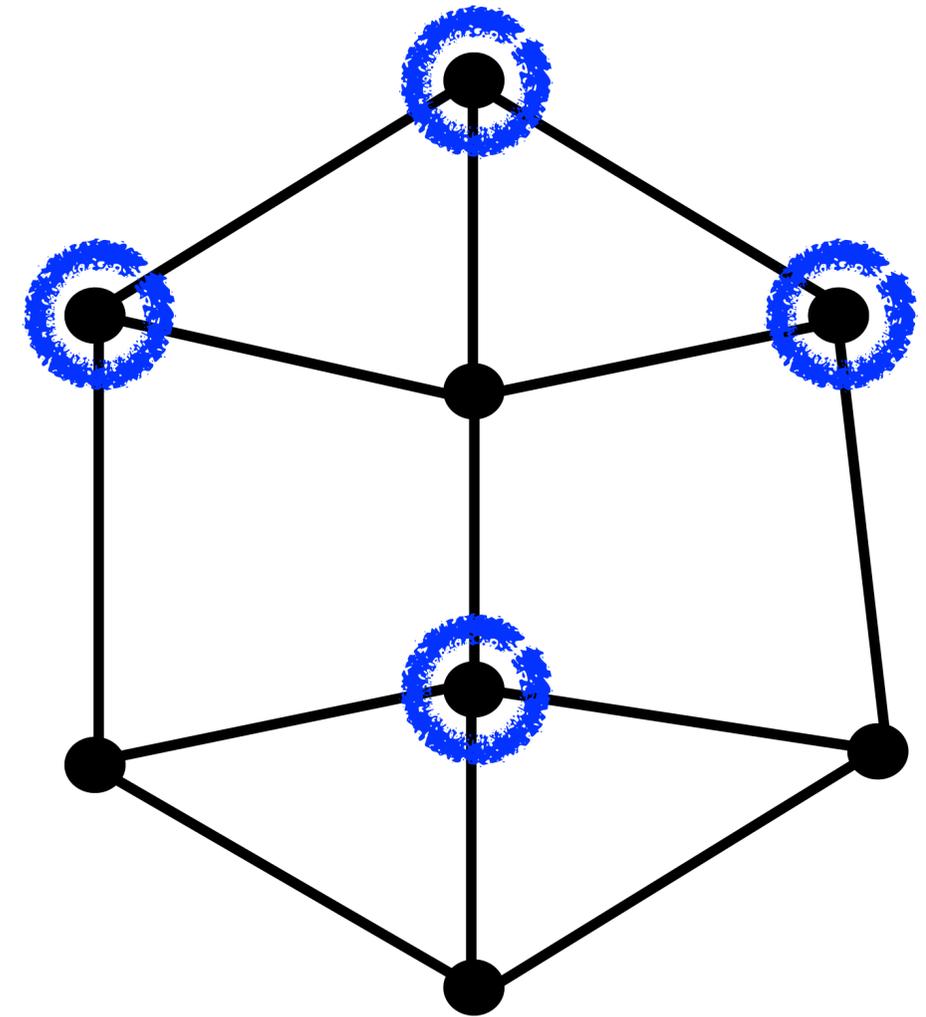
Gesucht: Ein kleinstmögliches **Vertex Cover** S in G :
eine möglichst kleine Menge von Knoten,
die alle Kanten überdecken



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

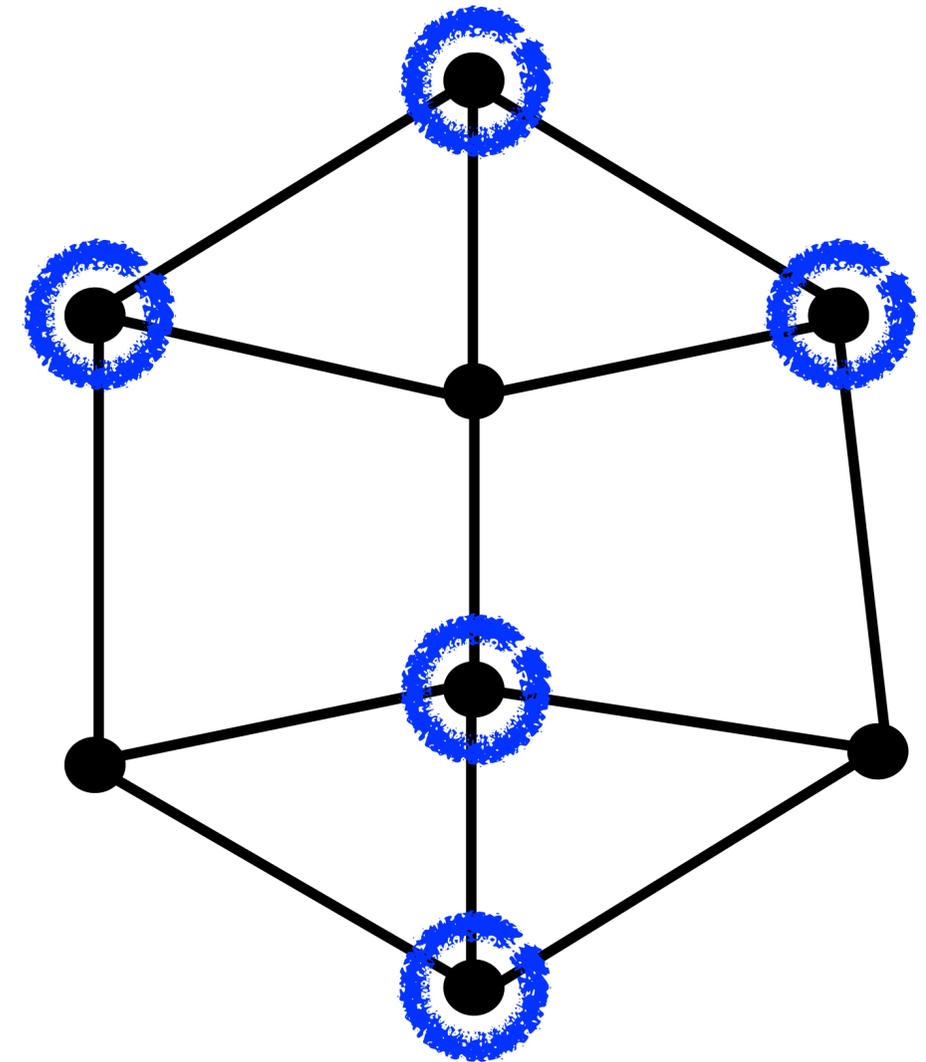
Gesucht: Ein kleinstmögliches **Vertex Cover** S in G :
eine möglichst kleine Menge von Knoten,
die alle Kanten überdecken



Vertex Cover

Gegeben: Ein Graph $G=(V,E)$

Gesucht: Ein kleinstmögliches **Vertex Cover** S in G :
eine möglichst kleine Menge von Knoten,
die alle Kanten überdecken



Entscheidungskomponenten

Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



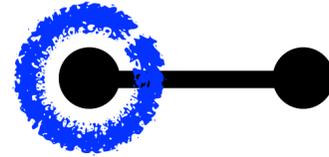
Entscheidungskomponenten



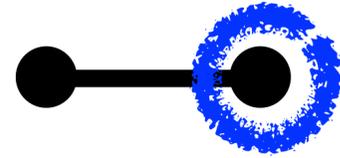
Entscheidungskomponenten



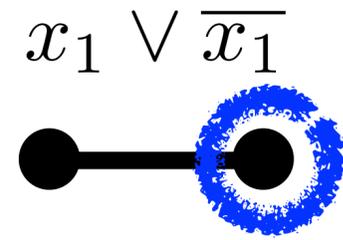
Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten

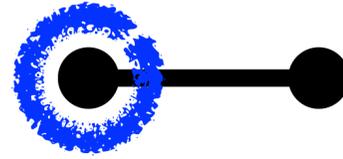
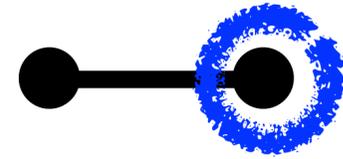


Entscheidungskomponenten



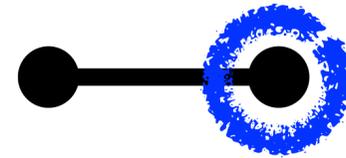
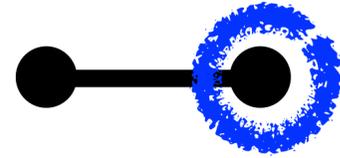
Entscheidungskomponenten

$$x_1 \vee \overline{x_1}$$

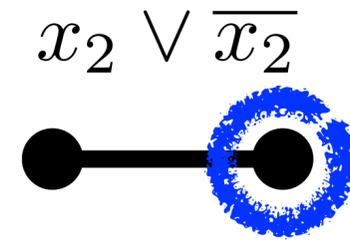
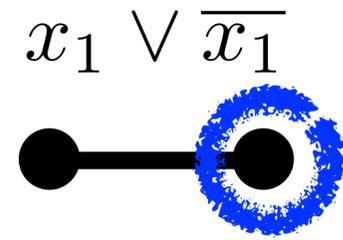


Entscheidungskomponenten

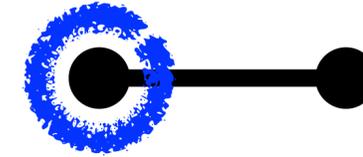
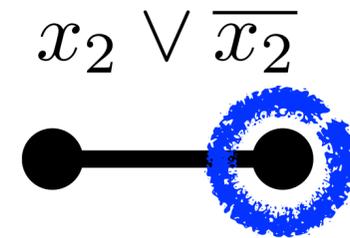
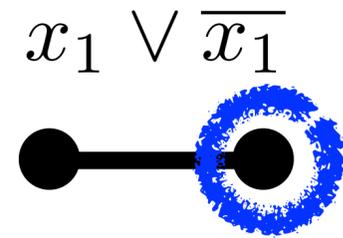
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



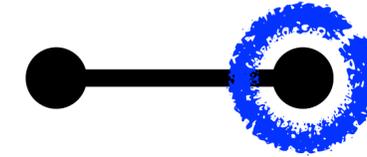
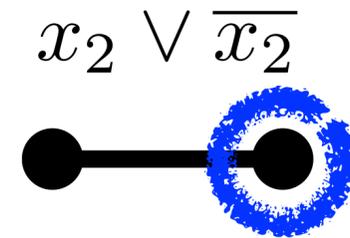
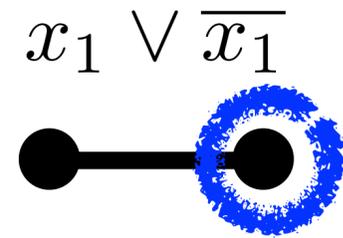
Entscheidungskomponenten



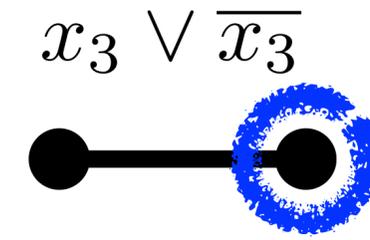
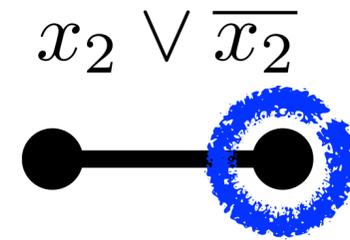
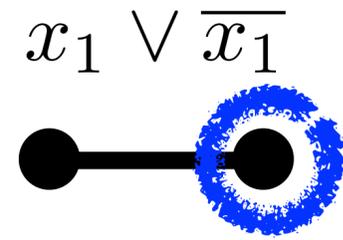
Entscheidungskomponenten



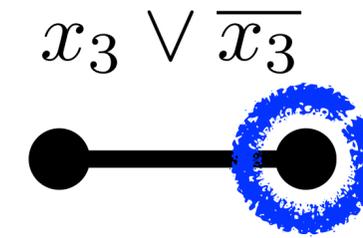
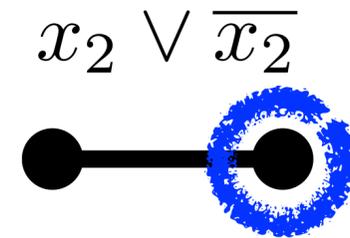
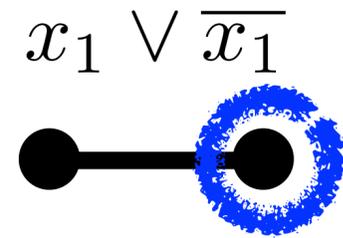
Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten

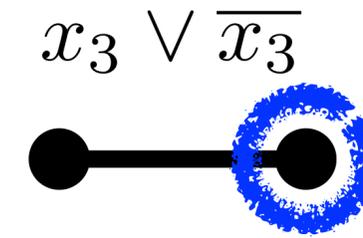
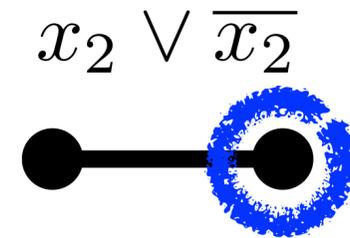
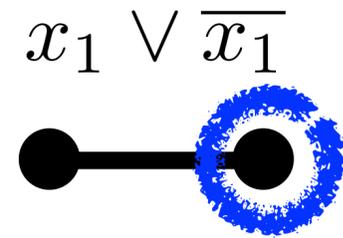


Entscheidungskomponenten

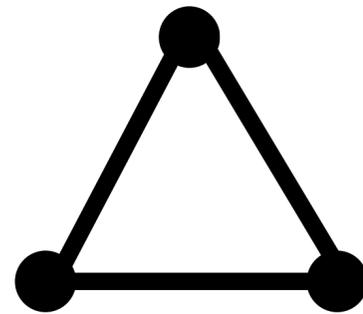


n Knoten

Entscheidungskomponenten

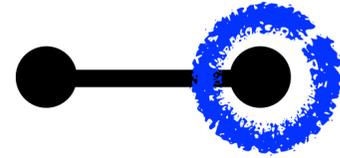


n Knoten

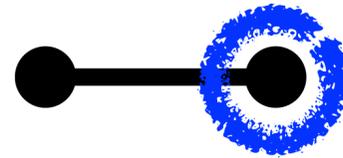


Entscheidungskomponenten

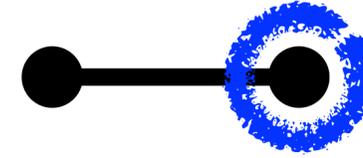
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



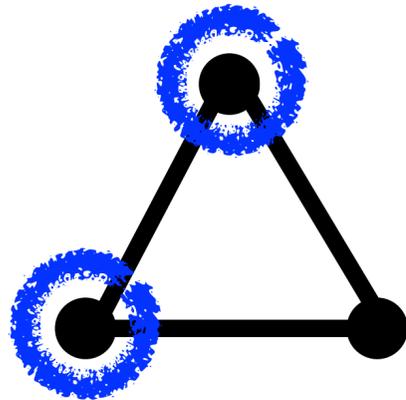
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



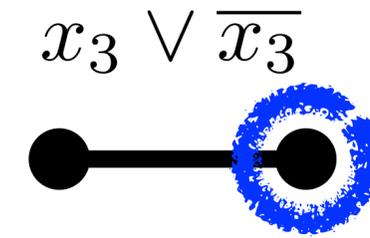
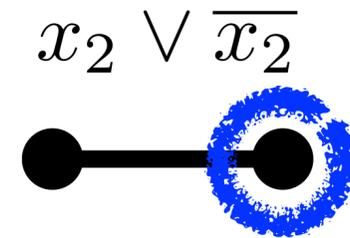
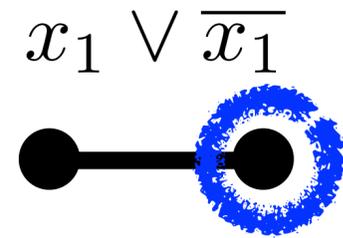
$$x_3 \vee \overline{x_3}$$



