

Bew: $(a+b) \bmod m = ((a \bmod m) + (b \bmod m)) \bmod m$

$$\begin{aligned}(a+b) \bmod m &= (q_1 m + r_1 + q_2 m + r_2) \bmod m \\ &= ((q_1 + q_2)m + (r_1 + r_2)) \bmod m \\ &= (r_1 + r_2) \bmod m \\ &= ((a \bmod m) + (b \bmod m)) \bmod m\end{aligned}$$

Bew: $(ab) \bmod m = ((a \bmod m) \cdot (b \bmod m)) \bmod m$

$$\begin{aligned}(ab) \bmod m &= ((q_1 m + r_1) \cdot (q_2 m + r_2)) \bmod m \\ &= (q_1 q_2 m^2 + q_1 m r_2 + q_2 m r_1 + r_1 r_2) \bmod m \\ &= ((q_1 q_2 m + q_1 r_2 + q_2 r_1)m + r_1 r_2) \bmod m \\ &= (r_1 r_2) \bmod m \\ &= ((a \bmod m) \cdot (b \bmod m)) \bmod m\end{aligned}$$

Beispiele Modulo

(1) $(4 \cdot 3 + 7) \bmod 9 = (12 + 7) \bmod 9 = 19 \bmod 9 = 1$

(2) $(3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8) \bmod 11 = (12 \cdot 30 + 30 \cdot 56) \bmod 11$
 $= (1 \cdot 8 + 8 \cdot 1) \bmod 11$
 $= 16 \bmod 11$
 $= 5$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (391^2 + 19) \bmod 397 \\ &= ((-6)^2 + 19) \bmod 397 \\ &= (36 + 19) \bmod 397 \\ &= 55 \end{aligned}$$

Hinweis:

Es gilt

$$x \bmod m \equiv \cancel{x} (x - m) \bmod m$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (3^8 - 7^2 + 9) \bmod 11 = ((3^2)^4 - 49 + 9) \bmod 11 \\ & \equiv ((-2)^4 - 5 - 2) \bmod 11 = (16 - 7) \bmod 11 = 9 \end{aligned}$$

Bin Packing, $z_i \leq \frac{z}{\alpha}$ für $\alpha \in \mathbb{N}$

⇒ First Fit packt jeden Behälter (außer ggf. den letzten) zu $z(1-\frac{1}{\alpha})$ voll.

Vergrößere Gewicht aller Items um Faktor $\frac{1}{1-\frac{1}{\alpha}} = \frac{\alpha}{\alpha-1}$

⇒ First Fit benötigt maximal $\frac{\alpha}{\alpha-1} \sum_{i=1}^n z_i$ Behälter.

Opt benötigt mindestens $\sum_{i=1}^n z_i$ Behälter.

⇒ First Fit liefert hier eine $\frac{\alpha}{\alpha-1}$ -Approximation

Set Cover, Für alle $u \in U$ ist $|\{F \in \mathcal{F} \text{ und } u \in F\}| \leq k$
für $k \in \mathbb{N}$

⇒ Suche inklusionsmaximale unabhängige Menge U' von U

Es gilt offensichtlich $\text{OPT} \geq |U'|$

Nimm alle $F \in \mathcal{F}$, in das Set Cover auf, die ein Element von U' besitzen. Das sind maximal $k \cdot |U'|$ viele. Zusätzlich ist diese Lösung ein Set Cover, da wir sonst U' erweitern könnten

⇒ Wir haben ein k -Approximation.