

# *Kapitel 3: Suche in Graphen*

*Algorithmen und Datenstrukturen*  
*WS 2020/21*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**



# Konzentration





# Konzentration





# Konzentration

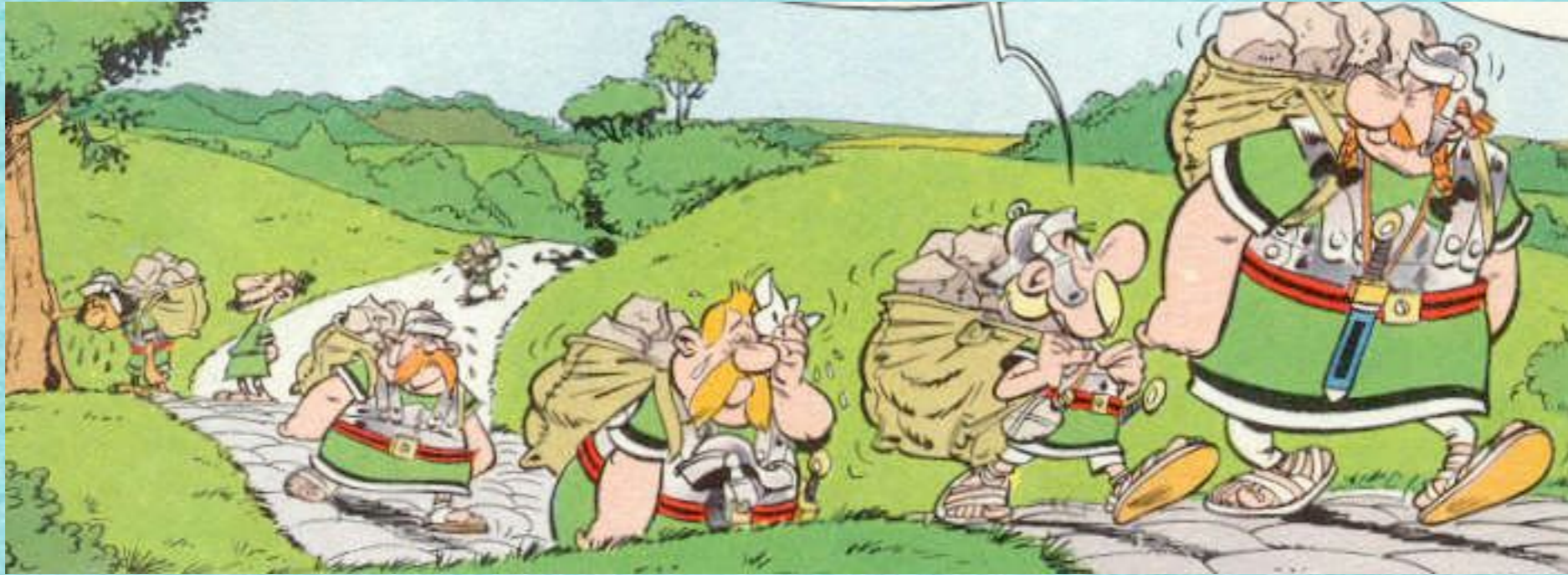




# Zwischenbemerkung!

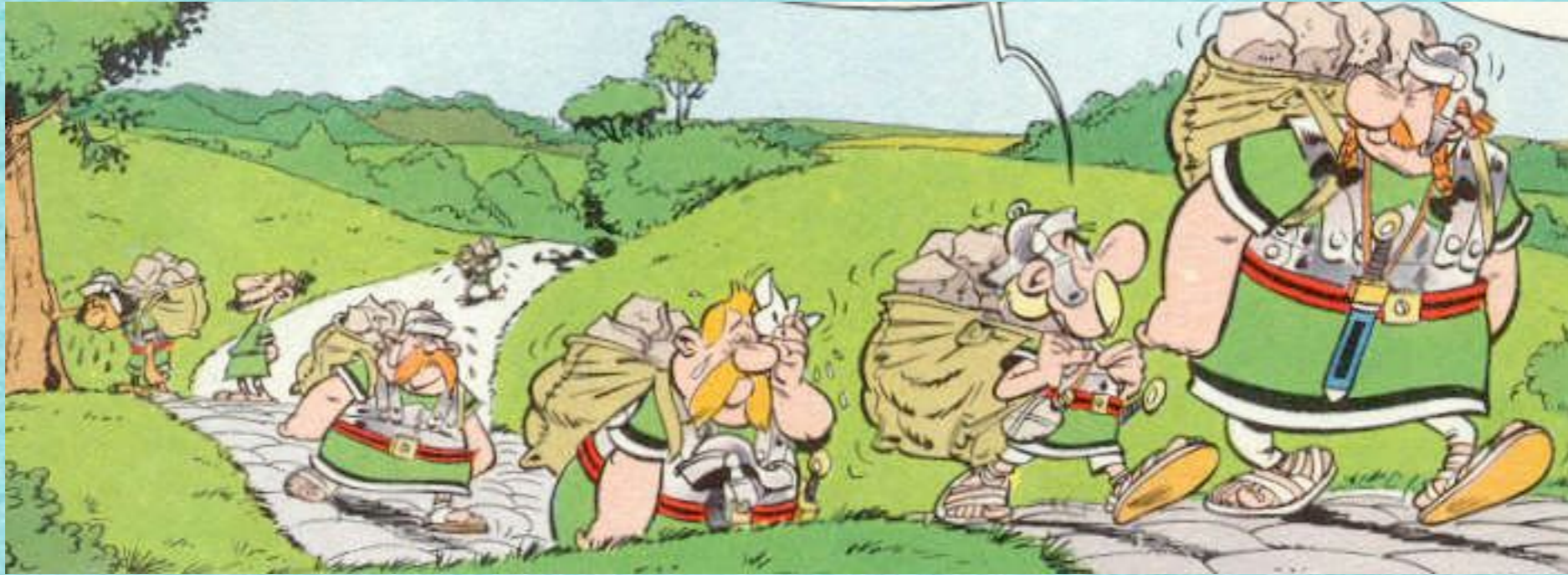


# Zwischenbemerkung!





# Zwischenbemerkung!



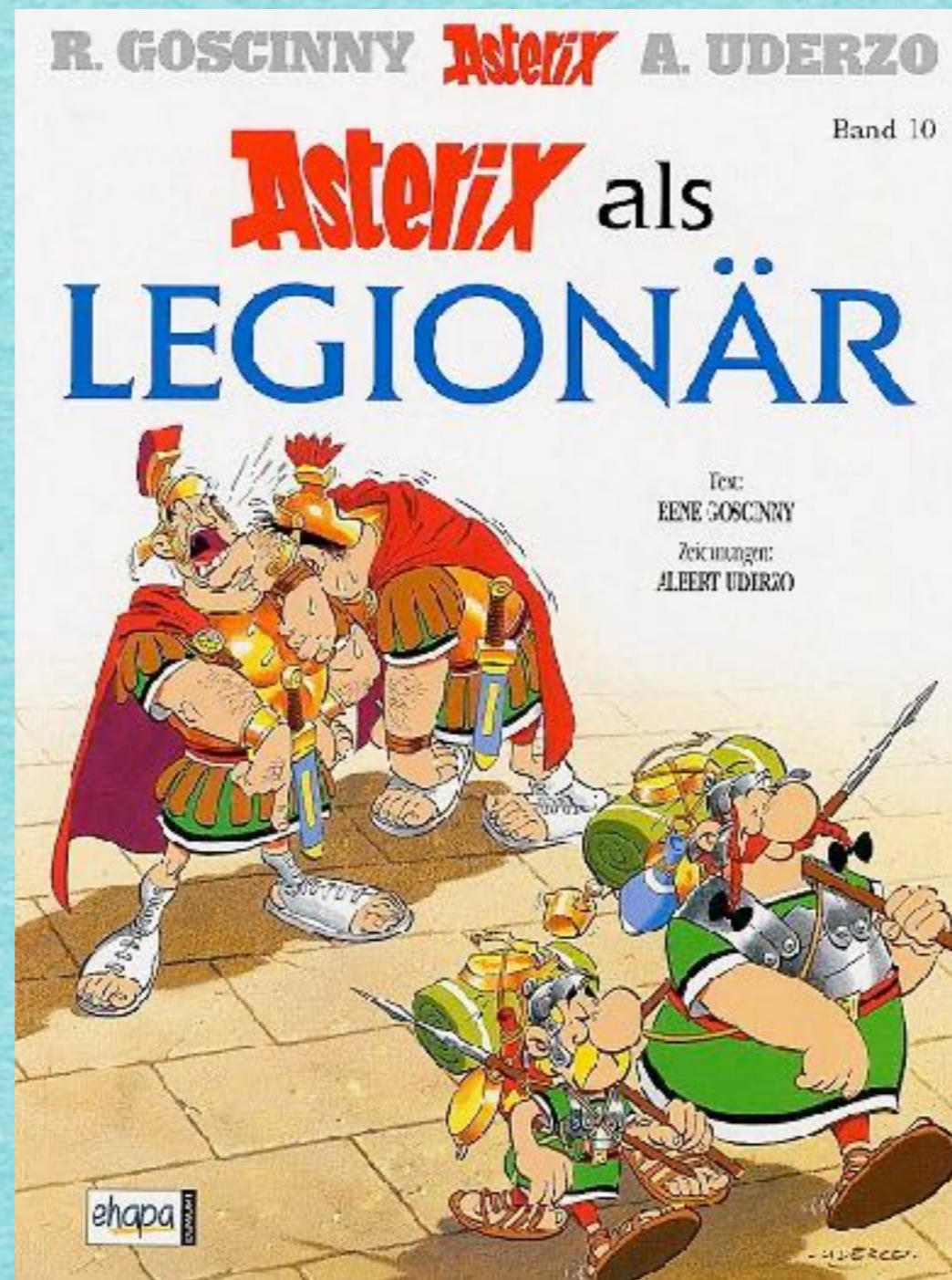