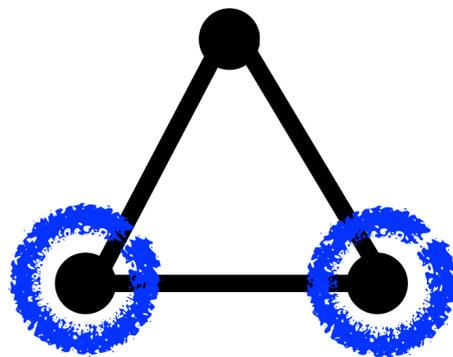
n Knoten



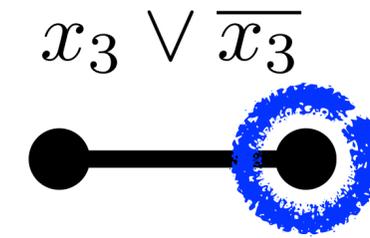
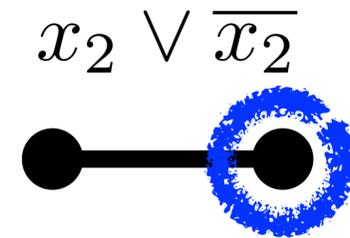
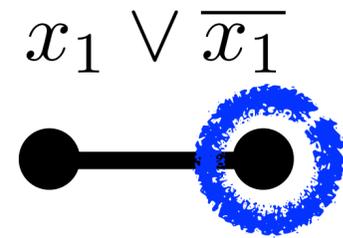
Entscheidungskomponenten



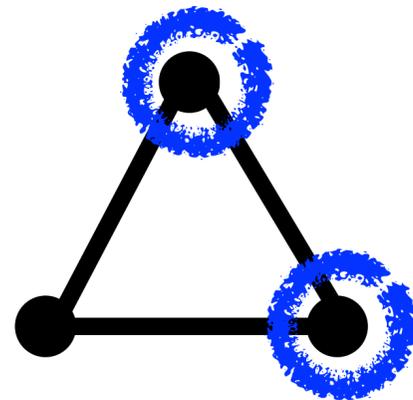
n Knoten



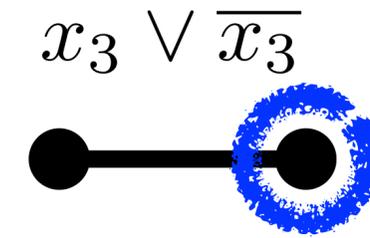
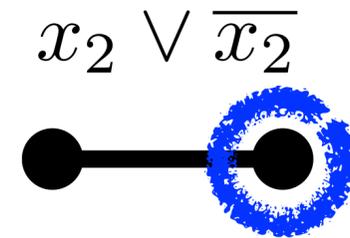
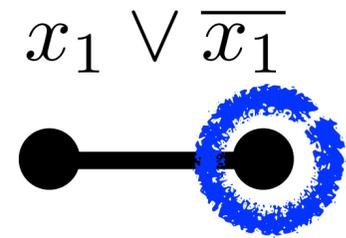
Entscheidungskomponenten



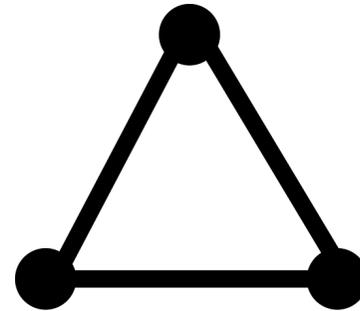
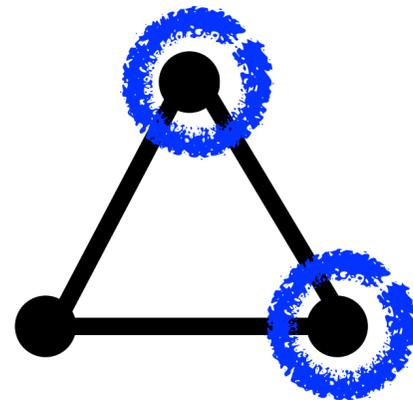
n Knoten



Entscheidungskomponenten

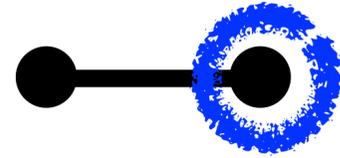


n Knoten

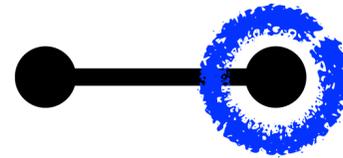


Entscheidungskomponenten

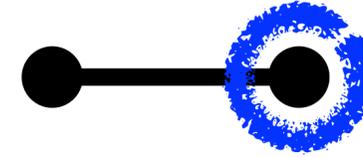
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



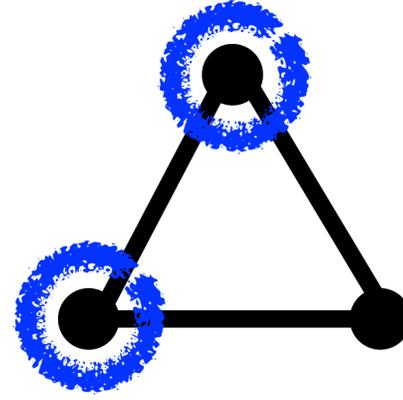
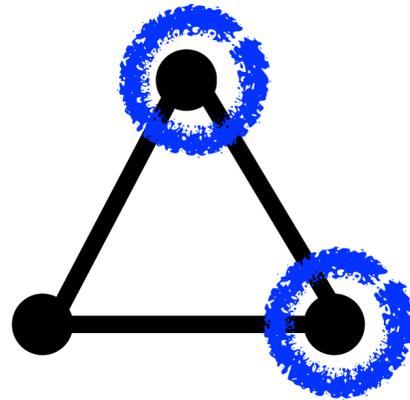
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

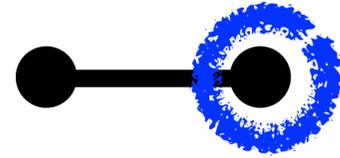


n Knoten

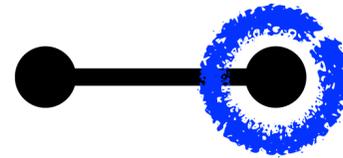


Entscheidungskomponenten

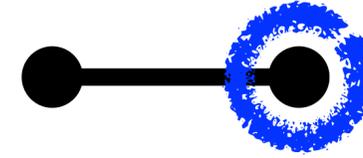
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



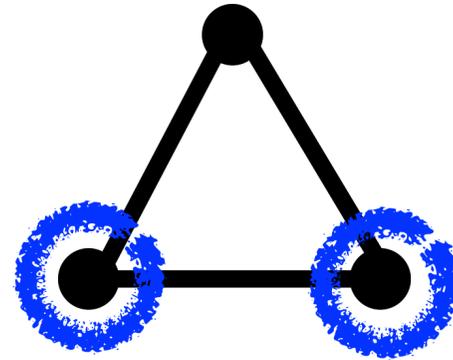
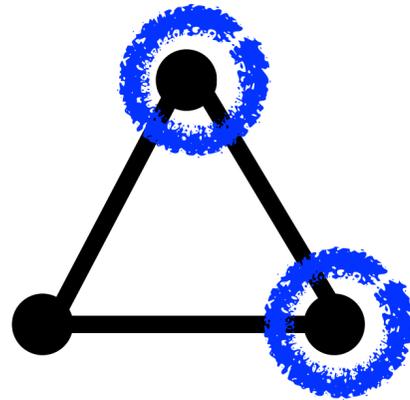
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



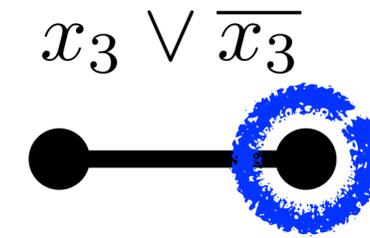
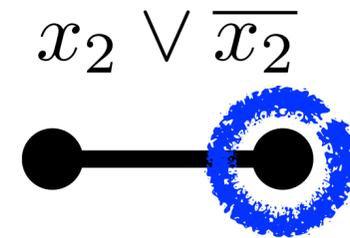
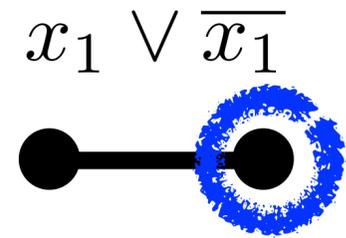
$$x_3 \vee \overline{x_3}$$



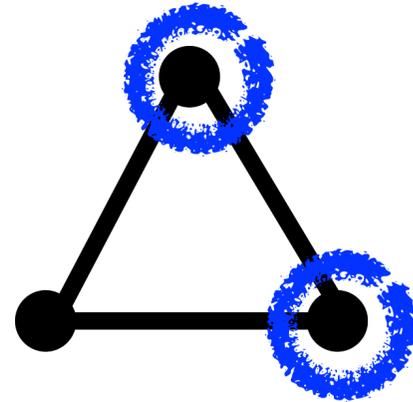
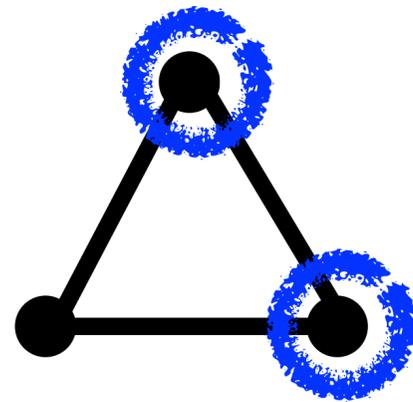
n Knoten



Entscheidungskomponenten

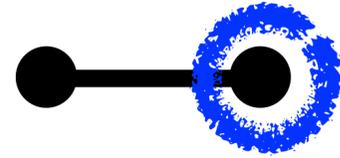


n Knoten

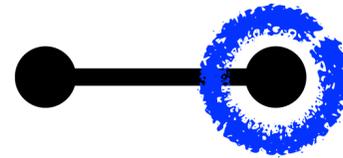


Entscheidungskomponenten

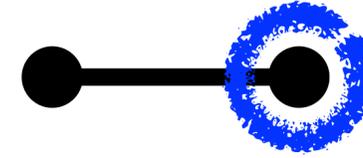
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



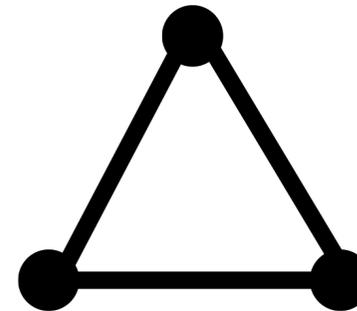
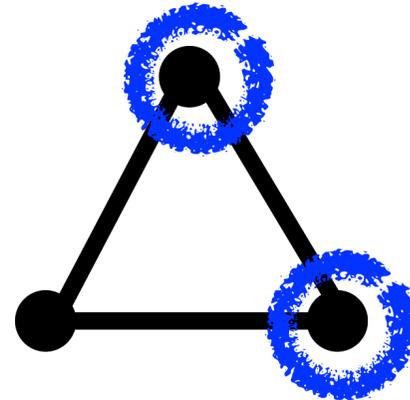
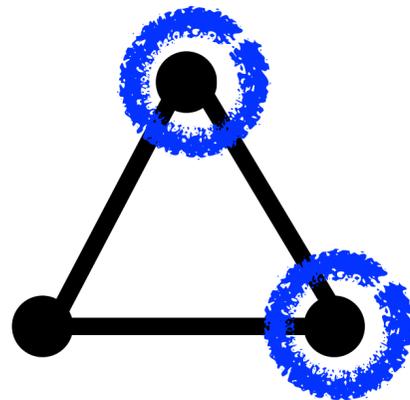
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

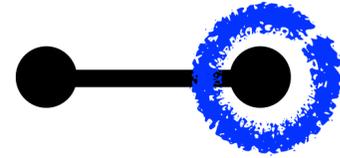


n Knoten

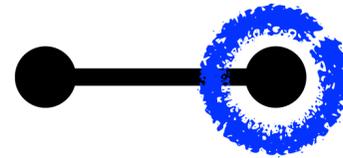


Entscheidungskomponenten

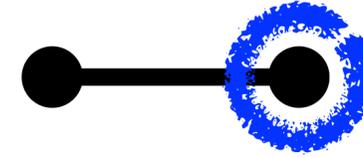
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



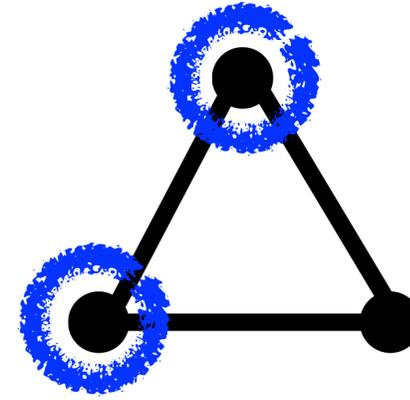
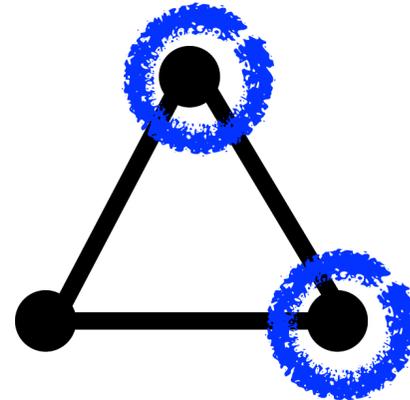
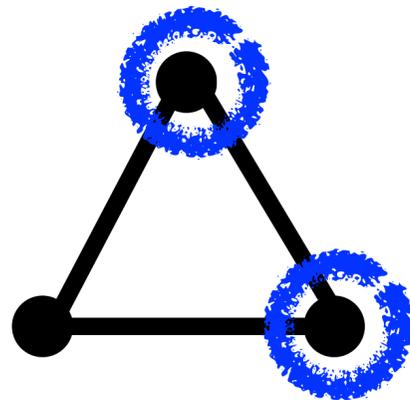
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

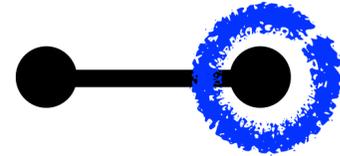


n Knoten

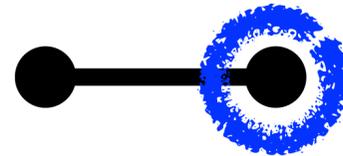


Entscheidungskomponenten

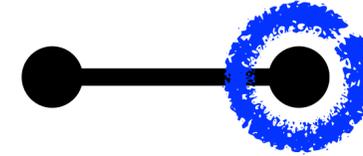
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



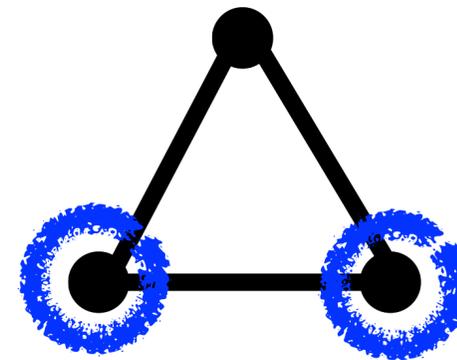
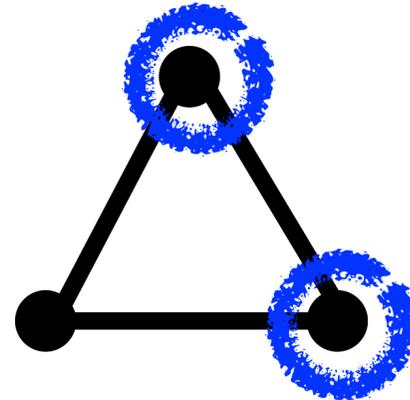
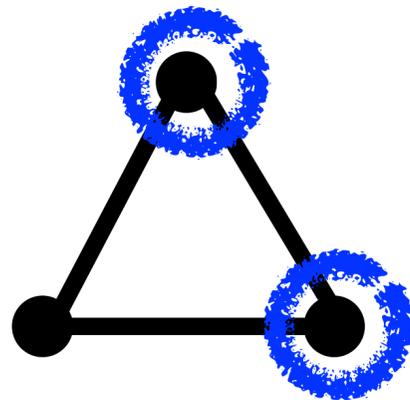
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

