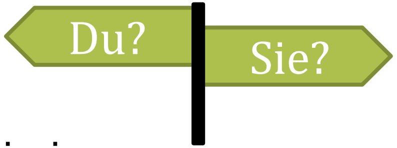
Technische Universität Braunschweig

Netzwerkalgorithmen – Vorlesung #1

Arne Schmidt

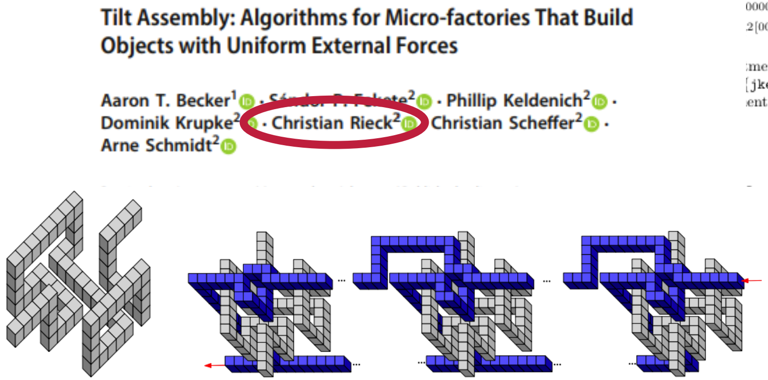
Vorstellung

Arne Schmidt



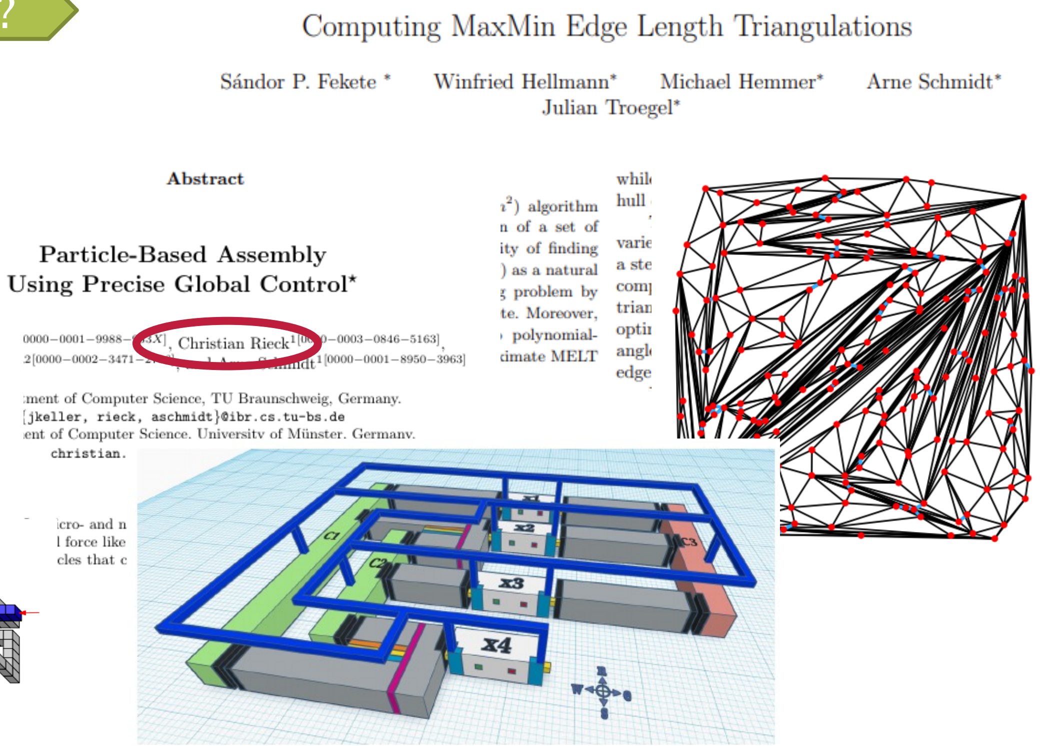
Interessen

- Geometrische Optimierung,
- Programmierbare Materie,
- Komplexitätstheorie



Tilt Assembly: Algorithms for Micro-factories That Build Objects with Uniform External Forces

Aaron T. Becker[1] · Sándor P. Fekete[2] · Phillip Keldenich[2] · Dominik Krupke[2] · Christian Rieck[2] · Christian Scheffer[2] · Arne Schmidt[2]



Computing MaxMin Edge Length Triangulations

Sándor P. Fekete * Winfried Hellmann* Michael Hemmer* Arne Schmidt* Julian Troegel*

Abstract

Particle-Based Assembly Using Precise Global Control*

Christian Rieck

Vorstellung – Umfrage!

