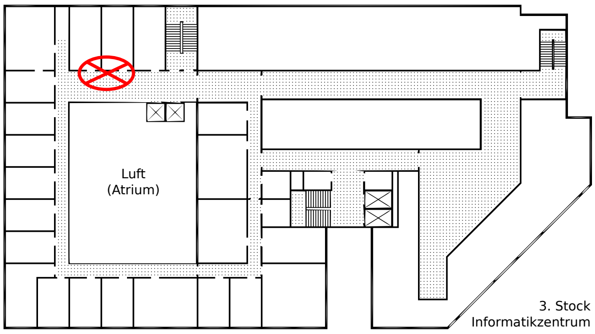
Algorithmen und Datenstrukturen 2 — **SoSe 2023**

Prof. Dr. Sándor Fekete
Dr. Phillip Keldenich

Abgabe: 12.07.2023
Rückgabe: ab 19.07.2023

Hausaufgabenblatt 5

Abgabe der Lösungen bis zum 12.07.2023 um 13:30 Uhr im Hausaufgabenschrank bei Raum IZ 337 (siehe Skizze rechts). Es werden nur mit einem dokumentenechten Stift (kein Rot!) geschriebene Lösungen gewertet. **Bitte die Blätter zusammenheften und vorne deutlich mit Namen, Matrikel- Übungs- und Gruppennummer versehen!**



Hausaufgabe 1 (Greedy$_k$): **(10 Punkte)**

In dieser Aufgabe betrachten wir den Algorithmus $\textsc{Greedy}_k$ aus der Vorlesung. Wende $\textsc{Greedy}_k$ auf die folgende Instanz an.

i	1	2	3	4
z_i	11	9	9	8
p_i	15	10	9	7

mit $Z = 26$ und $k = 2$

Gib dazu für jede betrachtete fixierte Teilmenge $\overline{S}$ der Objekte die folgenden Mengen bzw. Werte an.

- $\overline{S}$: Menge fixierter Objekte
- $\sum_{i \in \overline{S}} z_i$: Gewicht der fixierten Objekte
- $Z - \sum_{i \in \overline{S}} z_i$: Restkapazität
- $G + \sum_{i \in \overline{S}} p_i$: Wert der fixierten Objekte plus Greedy auf nicht fixierten Objekten.
- G_k: Wert der bisher besten gefundenen Lösung
- S: Lösungsmenge der bisher besten Lösung

Betrachte (analog zum Beispiel aus der großen Übung) fixierte Mengen $\overline{S}$ mit weniger Elementen vor Mengen mit mehr Elementen. Für zwei fixierte Mengen der gleichen Größe M_1, M_2 betrachte M_1 vor M_2, falls das kleinste Element $x \in M_1 \setminus M_2$ kleiner ist als das kleinste Element $y \in M_2 \setminus M_1$ (lexikografische Sortierung).

(Hinweis: Die Menge $X \setminus Y$ enthält Elemente aus X, die nicht in Y vorkommen. Wir betrachten also $M_1 = \{1, 2\}$ vor $M_2 = \{1, 3\}$, weil das kleinste Element von $M_1 \setminus M_2 = \{2\}$ kleiner ist als das kleinste Element von $M_2 \setminus M_1 = \{3\}$.)

Hausaufgabe 2 (3-Satisfiability): **(4+3+3 Punkte)**

Betrachte das Problem 3-SAT aus der Vorlesung und die folgende Instanz.

$$(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_3 \vee \bar{x}_4) \wedge (x_2 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \wedge$$
$$(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_4) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_4) \wedge (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_4)$$

a) Transformiere diese Formel in eine Instanz von 0-1-Knapsack, indem Du die Reduktion aus der Vorlesung nutzt.
(Hinweis: Einen Pseudocode für diese Reduktion gibt es im Skript unter Algorithmus 5.10: `https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ss23/aud2/Skript.pdf`.)

b) Begründe, dass es keine Lösung gibt, die x_2 auf falsch setzt.
(Hinweis: Es gibt unter anderem einen einfachen, arbeitsintensiven Lösungsweg und einen eleganteren Weg, der Resolution benutzt.)

c) Wie viele verschiedene Lösungen gibt es für diese Instanz? Begründe Deine Antwort.
(Hinweis: Du kannst unter anderem b) benutzen, um Arbeit zu sparen.)