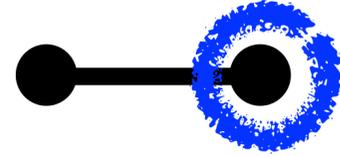


n Knoten

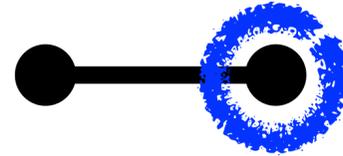


Entscheidungskomponenten

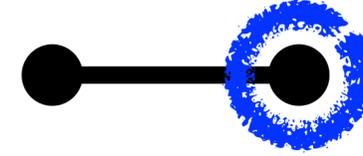
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



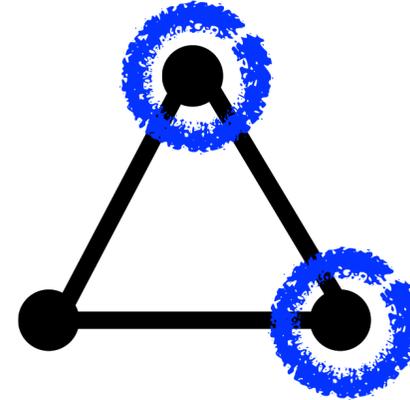
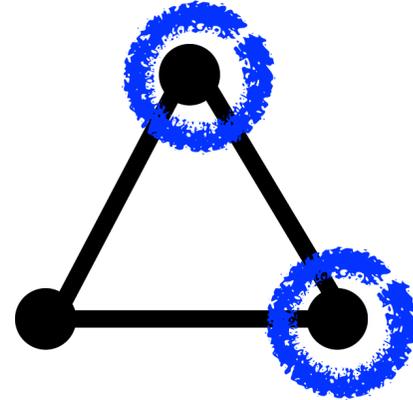
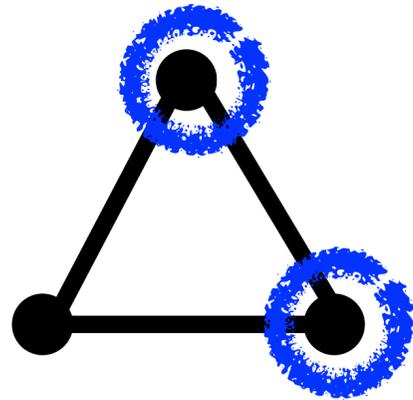
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

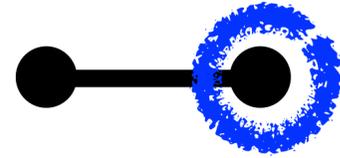


n Knoten

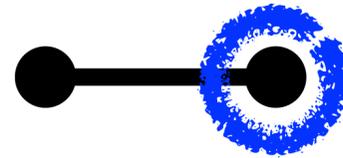


Entscheidungskomponenten

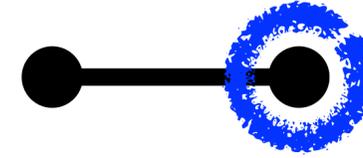
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



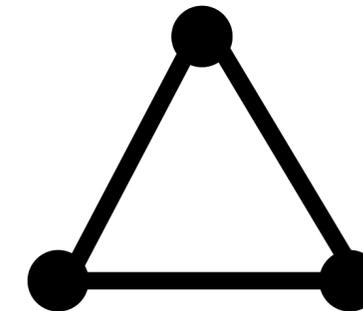
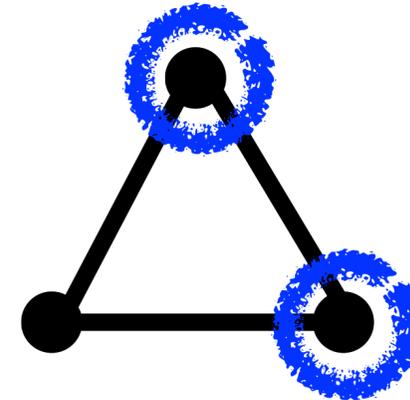
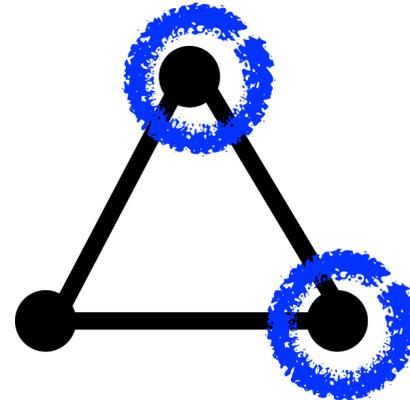
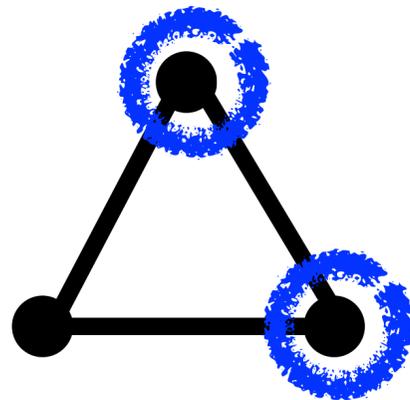
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

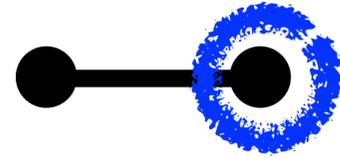


n Knoten

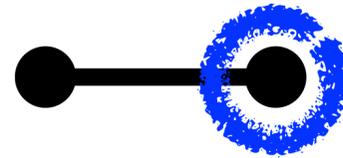


Entscheidungskomponenten

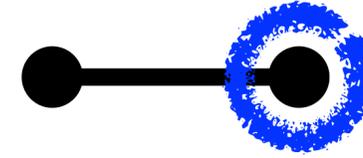
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



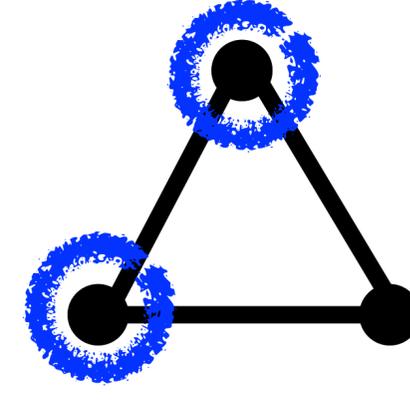
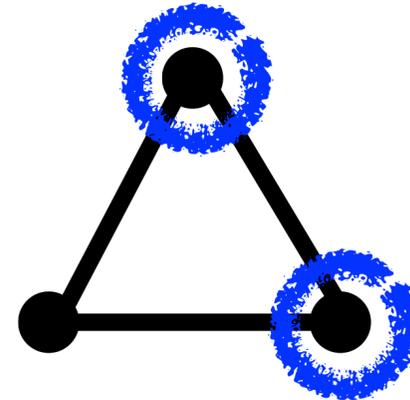
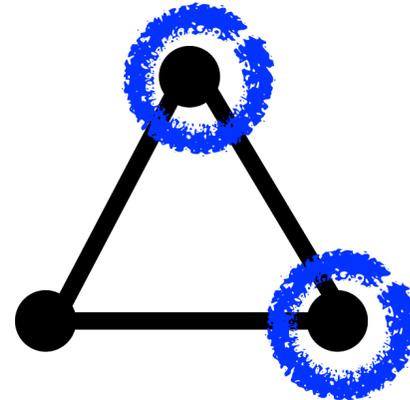
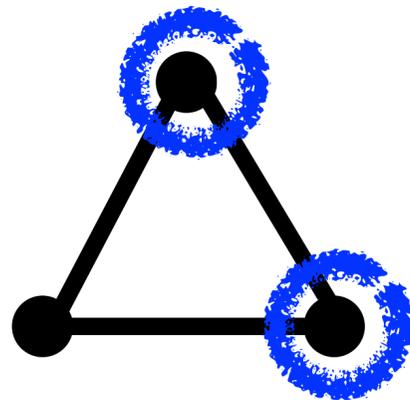
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

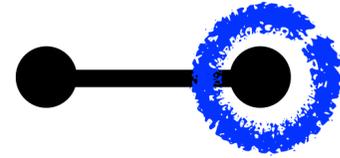


n Knoten

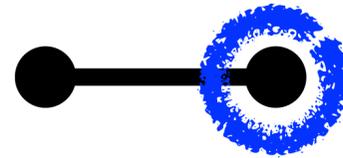


Entscheidungskomponenten

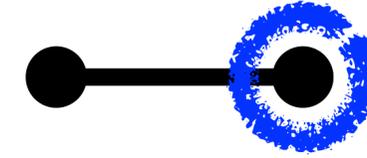
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



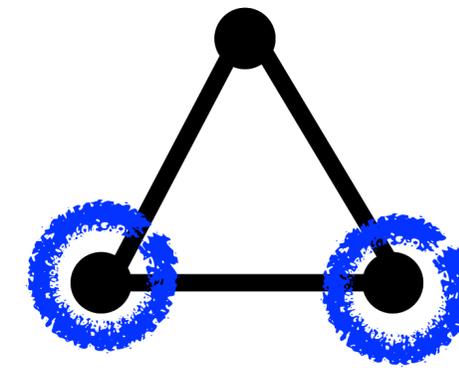
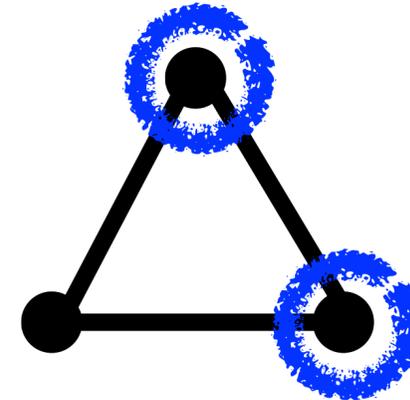
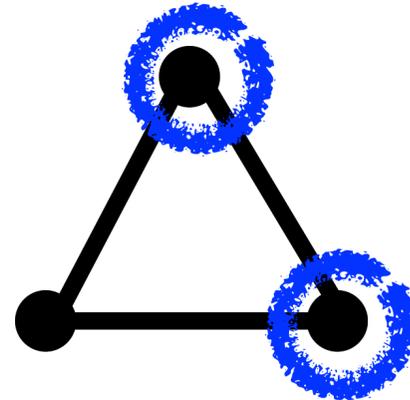
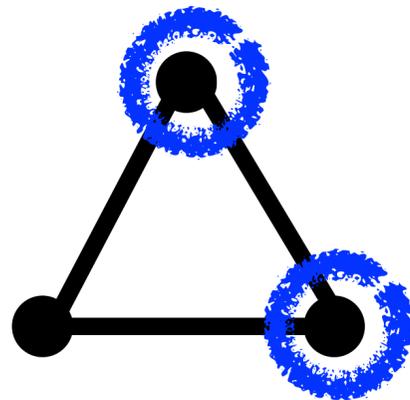
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

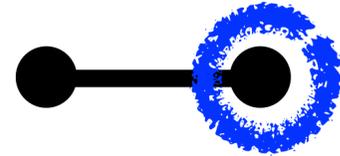


n Knoten

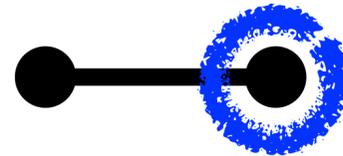


Entscheidungskomponenten

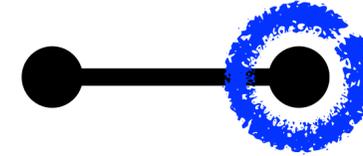
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



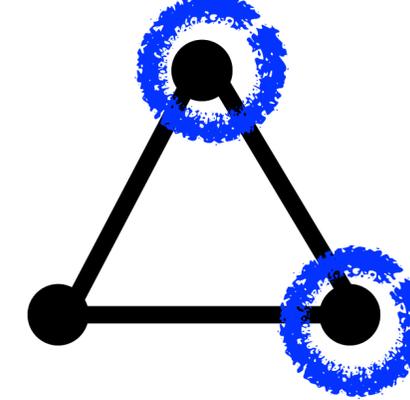
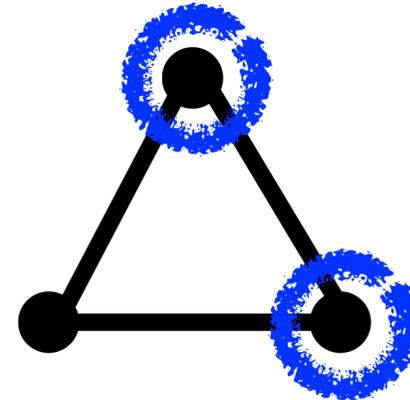
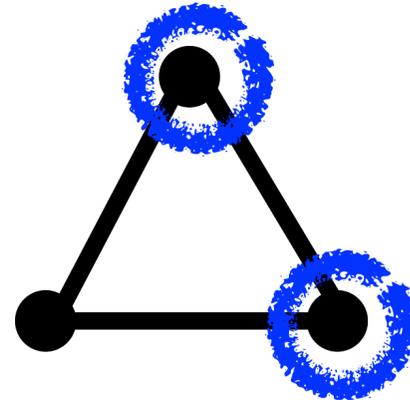
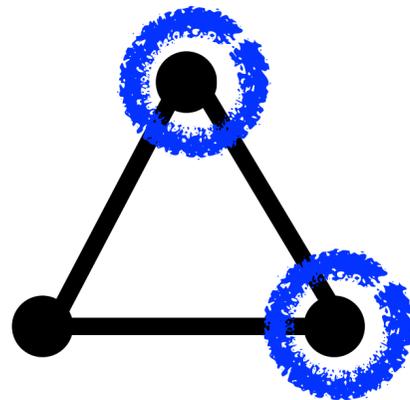
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

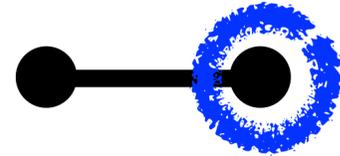


n Knoten

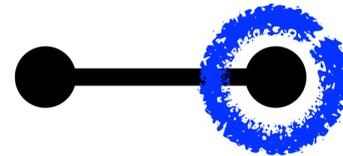


Entscheidungskomponenten

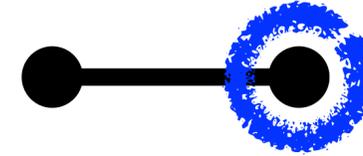
$$x_1 \vee \overline{x_1}$$



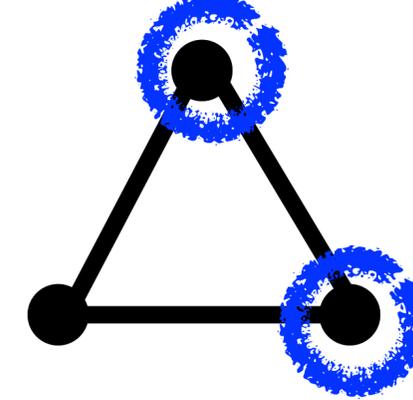
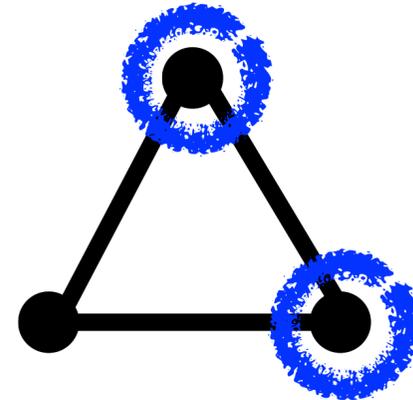
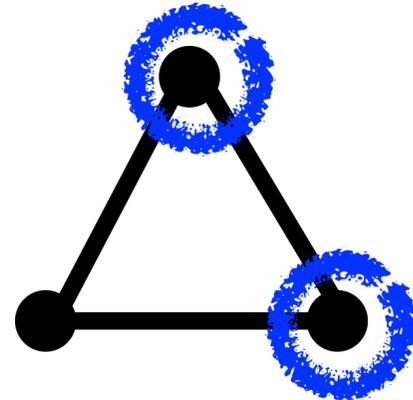
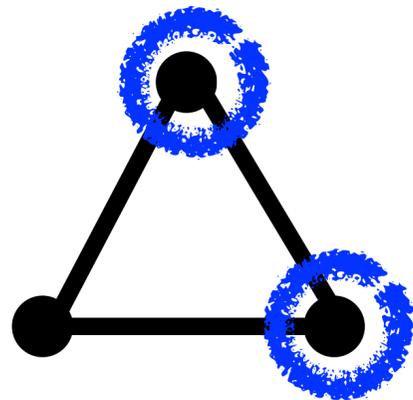
$$x_2 \vee \overline{x_2}$$