Mentimeter

Organisation

Vorlesung

Vorlesung, kl. Übung
und Diskussionen

Gr. Übung

Organisation

Netzwerkalgorithmen **Sommersemester 2021**

Dr. Arne Schmidt
Christian Rieck

Übungsblatt 0

Dieses Blatt dient der eigenen Vorbereitung auf die Vorlesung und muss nicht abgegeben zu werden. Die Aufgaben werden in der kleinen Übung am 07. Mai 2021 besprochen. Wir empfehlen allerdings, die Aufgaben vorher selbständig zu bearbeiten.

Präsenzaufgabe 1:
Sei G der Graph, der in Abbildung 1 dargestellt ist.

a) Gib die Adjazenzmatrix, die Adjazenzlisten und die Inzidenzmatrix von G an.

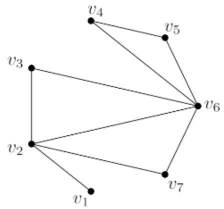


Abbildung 1: Eine Zeichnung des Graphen G.

b) Welche der Graphen H_1, H_2, H_3 und H_4, die in Abbildung 2 dargestellt sind, sind

Mehr dazu:
Donnerstag in der Übung!

Anmeldung

Anmeldung : Hier findet die Anmeldung zur Vorlesung Netzwerkalgorithmen statt. Die Anmeldung ist bis 27.04.21 geöffnet. Es wird voraussichtlich zwei Übungsgruppen geben, die beide freitags um 11:30 Uhr stattfinden. Eine Aufteilung in die Gruppen wird voraussichtlich am 28.04.21 an dieser Stelle veröffentlicht.
Sollte eine Anmeldung nicht erfolgreich sein (roter Text erscheint unter dem Anmeldeformular), betrachen Sie folgende Hinweise:

- Die Matrikelnummer ist eine siebenstellige Zahl. Es sind nicht die Zahlen der y-Nummer.
- Leerzeichen sind nicht erlaubt.
- Sollten weiterhin Fehler auftreten, senden Sie eine Mail an Arne Schmidt oder Christian Rieck

Nachname * :
Vorname * :
Matrikelnummer * :
Studiengang * : Informatik
Semester * :
EMail * :

Mit Absenden dieses Formular stimmen Sie der Verarbeitung der von Ihnen selbst angegebenen Daten nur zum Zwecke der hier erfolgten Erhebung zu. Außerdem nehmen Sie die Datenschutzerklärung der TU Braunschweig und die Datenschutzerklärung des IBR zur Kenntnis nach denen die Verarbeitung Ihrer Daten erfolgt.

Mailingliste

Es gibt eine Mailingliste zu dieser Vorlesung. Bitte meldet euch an, denn wir werden sie nutzen, um kurzfristig Informationen zu verteilen. **Um Spam und Probleme zu vermeiden, können nur Mailadressen der TU Braunschweig freigegeben werden.** Solltet ihr technische Schwierigkeiten bei der Anmeldung haben, meldet euch bitte direkt per Mail bei Christian.

Kapitel 1 – Einführung

Netzwerke

Stromnetz

Fragen:

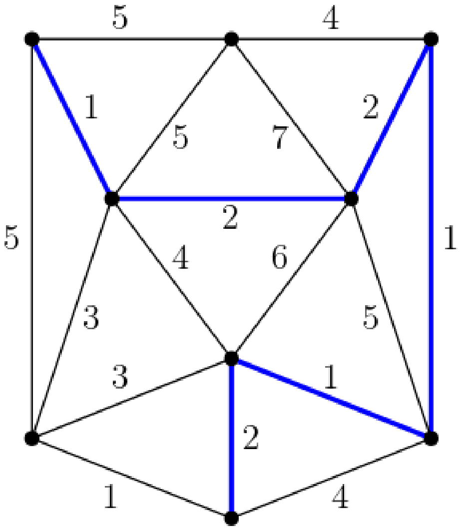
Wie viel km Kabel werden benötigt, um alle Städte mit Strom zu versorgen?

Nebenbedingungen:

- Relaisstationen möglich?
- Geometrie?

Wie berechnet man das?

Netzwerke



Frage:
Wie kommt man von A nach B?

Welche Nebenbedingungen existieren?

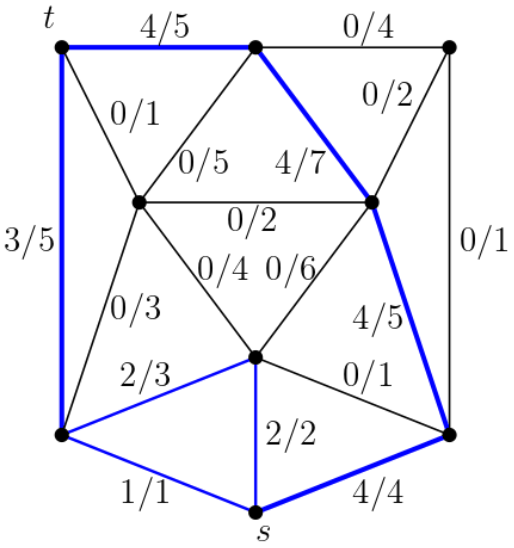
- Zeit?
- Weglänge?