# Grundlagentraining



# Zwischenbemerkung!



# Zwischenbemerkung!





# Zwischenbemerkung!





# Zwischenbemerkung!

Assistent



Hiwi



# Zwischenbemerkung!



**Zwischenbemerkung!**

**Guttenbergix, Erfinder der Buchkopierkunst**



## Zwischenbemerkung!



Gutenbergix, Erfinder der Buchkopierkunst

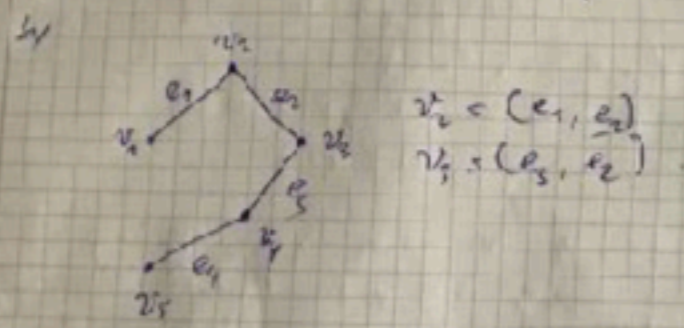


# Zwischenbemerkung!



# Zwischenbemerkung!

A.1:  
 1/ Annahme  $\sqrt{c}$  ist rational  
 $\sqrt{c} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{c}^2 = 2q^2 - p^2 = c$   