$$x_3 \vee \overline{x_3}$$

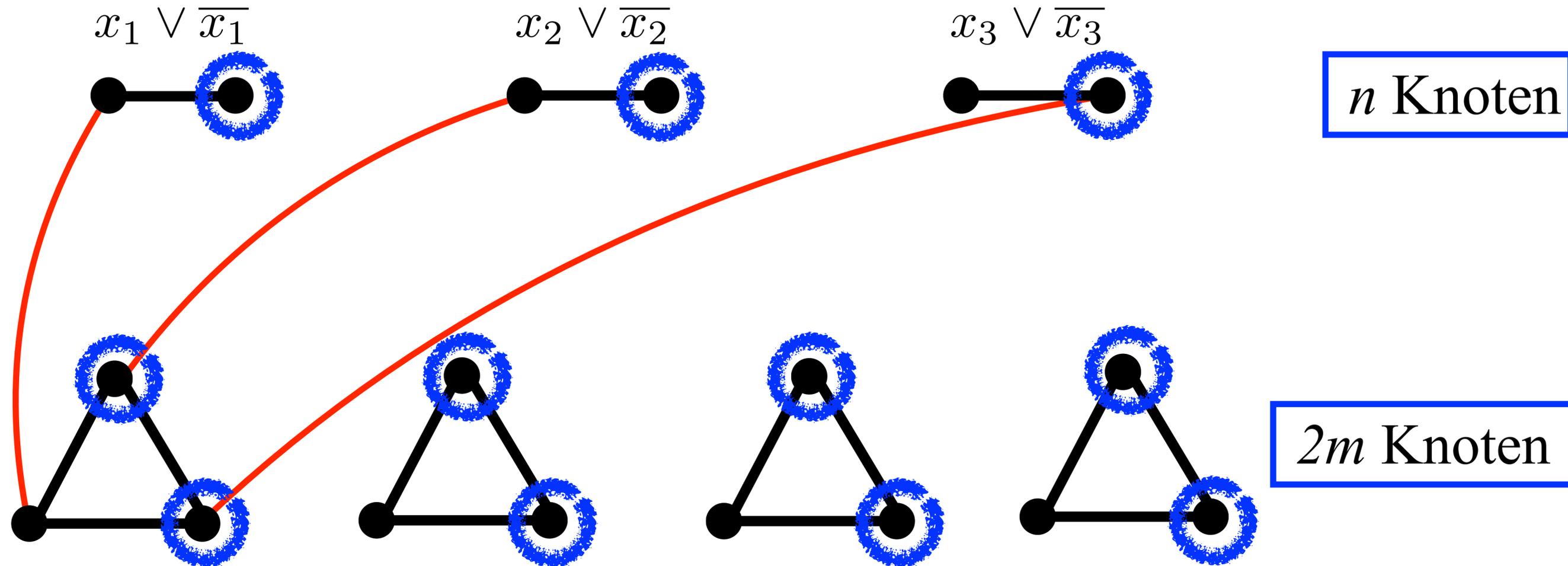


n Knoten

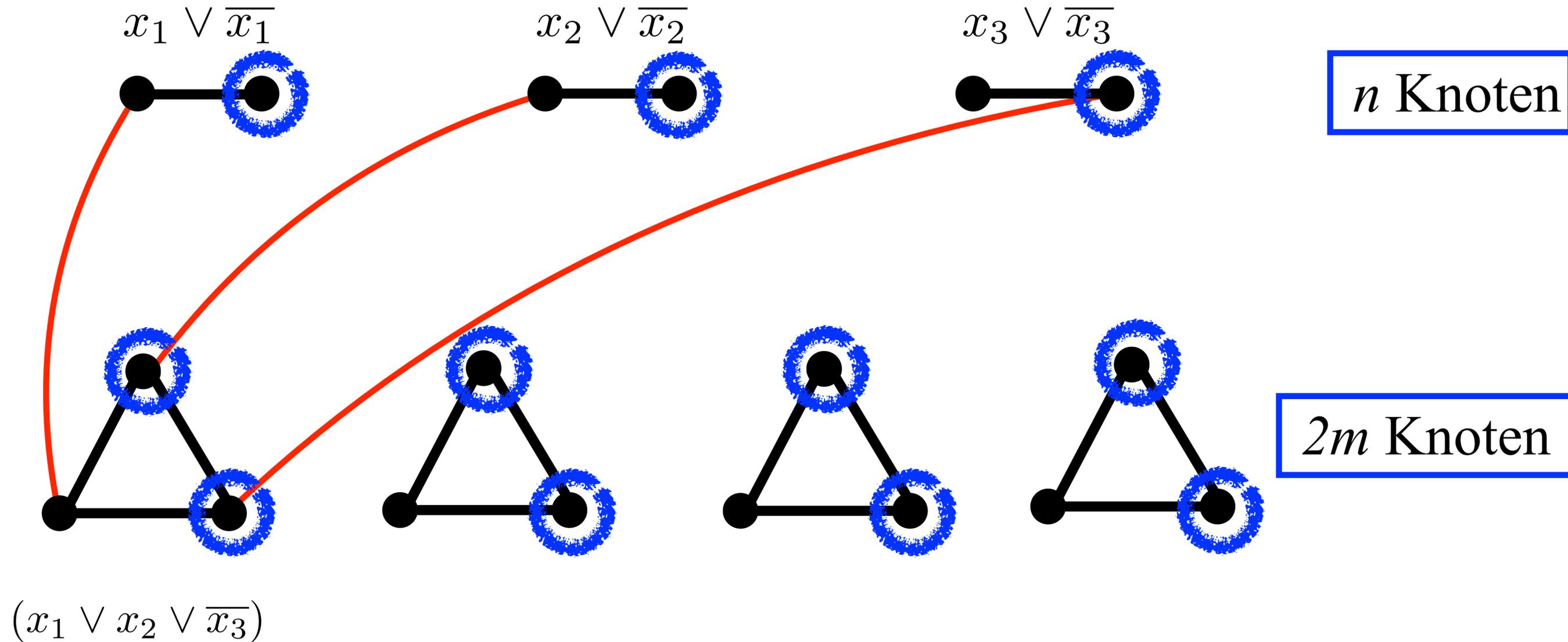


$2m$ Knoten

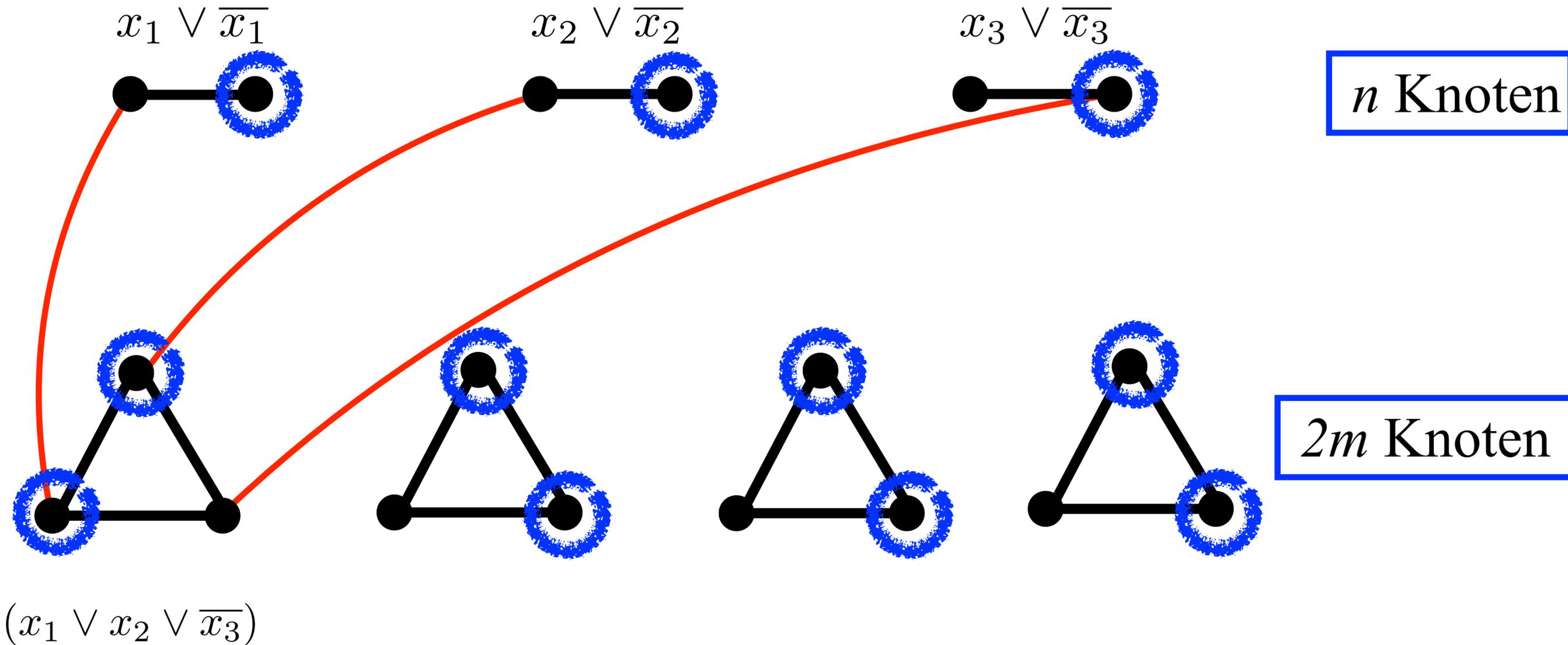
Entscheidungskomponenten



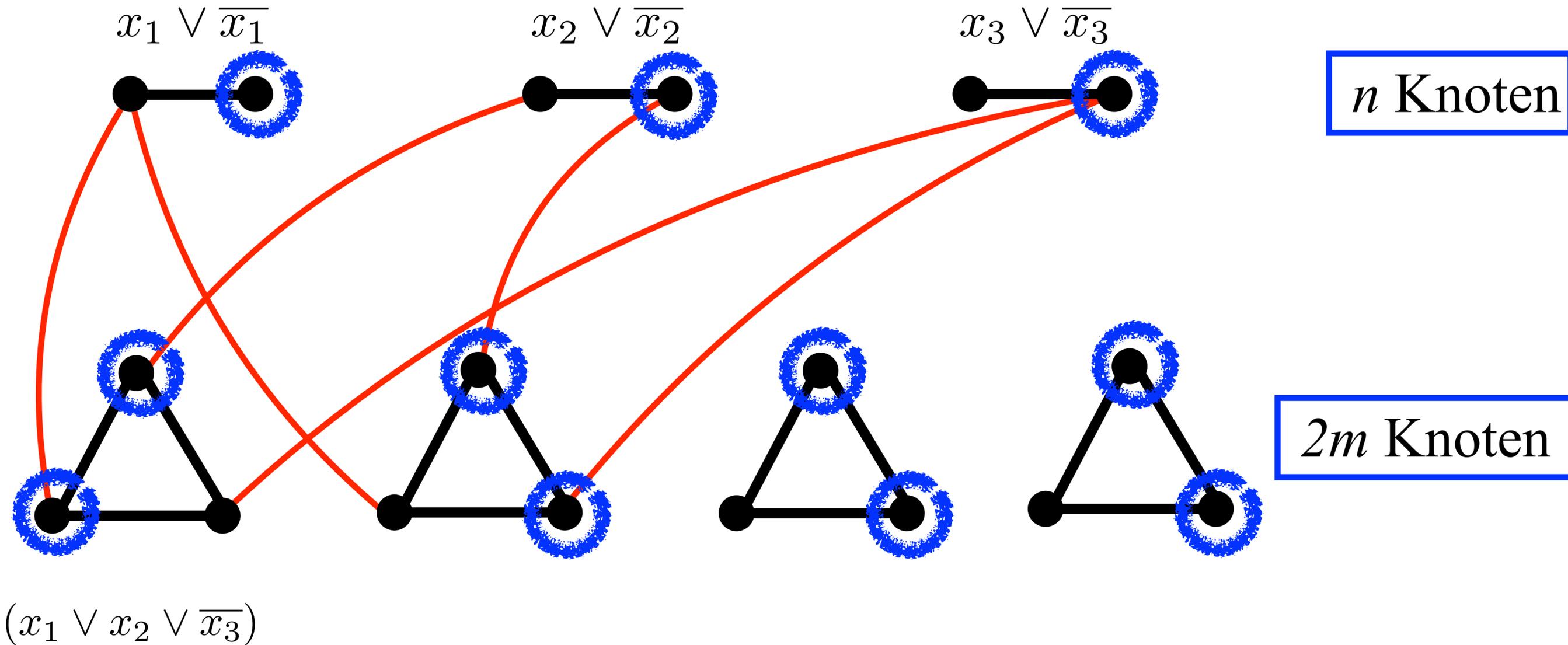
Entscheidungskomponenten



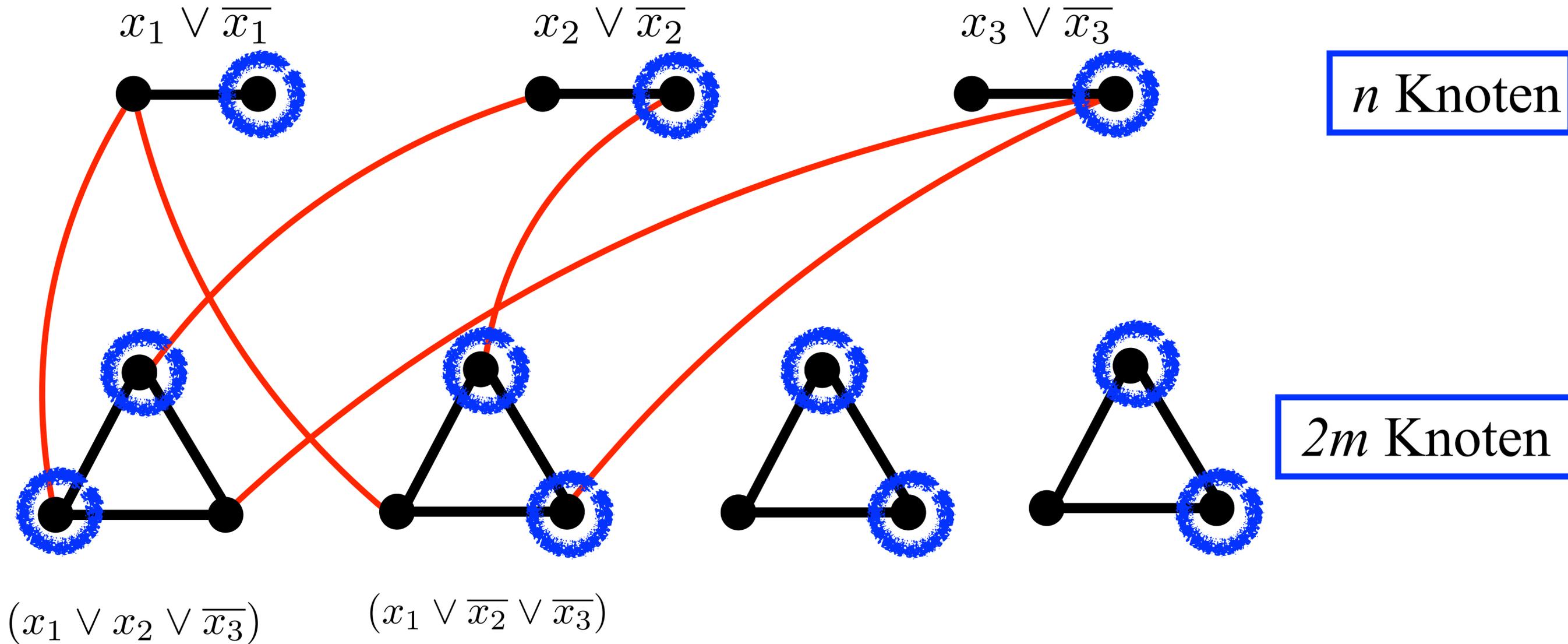
Entscheidungskomponenten



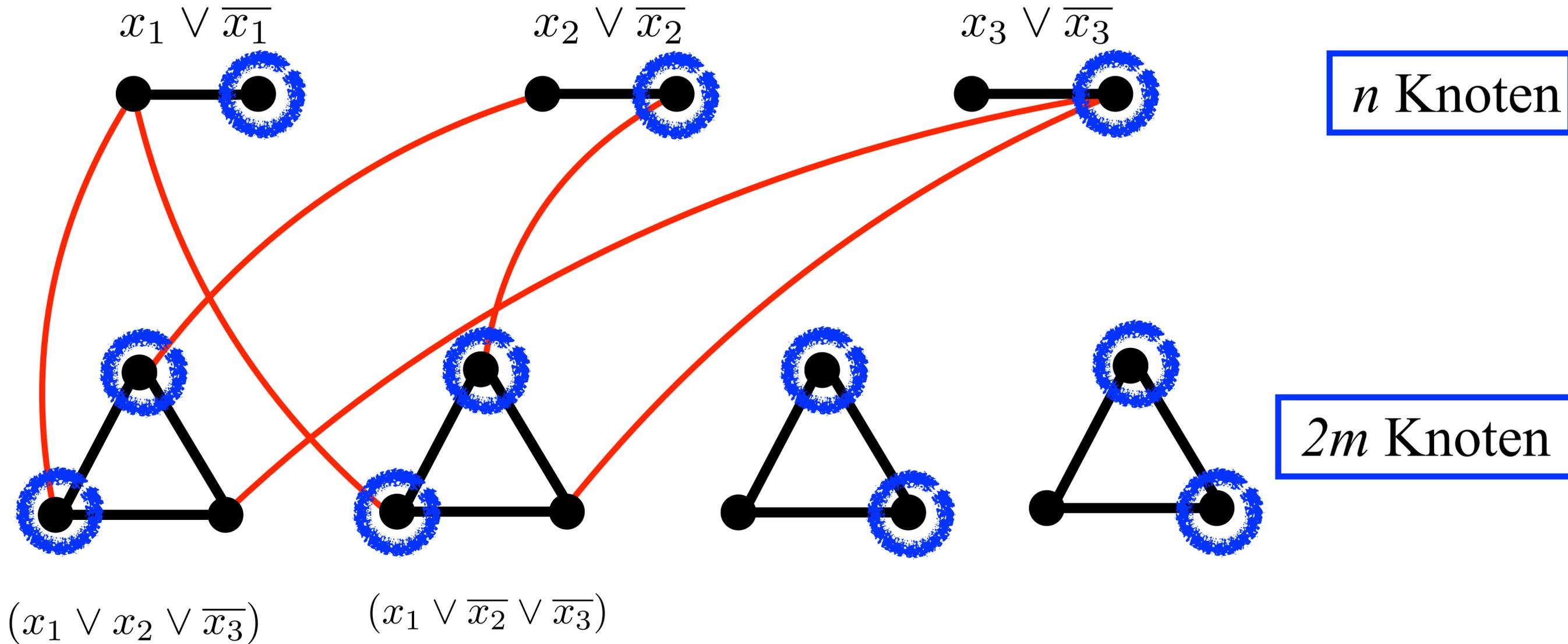
Entscheidungskomponenten



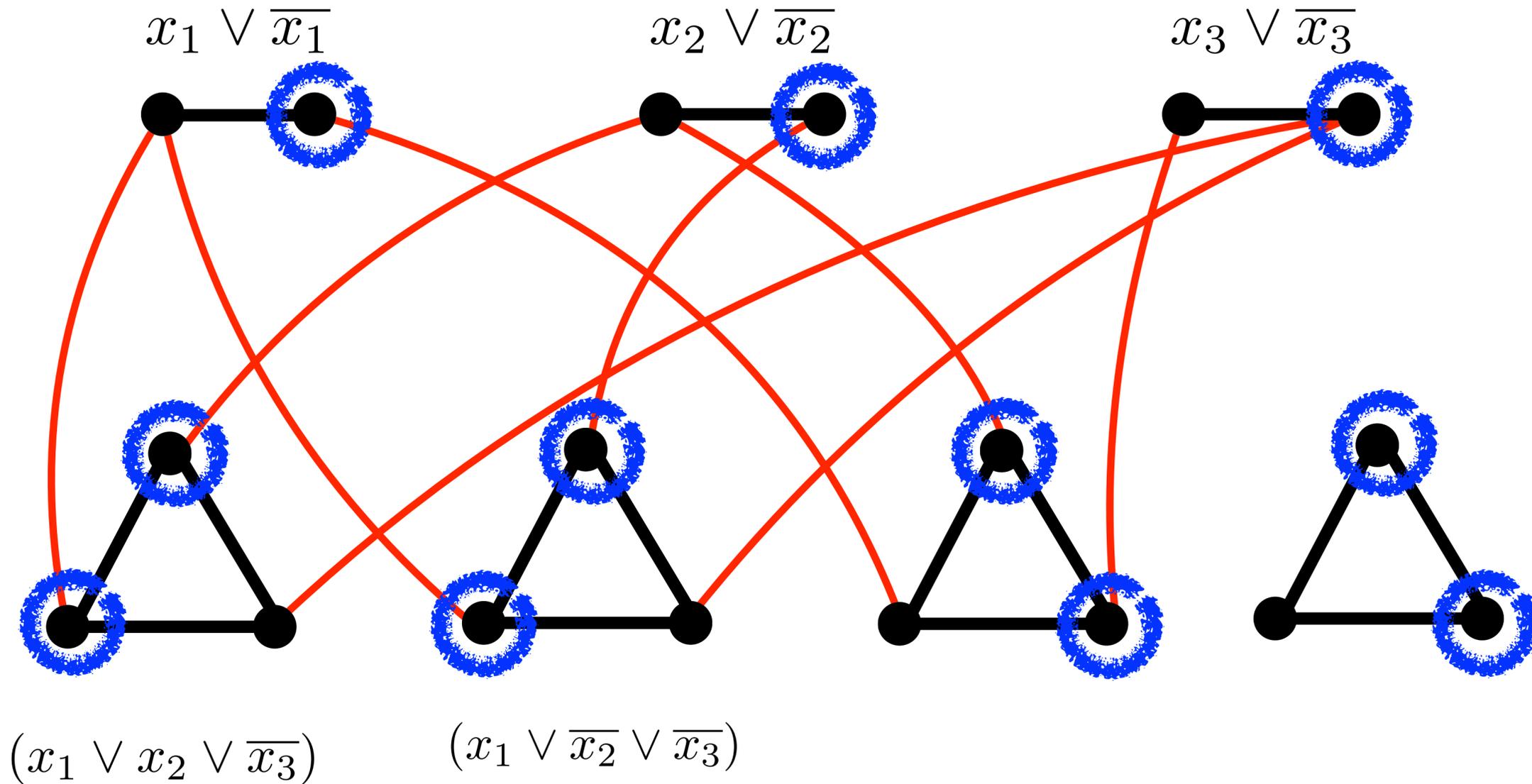
Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