Wie berechnet man das?

Straßennetz

Netzwerke

Pipelinenetz

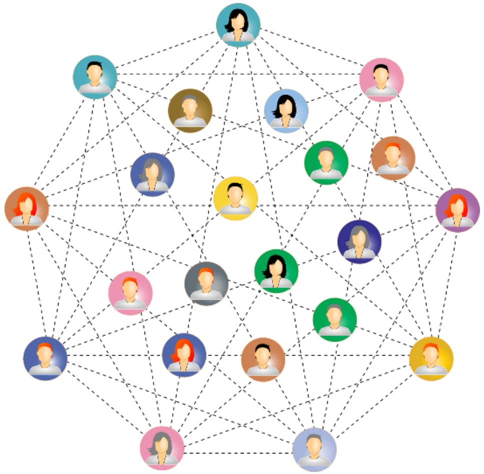


Frage:
Wie viel kann von A nach B transportiert werden?

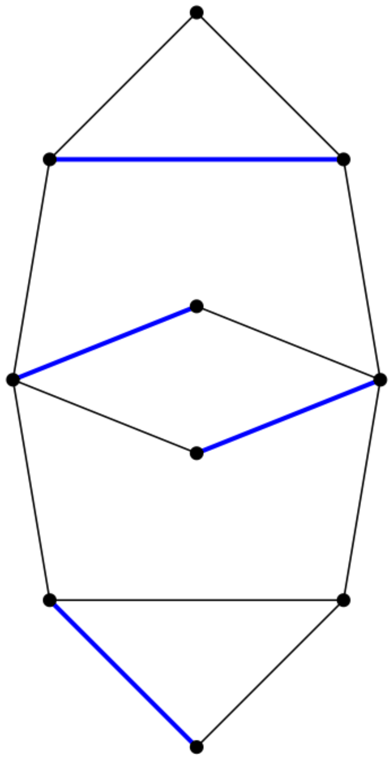
Welche Nebenbedingungen existieren?
- Kapazität
- Maximaler Zufluss/Abfluss

Wie berechnet man das?

Netzwerke



Soziales Netzwerk



Frage:
Kann jeder einen Arbeitspartner finden?

Welche Nebenbedingungen existieren?
- Typ A nur mit Typ B?
- Jeder mit jedem?

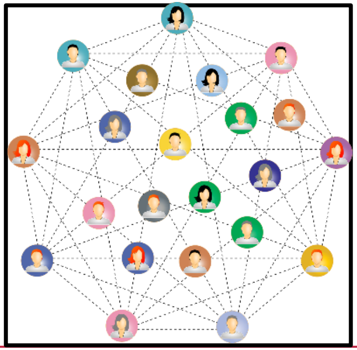
Wie berechnet man das?