 $c = 2c$   
 $\Rightarrow 2q^2 = 4q^2$   
 $\Rightarrow p^2 = 4q^2$   
 $\Rightarrow p = 2q$   
 $\Rightarrow p$  ist gerade  $\Rightarrow q$  ist gerade  $\frac{p}{q} = \frac{2c}{2c} \rightarrow$

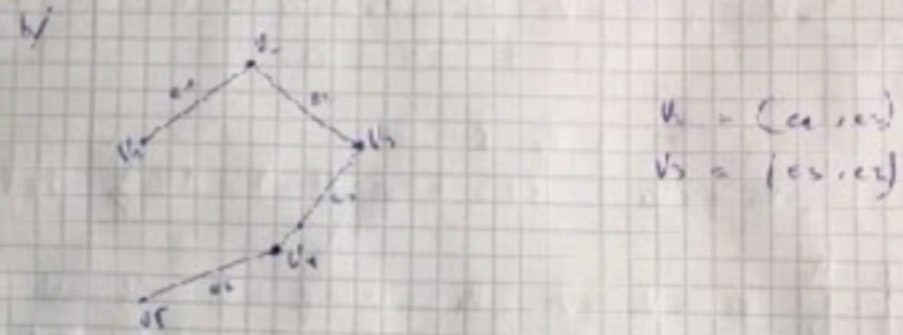


A.2:

1/

$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_1$   
 Bedingung eines Hamiltonkreises erfüllt. Da der Graph den Grad 3 besitzt, verbindet sich jeder Knoten und somit gibt es immer einen Hamiltonkreis