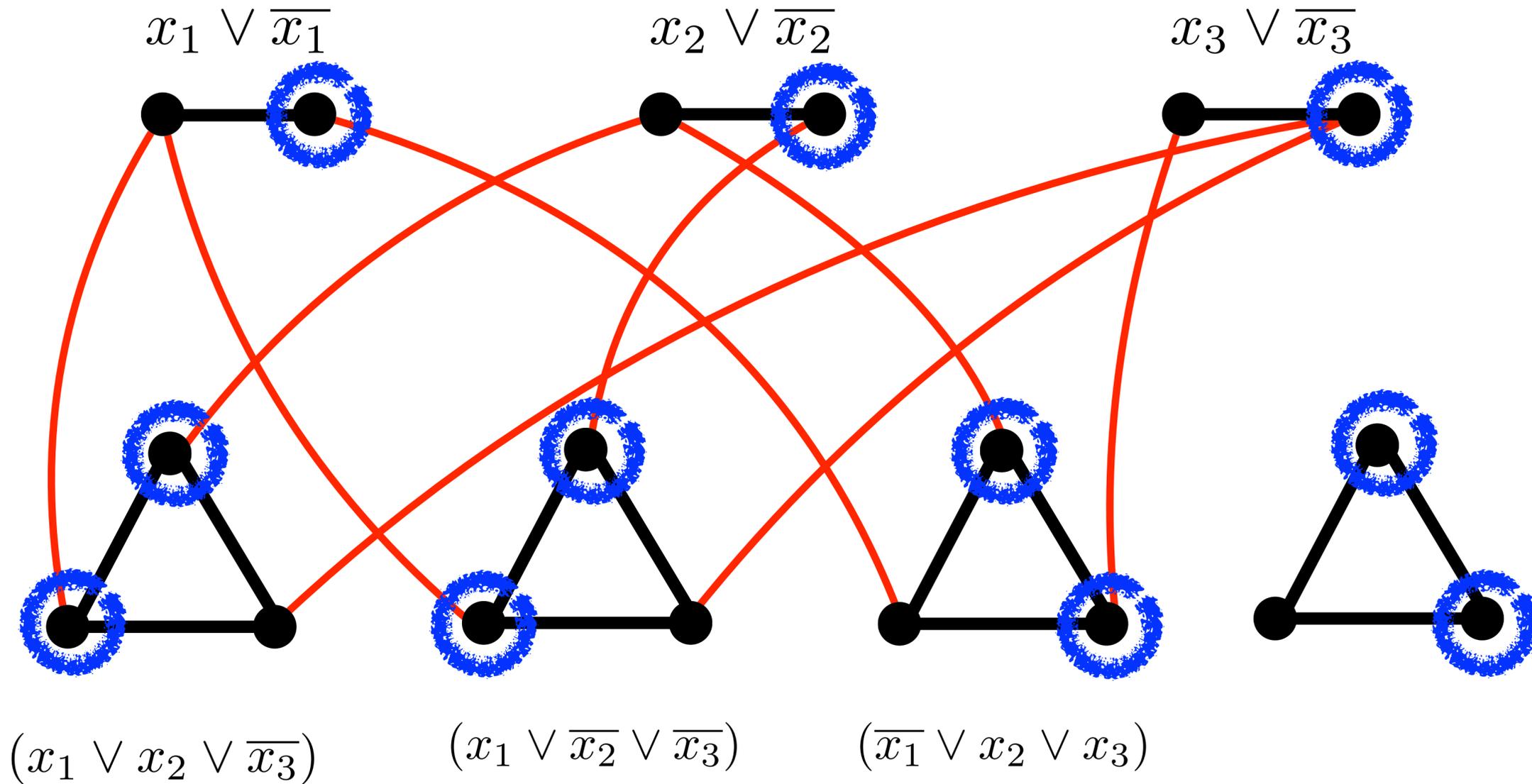
Entscheidungskomponenten



n Knoten

$2m$ Knoten

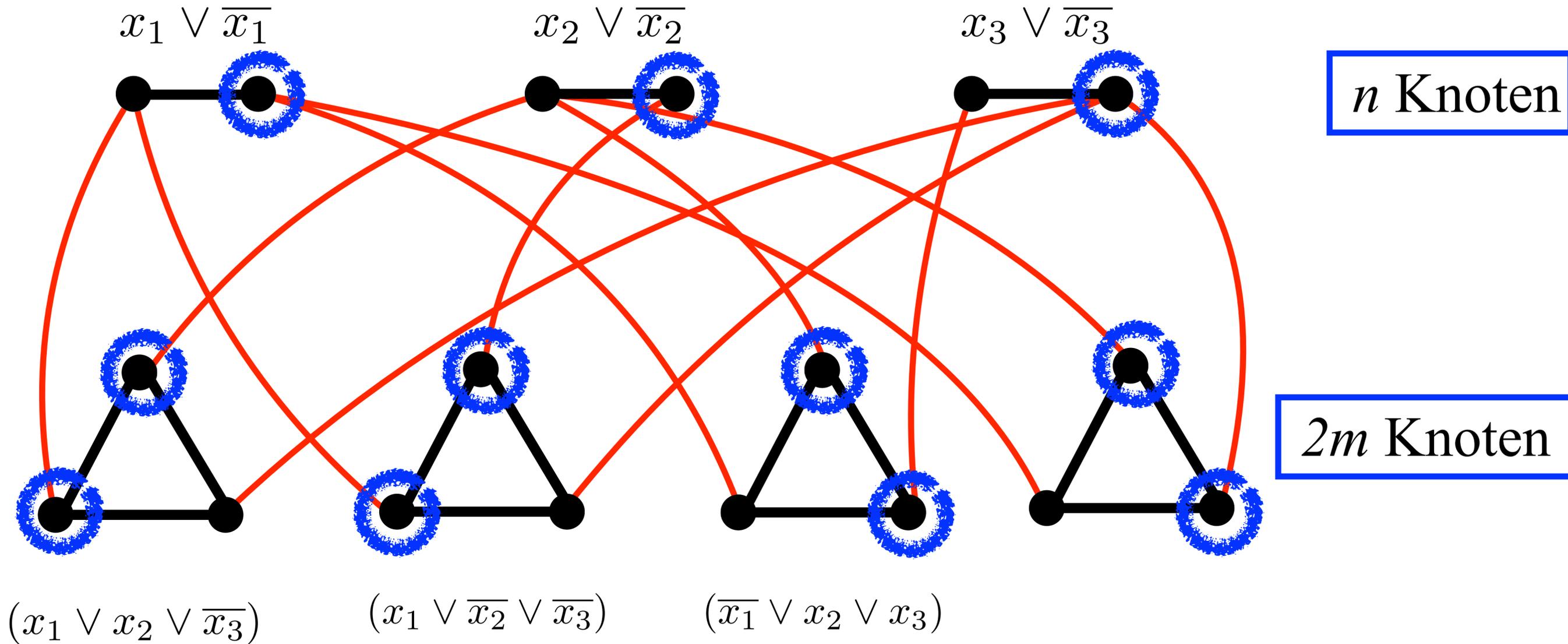
Entscheidungskomponenten



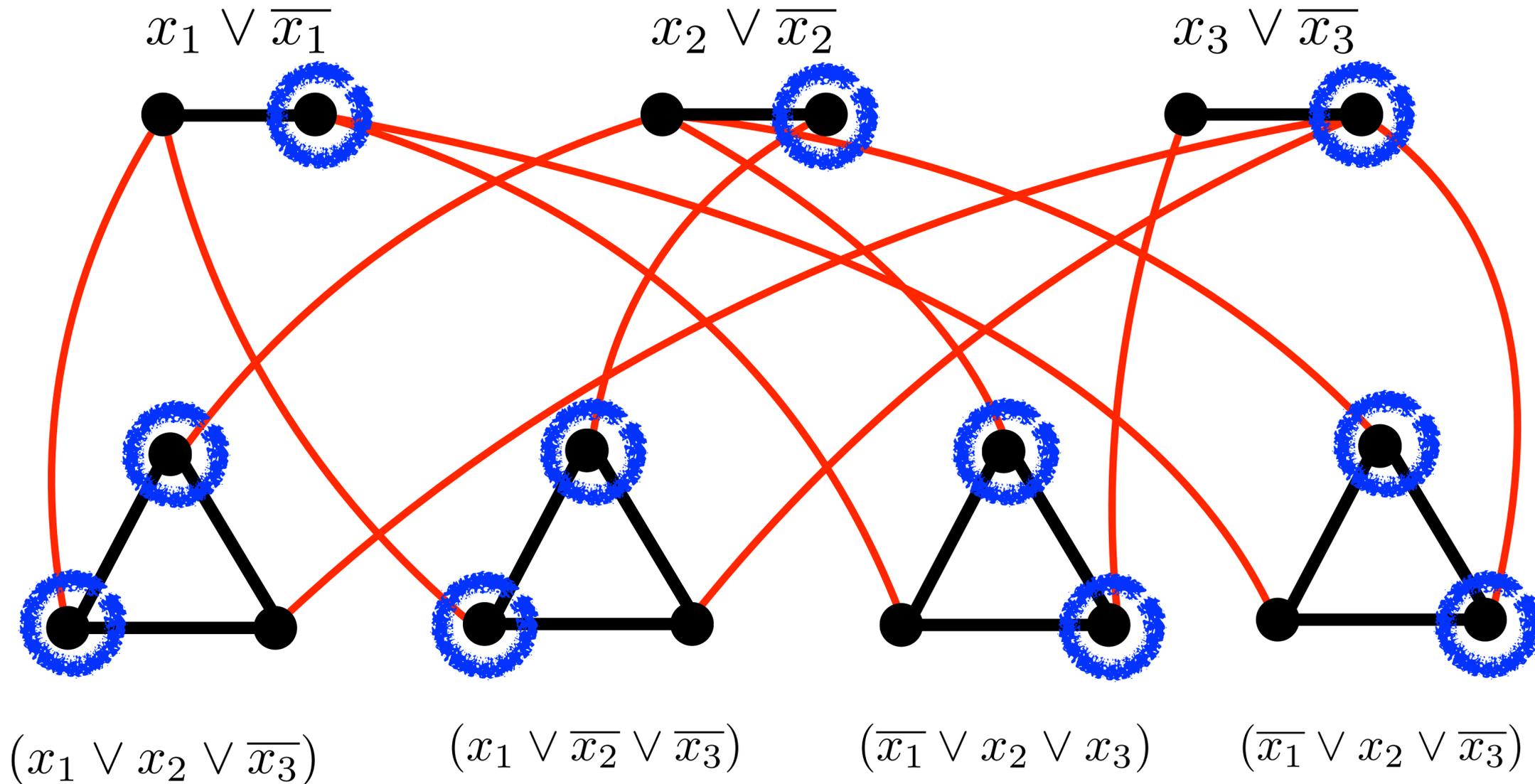
n Knoten

$2m$ Knoten

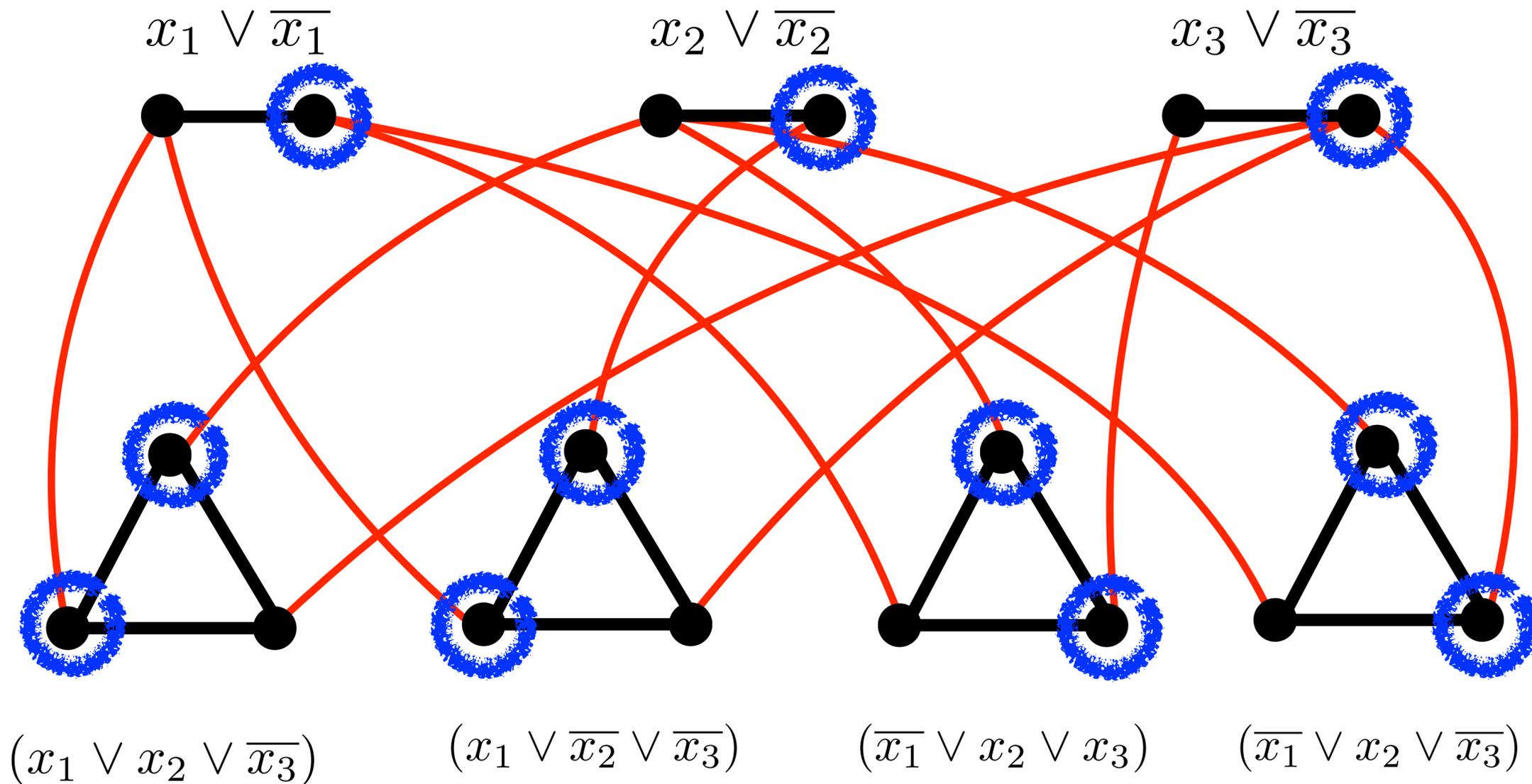
Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



Entscheidungskomponenten



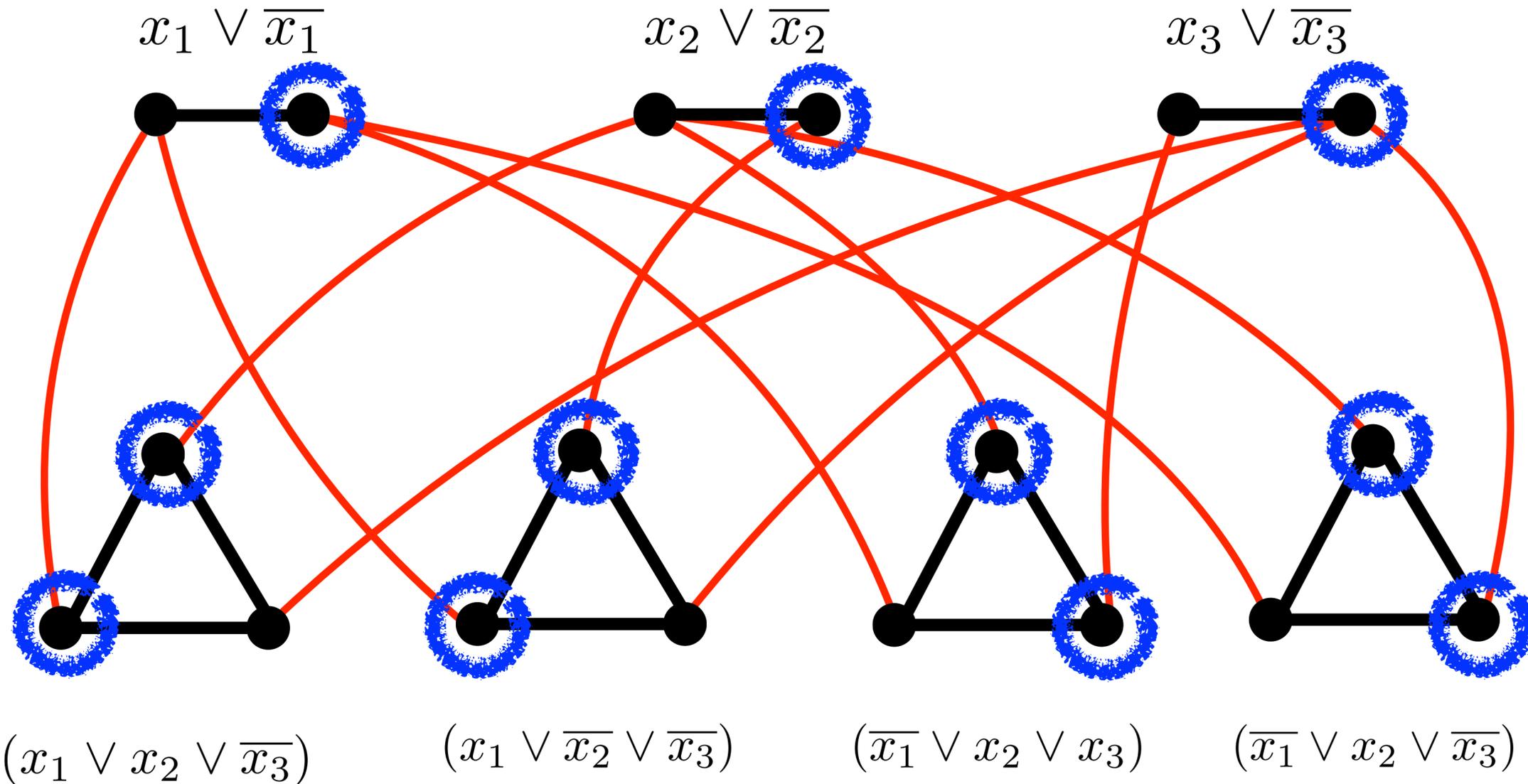
n Knoten

0 Knoten