Inhalt der Vorlesung

Kapitel 2:
Minimal aufspannende Bäume

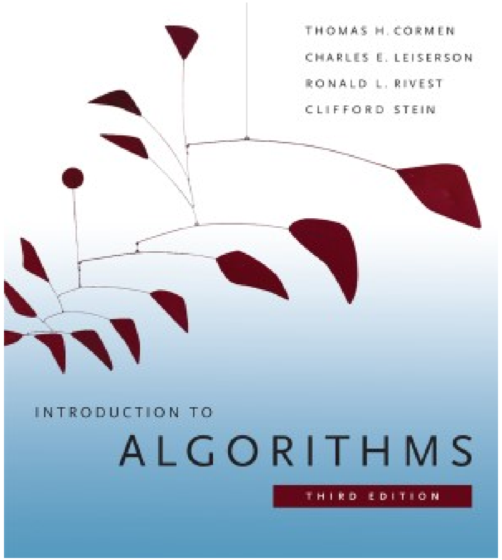
Kapitel 3:
Kürzeste Wege

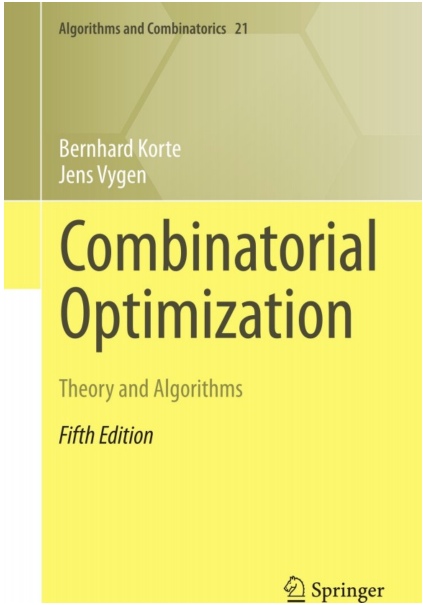
Kapitel 4:
Maximale Flüsse

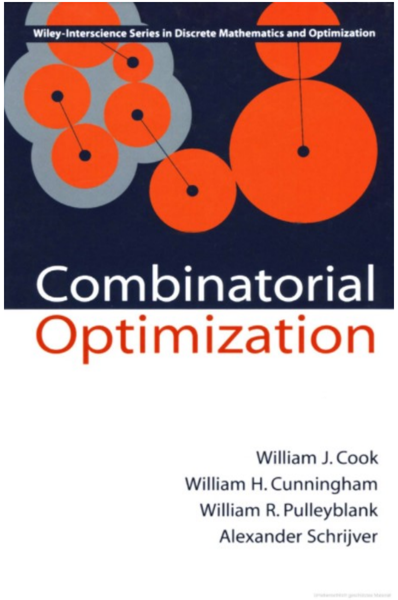


Kapitel 5:
Matchings

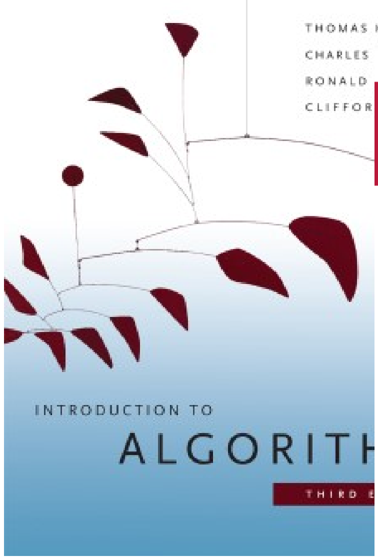
Literatur


THOMAS H. CORMEN
CHARLES E. LEISERSON
RONALD L. RIVEST
CLIFFORD STEIN
INTRODUCTION TO
ALGORITHMS
THIRD EDITION


Algorithms and Combinatorics 21
Bernhard Korte
Jens Vygen
Combinatorial Optimization
Theory and Algorithms
Fifth Edition
Springer


Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization
Combinatorial
Optimization
William J. Cook
William H. Cunningham
William R. Pulleyblank
Alexander Schrijver

Literatur




Algorithms and Combinatorics 21

Algorithmik

Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund

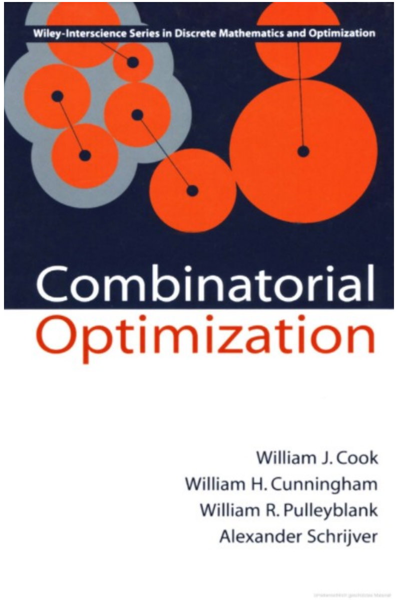
Basiswissen ▷ Netzwerkalgorithmen

Version – 16. April 2021

1 Graphen

Ein (einfacher) *Graph* G ist ein geordnetes Paar (V, E), wobei E eine Teilmenge von $\binom{V}{2}$ (die Menge aller 2-elementigen Teilmengen von V) ist. Wir nennen V die Menge der *Knoten* und E die Menge der *Kanten* von G.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten Graphen darzustellen. Bei einer typischen Darstellung in der Ebene werden die Knoten durch Punkte repräsentiert und die Kanten durch Kurven, die ihre zwei Knoten verbinden, siehe Abbildung 1.



https://www.ibr.cs.tu-bs.de/alg/Merkzettel/nwa-booklet.pdf

Erinnerung: Graphen

Wichtig:
Man unterscheidet zwischen einem Graphen (links) und der *Darstellung* eines Graphen (rechts)

Definition 1.1 (Graphen)