A.1:  
 1/ Annahme  $\sqrt{c}$  ist rational  
 $\sqrt{c} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{c}^2 = 2q^2 - p^2 = c$   
 $c = 2c$   
 $\Rightarrow 2q^2 = 4q^2$   
 $\Rightarrow p^2 = 4q^2$   
 $\Rightarrow p = 2q$   
 $\Rightarrow p$  ist gerade  $\Rightarrow q$  ist gerade  $\frac{p}{q} = \frac{2c}{2c} \rightarrow$



A.2:

1/

$v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow v_4 \rightarrow v_1$   
 Bedingung eines Hamiltonkreises erfüllt. Da der Graph den Grad 3 besitzt, verbindet sich jeder Knoten und somit gibt es immer einen Hamiltonkreis



# Zwischenbemerkung!

← blatt2

1 a)

$$R: v_0$$

$$R: v_1, v_5$$

$$R: v_1, v_5, v_3$$

$$R: v_5, v_3, v_2$$

$$R: v_5, v_3, v_2, v_{10}$$

$$R: v_3, v_2, v_{10}, v_{11}$$

$$R: v_2, v_{10}, v_{11}$$

$$R: v_2, v_{10}, v_{11}, v_6$$

$$R: v_2, v_{10}, v_{11}, v_6, v_8$$

$$R: v_{10}, v_{11}, v_6, v_8$$

$$R: v_{10}, v_{11}, v_6, v_8, v_2$$

$$R: v_{10}, v_{11}, v_6, v_8, v_2, v_3$$

$$R: v_{10}, v_6, v_8, v_2, v_3$$

$$R: v_{10}, v_6, v_8, v_2, v_3, v_4$$

$$R: v_6, v_8, v_2, v_3, v_4$$

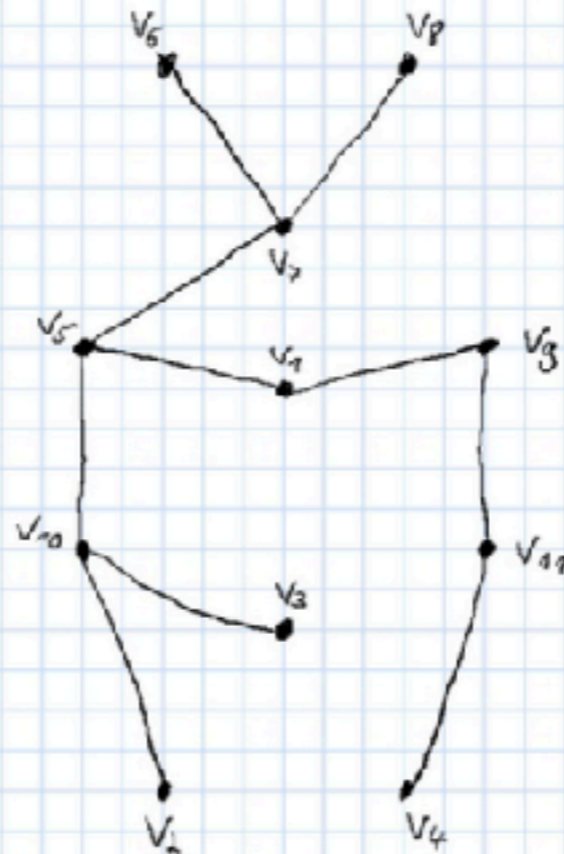
$$R: v_8, v_2, v_3, v_4$$

$$R: v_2, v_3, v_4$$

$$R: v_3, v_4$$

$$R: v_4$$

$$R: \emptyset$$





# Zwischenbemerkung!

← blatt2

1 a)

$V_6$

$V_7$

- (4) Versucht der Prüfling, das Ergebnis seiner Studien- oder Prüfungsleistung durch Täuschung oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel zu beeinflussen, gilt die betreffende Studien- oder Prüfungsleistung als mit „nicht bestanden“ bzw. „nicht ausreichend“ bewertet. Schon das Mitführen eines zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmittels im Prüfungsraum gilt als Täuschung. Erlaubte Hilfsmittel und der Umgang mit zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmitteln werden durch die Prüfende oder den Prüfenden vor Prüfungsbeginn bekanntgegeben. In besonders schweren Fällen kann der Prüfungsausschuss zusätzlich das endgültige Nichtbestehen der Prüfungs- oder der Studienleistung und damit das Scheitern in dem Studiengang feststellen. Ein besonders schwerer Fall liegt insbesondere bei Plagiaten, Verwendung nicht zugelassener elektronischer Hilfsmittel, auch zur Kommunikation während der Prüfung, bei organisiertem Zusammenwirken mehrerer Personen und bei Wiederholungsfällen vor. Ein Prüfling, der den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stört, kann von der oder dem jeweils Prüfenden oder Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen werden; in diesem Fall gilt die betreffende Prüfung als mit „nicht ausreichend“ bzw. „nicht bestanden“ bewertet. Der Prüfling, der nach Satz 1 einer Täuschung verdächtig ist, darf nach Herausgabe des Täuschungsmittels die Prüfung fortsetzen. Das Täuschungsmittel kann bis zum Abschluss des Verfahrens konfisziert werden. Das Täuschungsmittel wird spätestens mit Bestandskraft der Entscheidung zurückgegeben.