$2m$ Knoten

Entscheidungskomponenten

n Variablen



n Knoten

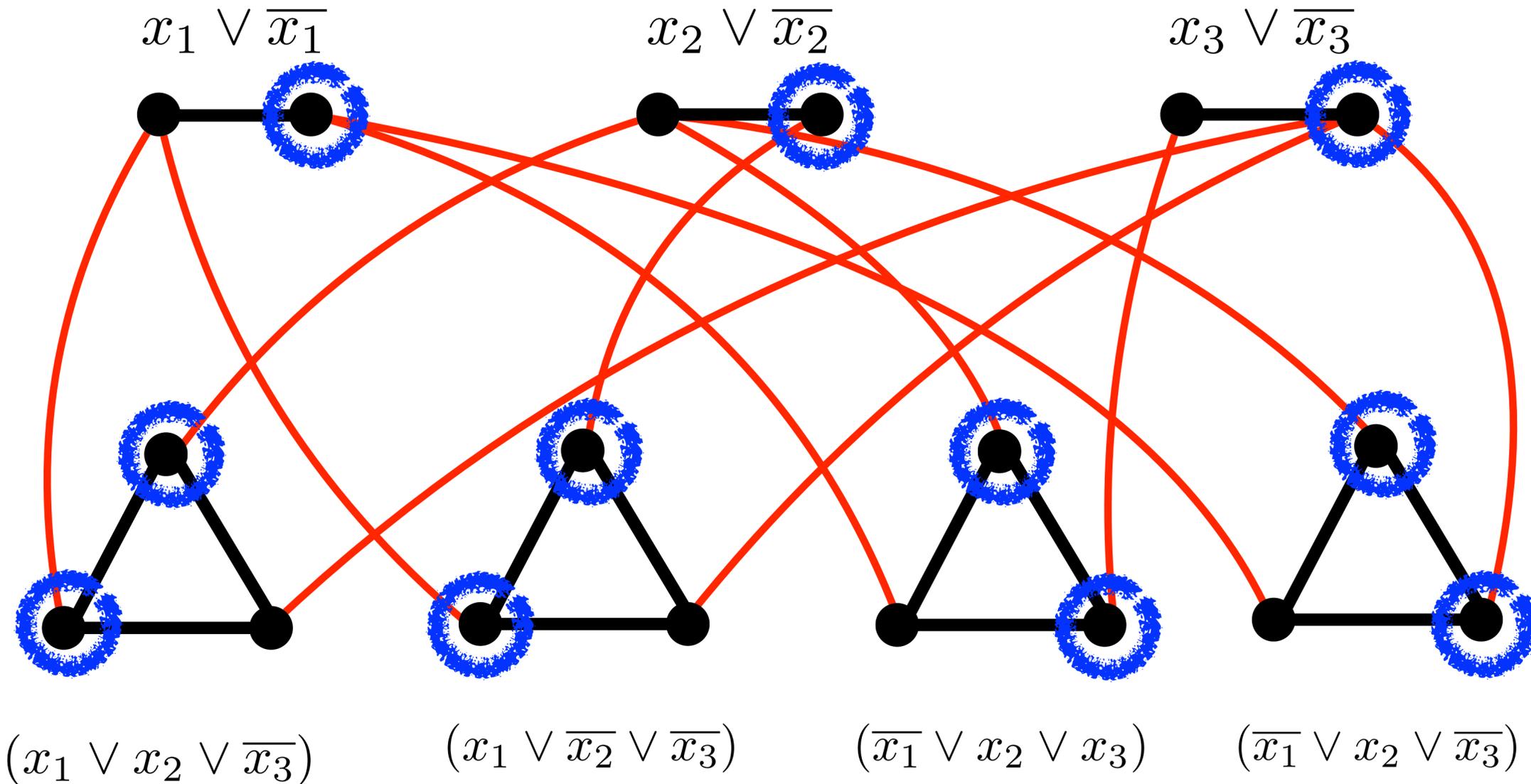
0 Knoten

$2m$ Knoten

Entscheidungskomponenten

n Variablen

m Klauseln



n Knoten

0 Knoten

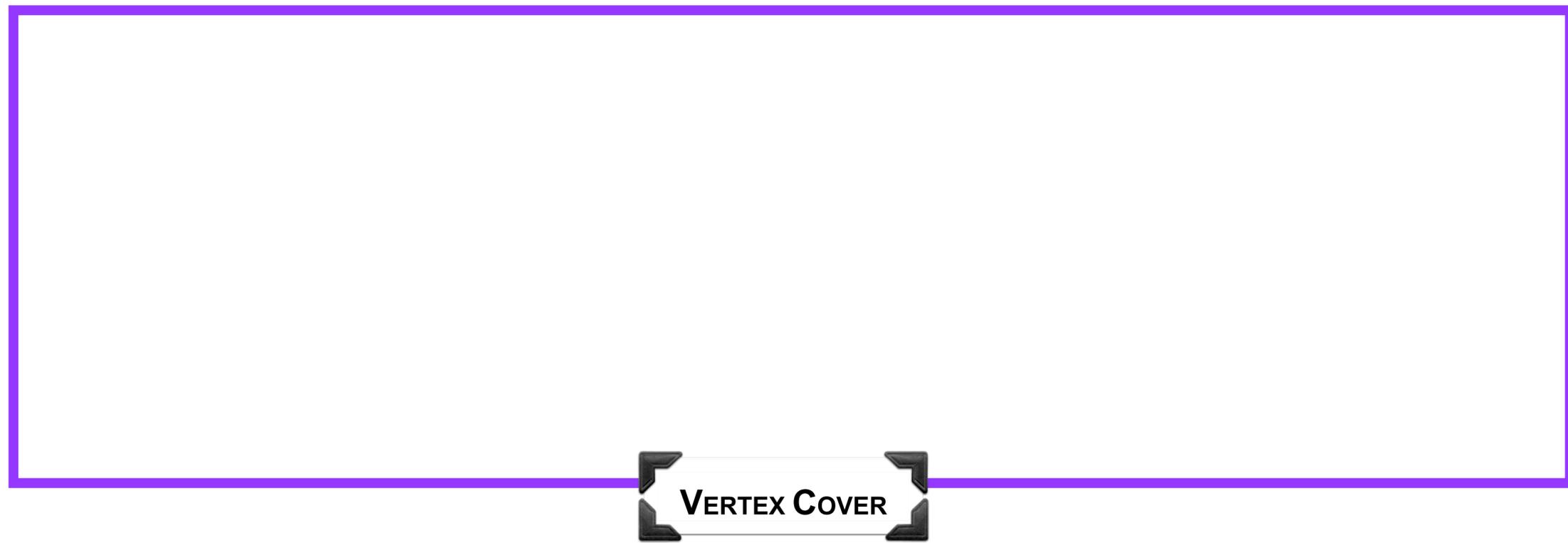
$2m$ Knoten

Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

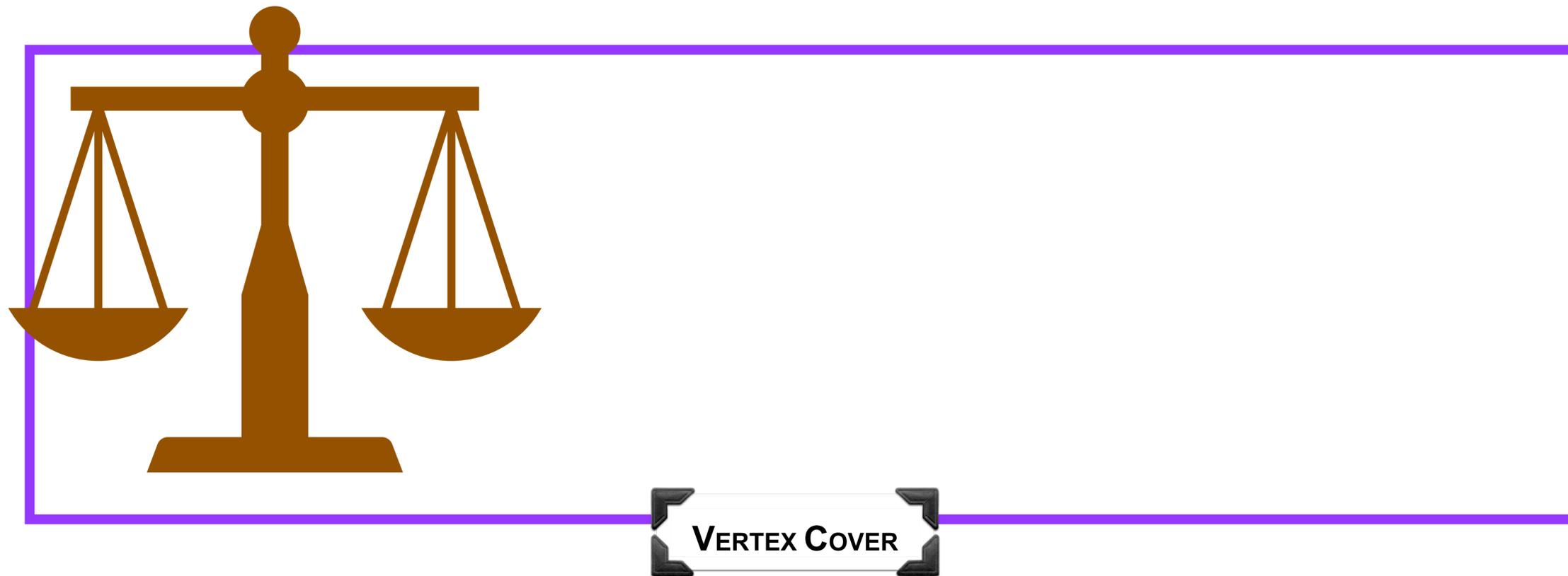
Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