(1) Ein Graph $G = (V, E)$ besitzt

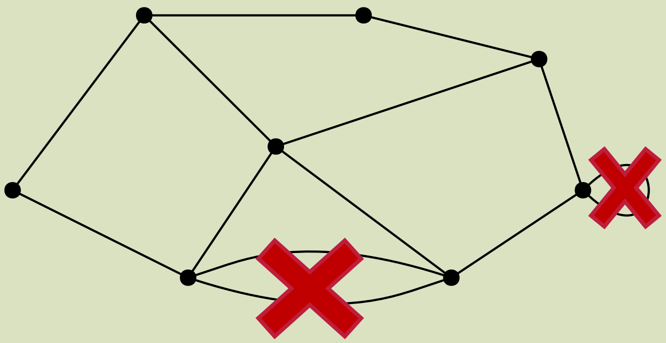
- Eine endliche Menge V von Knoten (engl. „vertices“)
- Eine Menge $E \subseteq \binom{V}{2}$ von Kanten (engl. „edges“)
- Üblich ist $n := |V|$ und $m := |E|$

(2) Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *einfach*, wenn

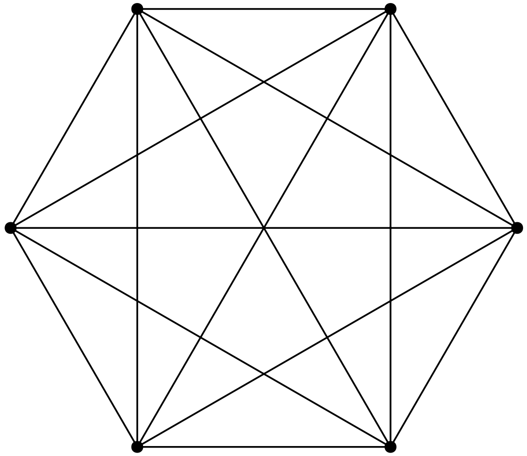
- Keine Mehrfachkanten existieren.
- Keine Schlaufen existieren.

(3) Der Grad eines Knotens v ist $\delta(v) := |\{e \in E \mid v \in e\}|$

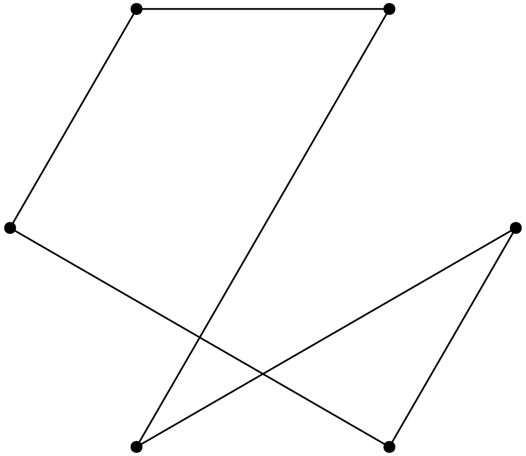
(4) Ein Graph $H = (V', E')$ ist ein *Teilgraph* von G, wenn $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$



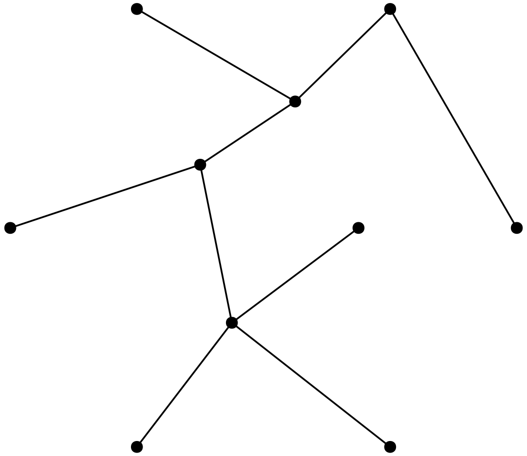
Erinnerung: Graphen



Vollständiger Graph



Kreisgraph



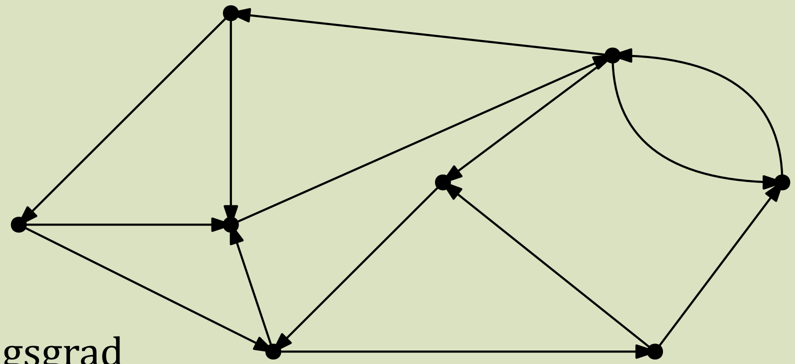
Baum

Erinnerung: Graphen

Definition 1.2 (Gerichtete Graphen)

