Algorithmen und Datenstrukturen II **Sommer 2019**

Dr. Linda Kleist
Arne Schmidt

Übungsblatt 0

Dieses Blatt dient der persönlichen Vorbereitung. Es wird nicht abgegeben und geht nicht in die Bewertung ein. Die Besprechung der Aufgaben erfolgt in den kleinen Übungen.

Präsenzaufgabe 1 (Klausursituation):
Gegeben sei die folgende Klausursituation: Es verbleiben 96 Minuten und es werden noch 57 Punkte benötigt. Erreichbare Punkte pro Aufgabe können der folgenden Tabelle entnommen werden. Teilpunkte werden nicht vergeben.

	1				2			3					4			5	
Aufgabe	a	b	c	d	a	b	c	a	b	c	d	e	a	b	c	a	b
Zeit	9	15	16	10	12	10	30	13	17	20	10	16	15	9	6	11	1
Punkte	10	9	6	4	4	4	10	6	8	7	8	5	6	3	2	4	4

a) Betrachte diese Instanz als 0-1-KNAPSACK-Instanz: Was entspricht der Kapazität, was dem Mindestwert? Was entspricht dem Gewicht und dem Wert der Objekte?

b) Entscheide, ob die Klausur noch bestanden werden kann!

c) Kann die Klausur immer noch bestanden werden, wenn 58 Punkte benötigt werden?

d) Angenommen, Aufgabe 2b wird modifiziert und benötigt 11 Minuten für 5 Punkte. Wie kann man zeigen, dass dann die Klausur nicht mehr bestanden werden kann, wenn innerhalb von 96 Minuten 58 Punkte erreicht werden müssen? (Hinweis: Der abgerundete Wert der fraktionalen Lösung ist 58.)

Präsenzaufgabe 2 (Laufzeit):
Betrachte den Greedy-Algorithmus für FRACTIONAL KNAPSACK aus der Vorlesung. Zeige: Der Algorithmus hat eine Laufzeit von $O(n \log n)$, d.h. es existiert eine Konstante c, sodass höchstens $c \cdot n \log n$ Schritte benötigt werden.
(Einen Hinweis für diese Aufgabe erhaltet ihr in der großen Übung am 18.04.19.)

Präsenzaufgabe 3 (Greedy):
Der Greedy-Algorithmus liefert nicht immer eine optimale Lösung, wenn Objekte nur ganz oder gar nicht in den Rucksack aufgenommen werden können (siehe Algorithmus 1 für einen ganzzahligen Greedy-Algorithmus).

function $\text{GREEDY}_0(z_1, \ldots, z_n, Z, p_1, \ldots, p_n)$
  Sortiere Objekte nach $\frac{z_i}{p_i}$ aufsteigend; dies ergibt Permutation $\pi(1), \ldots, \pi(n)$.
  for j **from** 1 **to** n **do**
    if $\left(\sum_{i=1}^{j-1} x_{\pi(i)} z_{\pi(i)} + z_{\pi(j)} \leq Z\right)$ **then**
      $x_{\pi(j)} := 1$
    else
      $x_{\pi(j)} := 0$

Algorithmus 1: GREEDY_0 betrachtet jedes Element in der sortierten Reihenfolge π und packt dieses ein, sofern es passt.

Gib Instanzen I_1 und I_2 (mit mindestens 3 Objekten) an, sodass:

a) für I_1 die Greedy-Lösung **nicht** optimal ist.

b) für I_2 die Greedy-Lösung optimal ist.

Betrachte zusätzlich die fraktionale Variante. Sei P_F der größtmöglichste Wert einer fraktionalen Lösung, P_{OPT} der größtmöglichste Wert einer ganzzahligen Lösung, und P_G der Wert aus dem Greedy Algorithmus. Gib jeweils eine Instanz I_3 und I_4 an, sodass:

c) für I_3 die Ungleichung $P_G < P_{\text{OPT}} < \lfloor P_F \rfloor$ gilt.

d) für I_4 die Ungleichung $P_G < P_{\text{OPT}} = \lfloor P_F \rfloor$ gilt.