VERTEX COVER

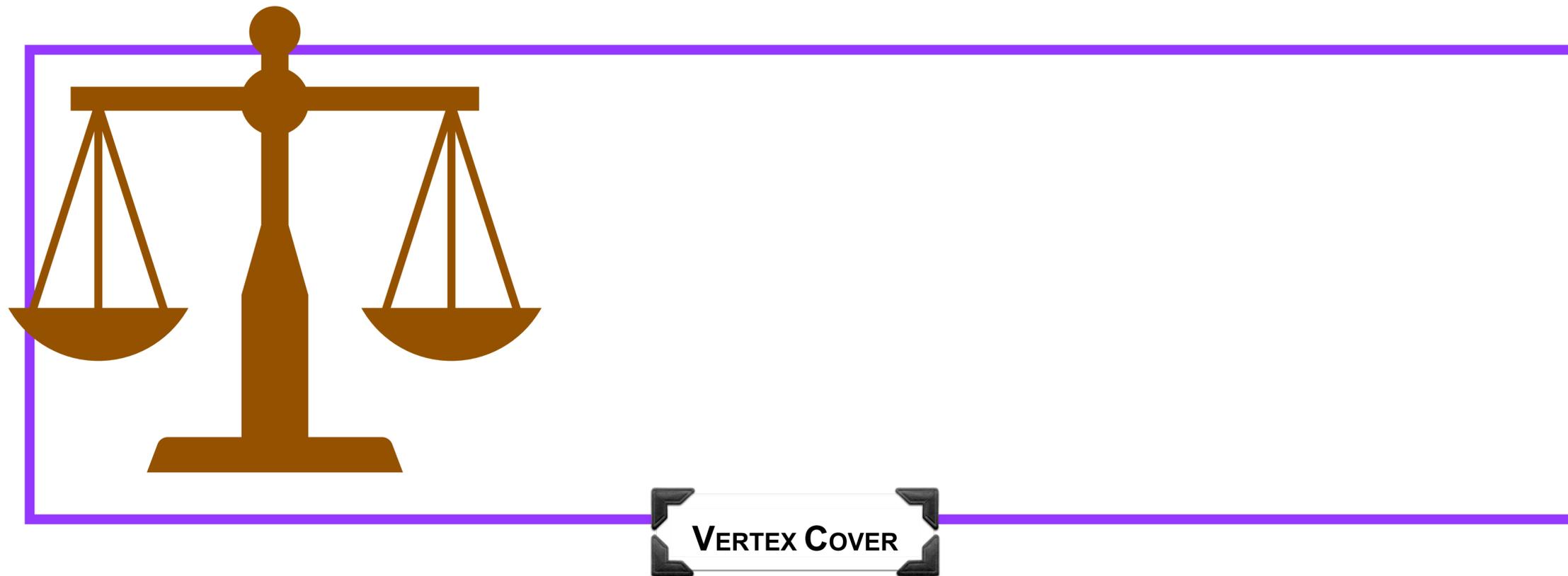
Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

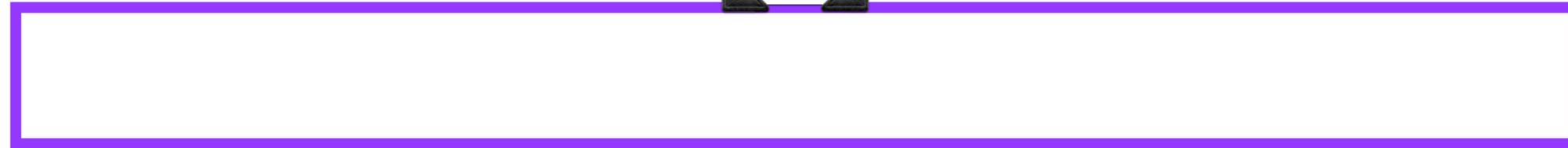


Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

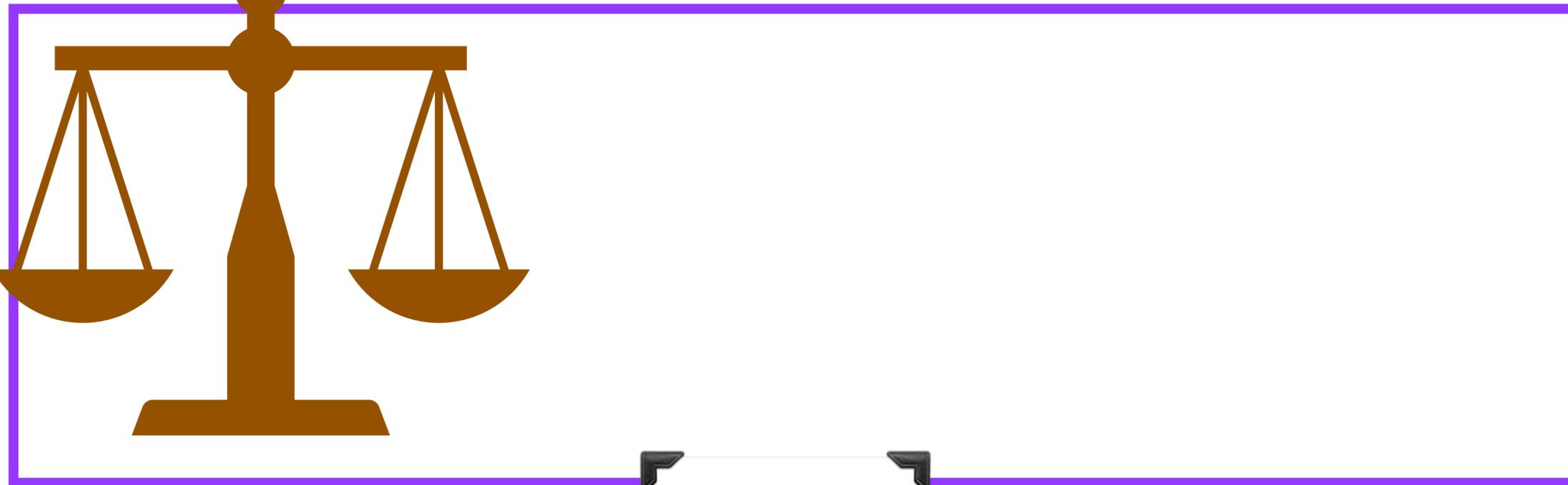


Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

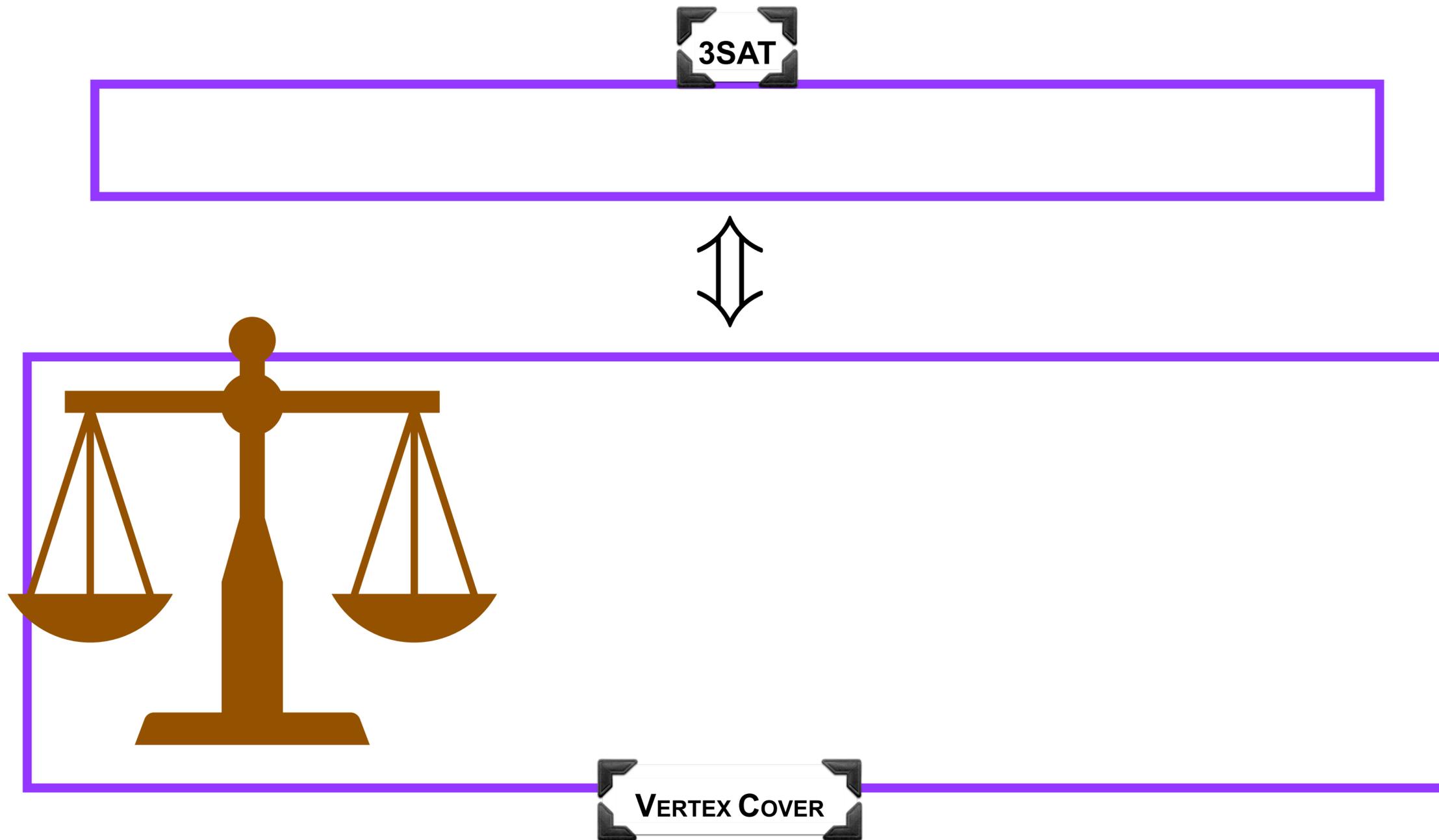
3SAT



VERTEX COVER



Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

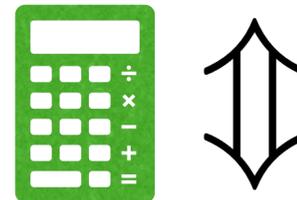


VERTEX COVER

Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

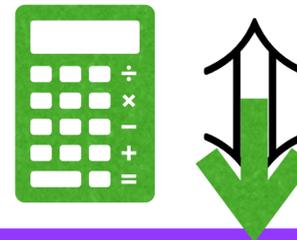


VERTEX COVER

Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

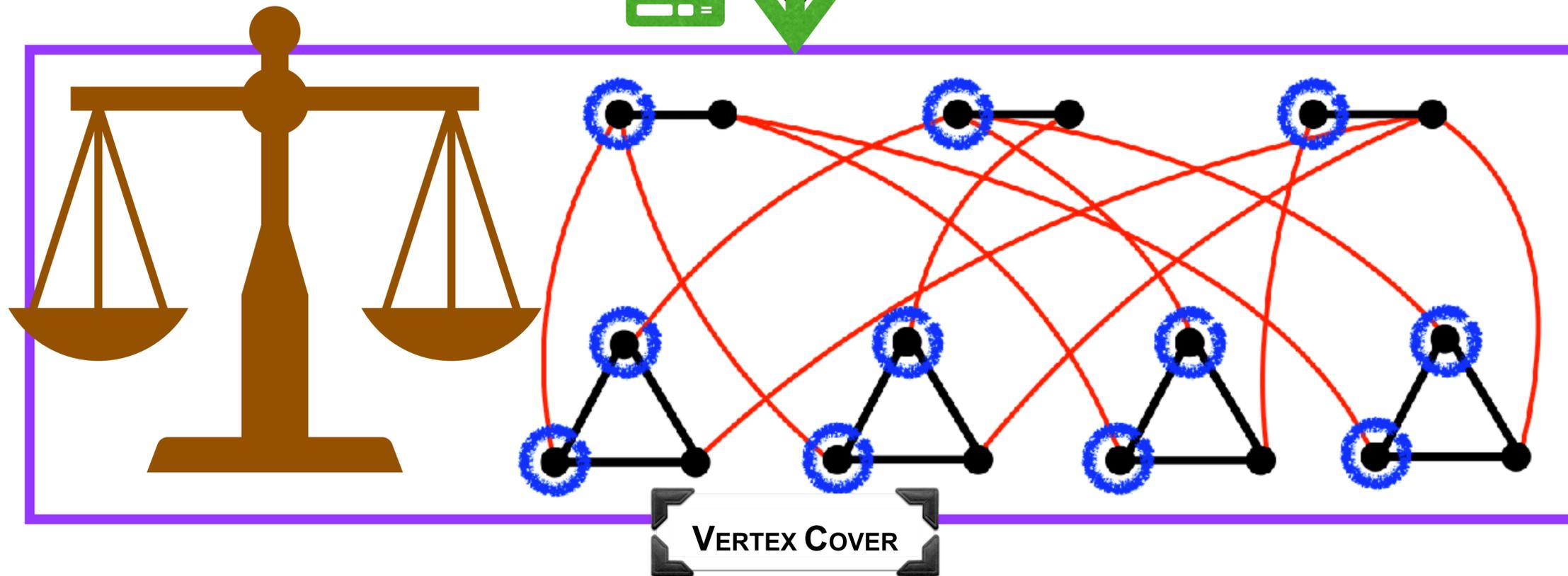


VERTEX COVER

Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

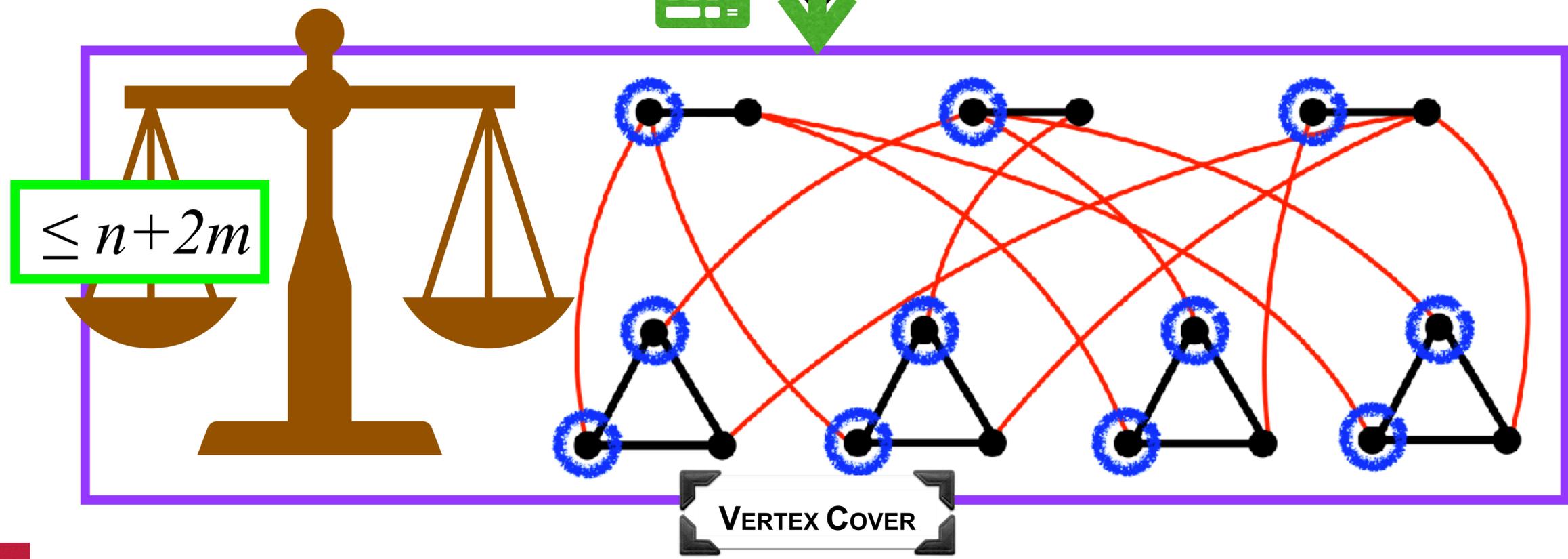
$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