(1) Ein gerichteter Graph oder Digraph $D = (V, A)$ besitzt

- Eine endliche Menge V von Knoten (engl. „vertices“)
- Eine Menge $A \subset V \times V$ von gerichteten Kanten (engl. „arcs“)
- Üblich ist $n \coloneqq |V|$ und $m \coloneqq |A|$



(2) Für eine Kante $e = (v, w)$ ist

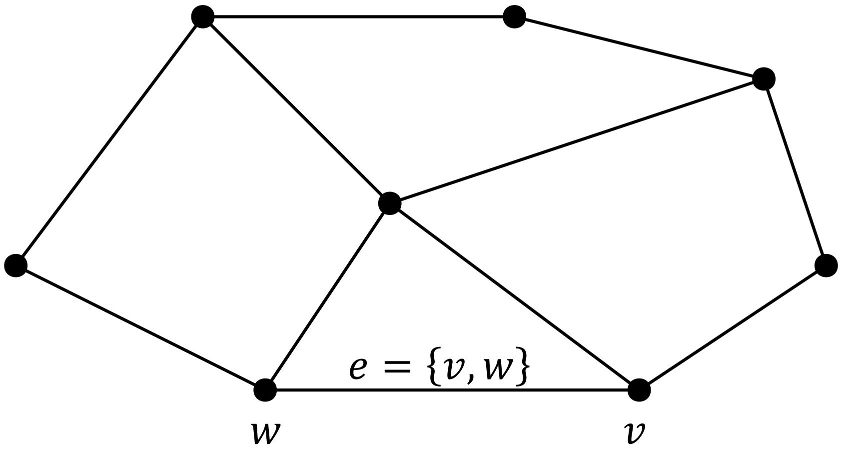
- v der *Startknoten* (engl. *„source“*)
- w der *Endknoten* (engl. *„target“*)

(3) Für einen Knoten v bezeichnet

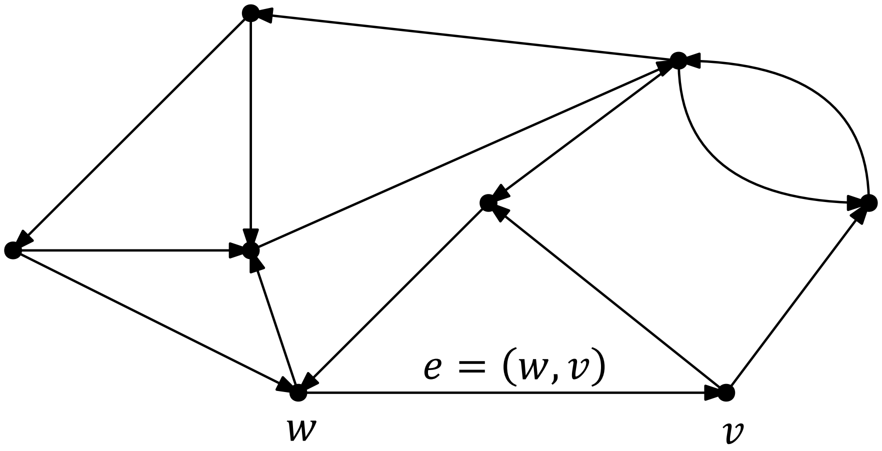
- $\delta^+(v) \coloneqq |\{(v, w) \in A \mid w \in V\}|$ den Ausgangsgrad
- $\delta^-(v) \coloneqq |\{(w, v) \in A \mid w \in V\}|$ den Eingangsgrad

Erinnerung: Graphen

Ungerichtete Graphen



Gerichtete Graphen



Notation:	$G - e$ bezeichnet den Graphen G ohne Kante e. $G - v$ bezeichnet den Graphen G ohne Knoten v (und inzidenter Kanten).

Kapitel 2

Minimal aufspannende Bäume

Kapitel 2 – MST

Problem 2.1: Minimal aufspannender Baum (kurz: MST)

Gegeben:

Zshgd. Graph $G = (V, E)$

Kostenfunktion $c\colon\ E \to \mathbb{R}^+$

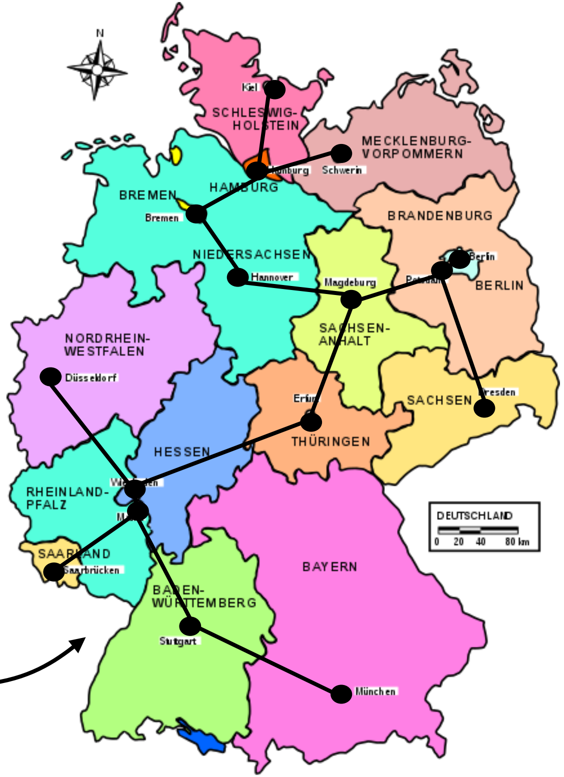
Gesucht:

Kantenmenge $F \subseteq E$ mit $\sum_{e \in F} c(e)$ minimal und $T = (V, F)$ zusammenhängend.

Geometrische Variante:

Knoten über Koordinaten

Implizit vollst. Graph und eukl. Distanzen als Gewichte



Kapitel 2 – MST

Problem 2.1: Minimal aufspannender Ba… (kurz: MST)

Gegeben:

Zshgd. Graph $G = ($…

Kostenfun…

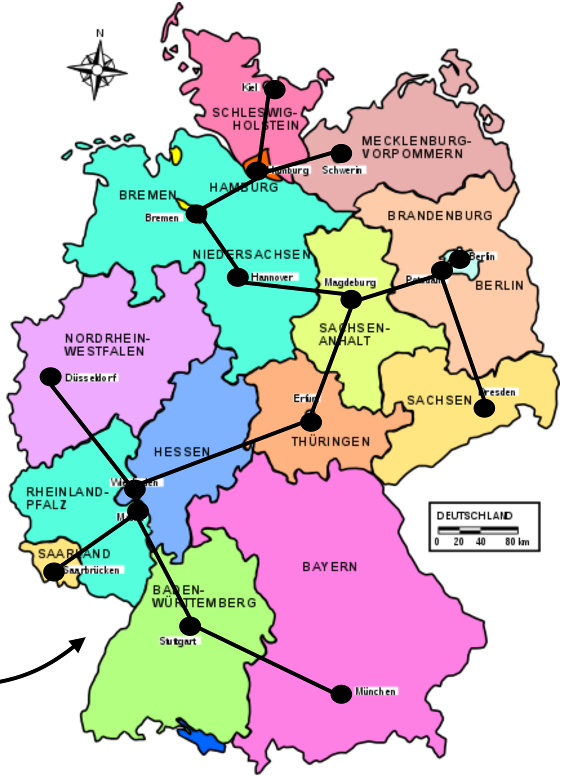
Gesucht:

…nge $F \subseteq E$ mit $\sum_{e \in F} c(e)$ minimal und

… (V, F) zusammenhängend.

OPTIMIERUNGSPROBLEM

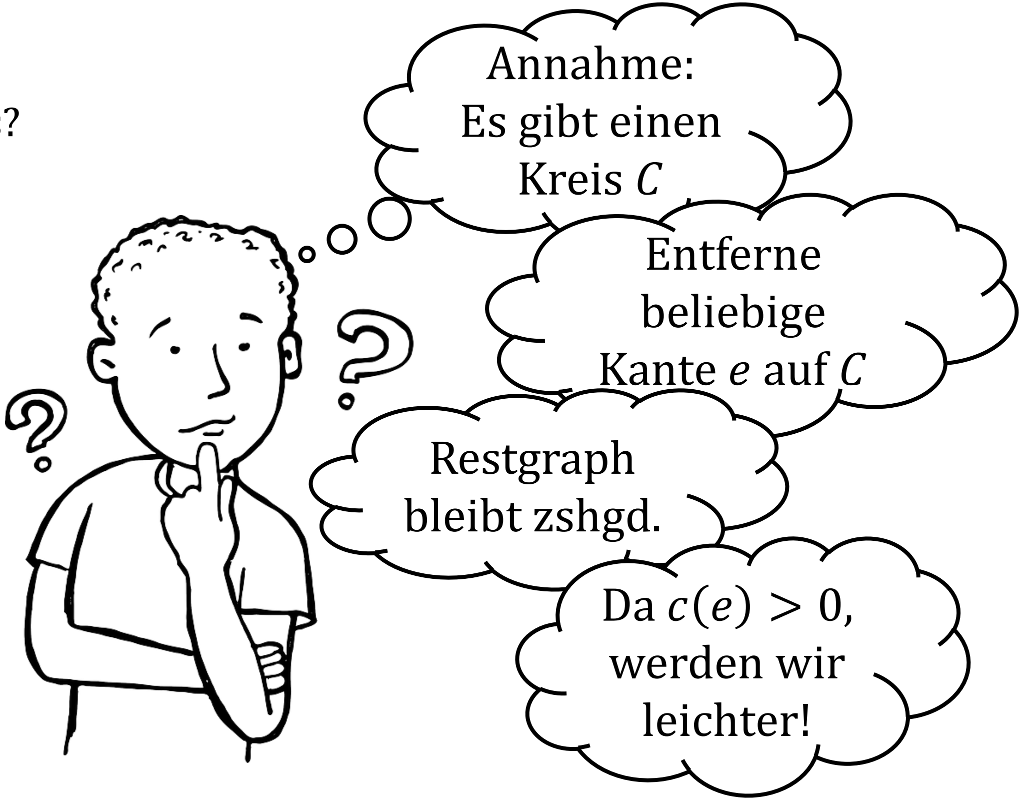
Geometrische Variante:
Knoten über Koordinaten
Implizit vollst. Graph und eukl. Distanzen als Gewichte



