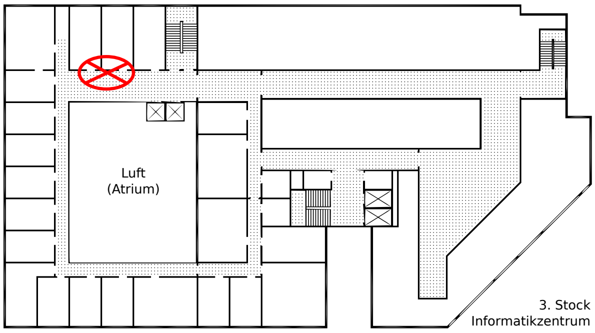
Abteilung Algorithmik **Winter 2019/20**
Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund
TU Braunschweig

Dr. Christian Scheffer
Christian Rieck

Algorithmische Geometrie
Übungsblatt 3 vom 02.12.2019

Die Abgabe der Lösungen zu Blatt 3 ist bis Montag, den 16.12.2019 um 11:30 Uhr im Hausaufgabenrückgabeschrank der Algorithmik möglich.

Bitte die Blätter vorne deutlich mit eigenem Namen sowie Matrikelnummer versehen und zusammenheften!



Hausaufgabe 1: Wir betrachten das *Art Gallery Problem* in einfachen, also lochfreien Polygonen. Für ein gegebenes Polygon $\mathcal{P}$ mit n Knoten und eine Zahl k stellt sich die Frage, ob höchstens k Wächter ausreichen, um $\mathcal{P}$ zu überwachen. Ein Polygon heißt *überwacht*, wenn für jeden Punkt $p \in \mathcal{P}$ ein Liniensegment ℓ existiert, welches p und einen Wächter verbindet und vollständig im inneren von $\mathcal{P}$ verläuft.

Es ist bekannt, dass $\lfloor n/3 \rfloor$ Vertex Guards, dies sind Wächter, die nur auf den Knoten des Polygons platziert werden dürfen, hinreichend und manchmal notwendig sind, um ein Polygon mit n Knoten zu überwachen.

a) Konstruiere ein Polygon mit $n = 3k$ Knoten, so dass das Platzieren je eines Guards auf jedem dritten Knoten des Polygons nicht ausreicht, um das gesamte Polygon zu überwachen. Argumentiere, warum deine Konstruktion korrekt ist.

b) Zeige, dass $\lceil n/2 \rceil$ Vertex Guards hinreichend und manchmal notwendig sind, um das Äußere eines einfachen Polygons zu bewachen.

(Hinweis: Nutze die Eigenschaft, dass ein ebenes Polygon eine Triangulierung besitzt und argumentiere mit der Dreifärbbarkeit aus der Übung.)

(5+10 Punkte)

Hausaufgabe 2: Zwei einfache Polygone P und Q gleichen Flächeninhalts heißen genau dann *scherenkongruent*, wenn P und Q so in je k Teilpolygone $P_1, \ldots, P_k$ und $Q_1, \ldots Q_k$ zerteilt werden können, dass

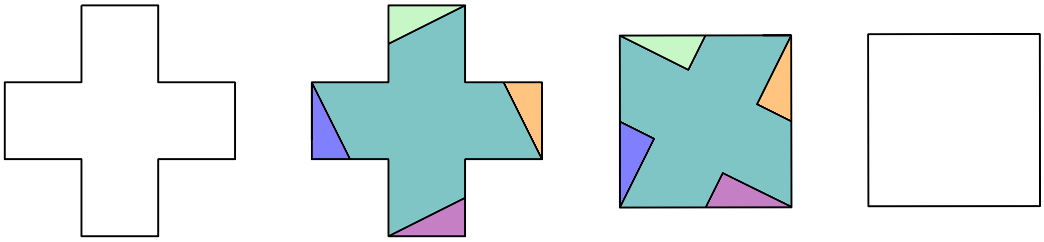
$$\bigcup_{i=1}^{k} P_i = P \qquad \text{und} \qquad \bigcup_{i=1}^{k} Q_i = Q$$

gilt, und die Teilpolygone der jeweiligen Mengen, außer am jeweiligen Rand, disjunkt sind. Als Beispiel siehe Abbildung 1.

a) Zeige: Ein Dreieck T ist scherenkongruent zu einem Rechteck Q.

b) Zeige: Ein Rechteck Q mit Höhe h ist scherenkongruent zu einem Rechteck P beliebiger Höhe j, wenn $j \leq h$ gilt.

(7+8 Punkte)



P $\quad$ P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 $\quad$ Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 $\quad$ Q

Abbildung 1: P und Q sind scherenkongruent. Die Teilpolygone P_1–P_5 und Q_1–Q_5 sind farblich gekennzeichnet.