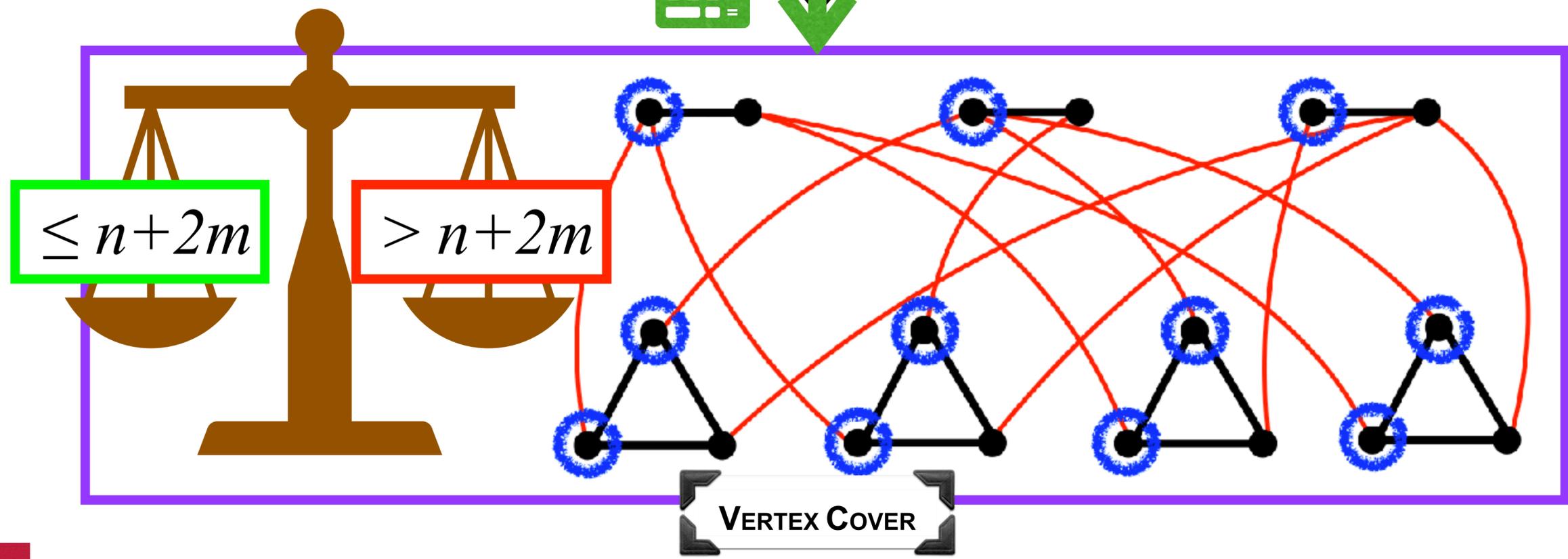
$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

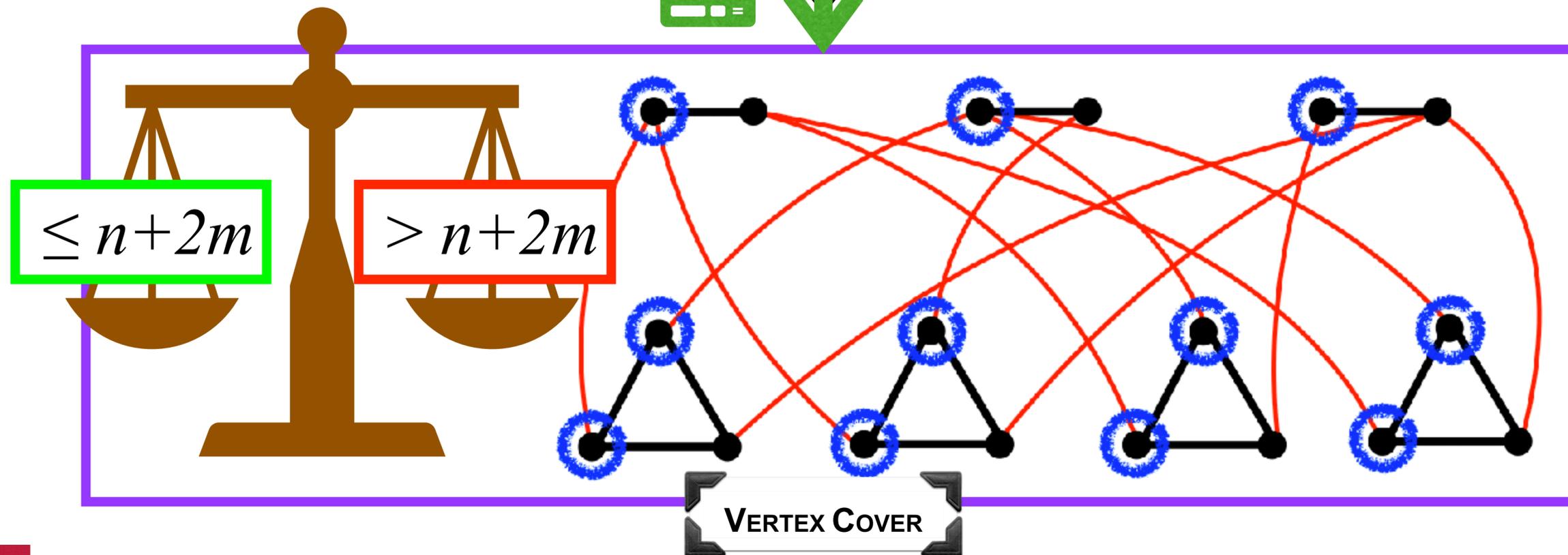
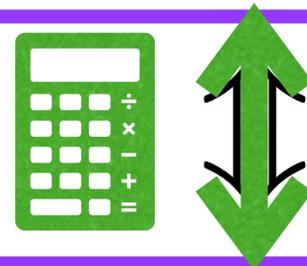
$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

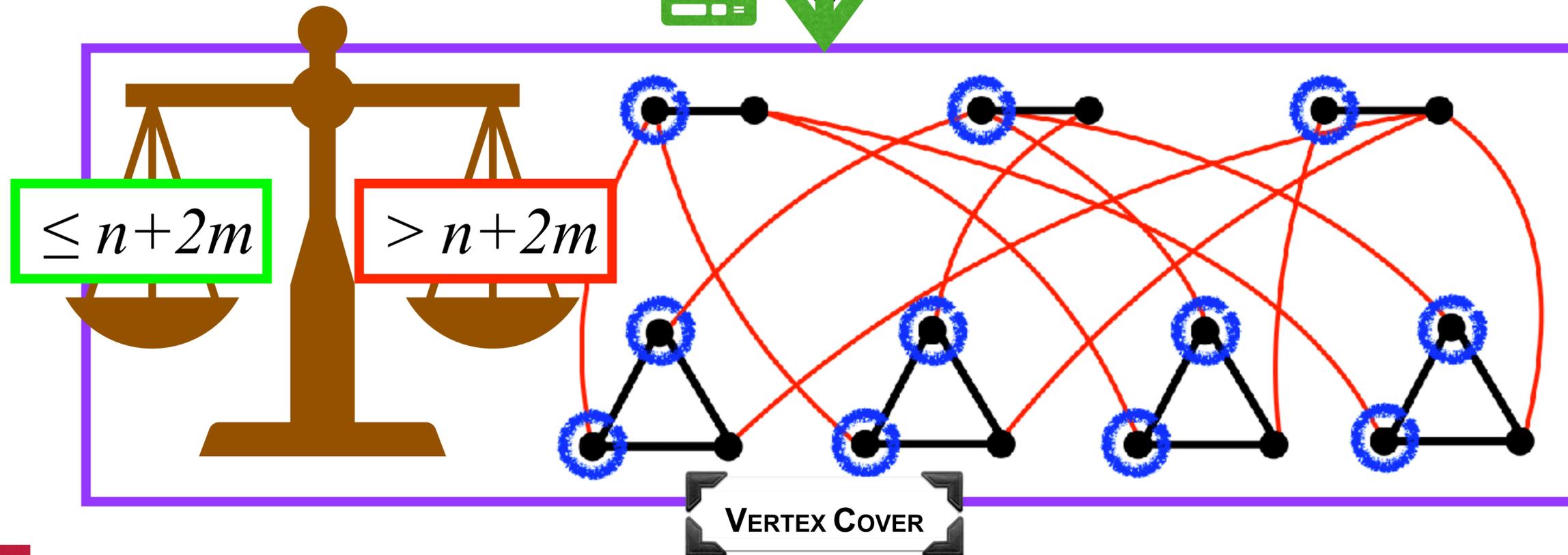


Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$

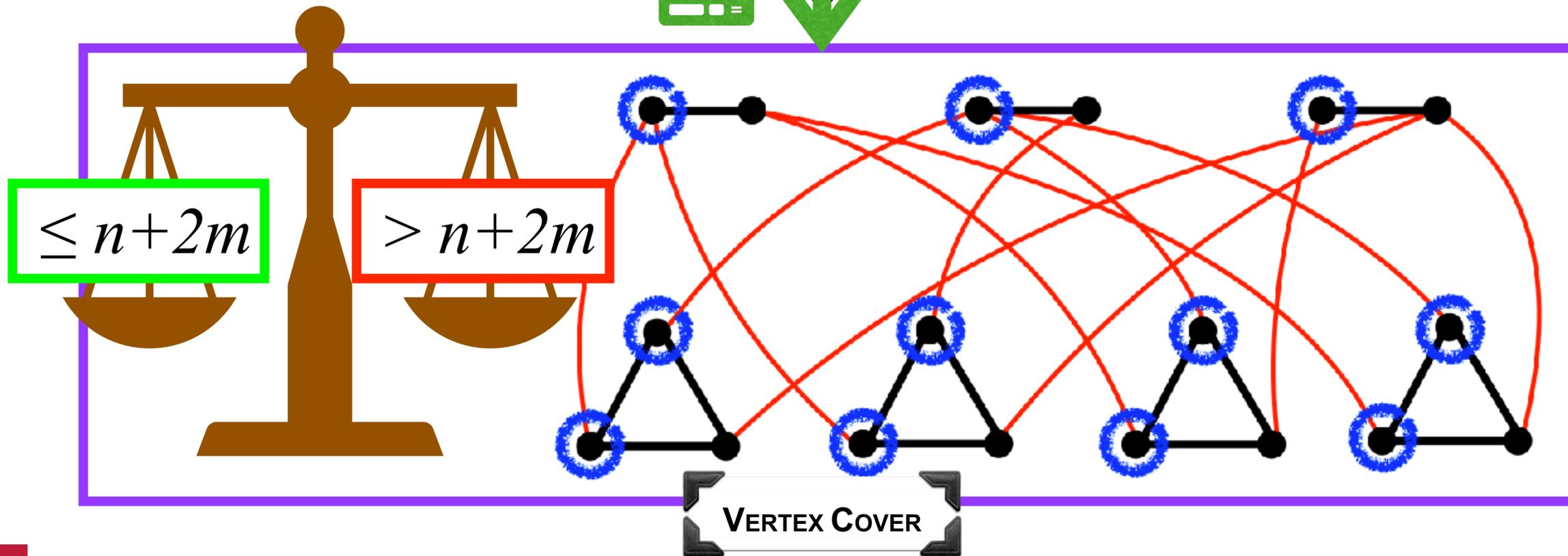


Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER



3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



Reduktion von 3SAT auf VERTEX COVER

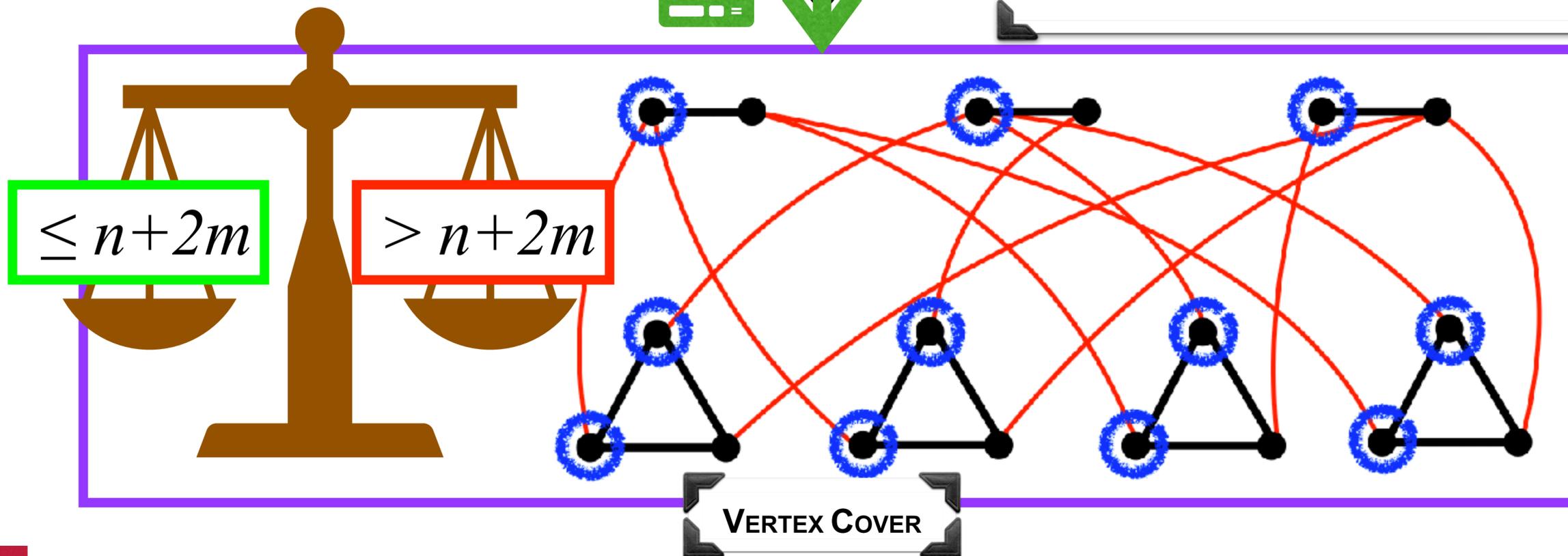


3SAT

$$(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3})$$



Satz 6.4. *Vertex Cover ist NP-schwer.*



Vielen Dank!

s.fekete@tu-bs.de