(a) T ist MST

(b) $\forall\, \emptyset \neq X \subsetneq V$ ist die kleinste Kante aus $E(X, V \setminus X)$ in T enthalten.

"(a) $\Rightarrow$ (b)":

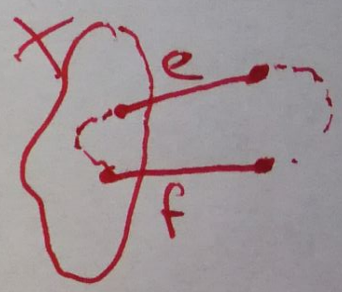
$\exists\, \emptyset \neq X \subsetneq V$, sodass die kleinste Kante e aus $E(X, V\setminus$

nicht in T enthalten ist.

$\Rightarrow T+e$ enthält einen Kreis C.

Da T zshgd: $\exists\, f \in E(X, V \setminus X)$ in T auf C

Nach Annahme: $c(f) > c(e)$



$T+e-f$ ist ein Baum mit kleinerem Gewicht als T

$\Rightarrow T$ ist kein MST.

"(b) $\Rightarrow$ (a)"

Sei $T=(V,F)$ ein Spannbaum, der (b) erfüllt,
$T^*=(V,F^*)$ ein MST mit $F^* \cap F$ maximal

Ann: $T \neq T^*$

$\Rightarrow \exists\, e=\{u,v\} \in F \setminus F^*$

Seien X und Y die ZHK von $T-e$ mit

$u \in X,\ v \in Y$

$\Rightarrow T^*+e$ enthält Kreis C

Da $e \in C$ und $e \in E(X, V\setminus X)$,

existiert mindestens eine weitere Kante

$f \in C \cap E(X, V \setminus X)$. T^*+e-f ist ein Spannbaum

$$\left.\begin{array}{l} T^* \text{ ist MST} \Rightarrow c(e) \geq c(f) \\ f \in E(X, V\setminus X) + (b) \Rightarrow c(e) \leq c(f) \end{array}\right\} c(e)=c(f)$$

$\Rightarrow T^*+e-f$ ist MST, besitzt aber mehr gemeinsame Kanten mit T.

$\Rightarrow T^* = T \Rightarrow T$ ist ein MST $\square$