Fragen:

- Wie sehen optimale Lösungsmengen aus?
    - Wie viele Kanten sind nötig?
    - Wie ist die Struktur von T?
- Wie ist das bei ungewichteten Graphen?
- Wie lassen sich diese berechnen?

Beobachtung:
Jede optimale Lösung ist kreisfrei.



2.1 Eigenschaften von Bäumen

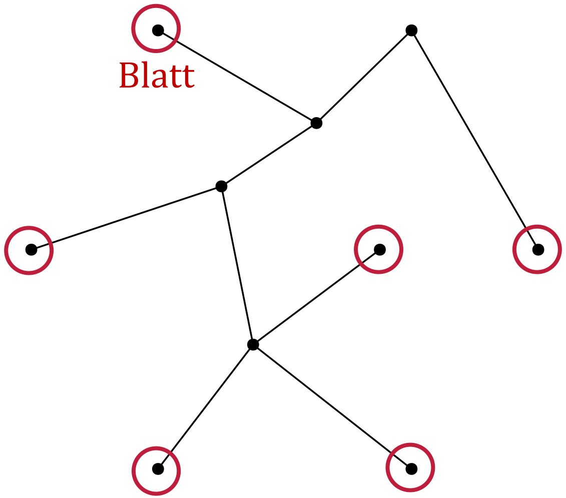
2.1 – Eigenschaften von Bäumen

Definition 2.2 (Baum)
Ein Graph $T = (V, E)$ heißt *Baum*, wenn T zusammenhängend und kreisfrei ist.

Ein Knoten $v \in V$ heißt *Blatt*, wenn $\delta(v) = 1$.

Lemma 2.3
Jeder Baum mit n Knoten besitzt $n - 1$ Kanten.

Lemma 2.4
Jeder Baum mit $n \geq 2$ Knoten besitzt mindestens zwei Blätter.

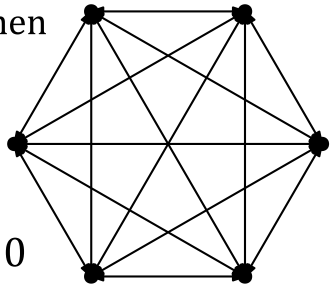


$n = 10, m = 9$

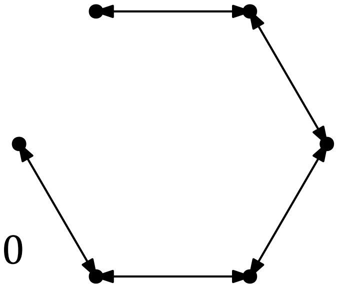
2.1 – Eigenschaften von Bäumen

Satz 2.5
Für einen Graphen $T = (V, E)$ sind folgende Aussagen äquivalent:
1. T ist ein Baum (zshgd. + kreisfrei).
2. T besitzt $n - 1$ Kanten und ist zshgd.
3. T besitzt $n - 1$ Kanten und ist kreisfrei.
4. T ist maximal kreisfrei (d.h. das Hinzufügen einer bel. Kante erzeugt einen Kreis).
5. T ist minimal zshgd (d.h. das Löschen einer bel. Kante erzeugt einen nicht-zshgd. Graphen).
6. T enthält einen eindeutigen Pfad zwischen jedem Paar von Knoten.

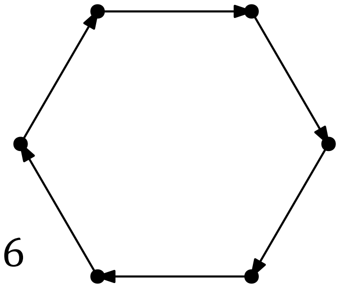
#Implikationen



30



10



6