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}, V_{51}, V_{52}, V_{53}, V_{54}, V_{55}, V_{56}, V_{57}, V_{58}, V_{59}, V_{60}, V_{61}, V_{62}, V_{63}, V_{64}, V_{65}, V_{66}, V_{67}, V_{68}, V_{69}, V_{70}, V_{71}, V_{72}, V_{73}, V_{74}, V_{75}, V_{76}, V_{77}, V_{78}, V_{79}, V_{80}, V_{81}, V_{82}, V_{83}, V_{84}, V_{85}, V_{86}, V_{87}, V_{88}, V_{89}, V_{90}, V_{91}, V_{92}, V_{93}, V_{94}, V_{95}, V_{96}, V_{97}, V_{98}, V_{99}, V_{100}$



# Zwischenbemerkung!

← blatt2

1 a)

$V_6$

$V_7$

- (4) Versucht der Prüfling, das Ergebnis seiner **Studien- oder Prüfungsleistung** durch Täuschung oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel zu beeinflussen, gilt die betreffende Studien- oder Prüfungsleistung als mit „nicht bestanden“ bzw. „nicht ausreichend“ bewertet. Schon das Mitführen eines zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmittels im Prüfungsraum gilt als Täuschung. Erlaubte Hilfsmittel und der Umgang mit zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmitteln werden durch die Prüfende oder den Prüfenden vor Prüfungsbeginn bekanntgegeben. In besonders schweren Fällen kann der Prüfungsausschuss zusätzlich das endgültige Nichtbestehen der Prüfungs- oder der Studienleistung und damit das Scheitern in dem Studiengang feststellen. Ein besonders schwerer Fall liegt insbesondere bei Plagiaten, Verwendung nicht zugelassener elektronischer Hilfsmittel, auch zur Kommunikation während der Prüfung, bei organisiertem Zusammenwirken mehrerer Personen und bei Wiederholungsfällen vor. Ein Prüfling, der den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stört, kann von der oder dem jeweils Prüfenden oder Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen werden; in diesem Fall gilt die betreffende Prüfung als mit „nicht ausreichend“ bzw. „nicht bestanden“ bewertet. Der Prüfling, der nach Satz 1 einer Täuschung verdächtig ist, darf nach Herausgabe des Täuschungsmittels die Prüfung fortsetzen. Das Täuschungsmittel kann bis zum Abschluss des Verfahrens konfisziert werden. Das Täuschungsmittel wird spätestens mit Bestandskraft der Entscheidung zurückgegeben.

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$



# Zwischenbemerkung!

← blatt2

1 a)

$V_6$

$V_7$

- (4) Versucht der Prüfling, das Ergebnis seiner **Studien- oder Prüfungsleistung** durch Täuschung oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel zu beeinflussen, gilt die betreffende Studien- oder Prüfungsleistung als mit „nicht bestanden“ bzw. „nicht ausreichend“ bewertet. Schon das Mitführen eines zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmittels im Prüfungsraum gilt als Täuschung. Erlaubte Hilfsmittel und der Umgang mit zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmitteln werden durch die Prüfende oder den Prüfenden vor Prüfungsbeginn bekanntgegeben. **In besonders schweren Fällen kann der Prüfungsausschuss zusätzlich das endgültige Nichtbestehen der Prüfungs- oder der Studienleistung und damit das Scheitern in dem Studiengang feststellen. Ein besonders schwerer Fall liegt insbesondere bei Plagiaten, Verwendung nicht zugelassener elektronischer Hilfsmittel, auch zur Kommunikation während der Prüfung, bei organisiertem Zusammenwirken mehrerer Personen und bei Wiederholungsfällen vor.** Ein Prüfling, der den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stört, kann von der oder dem jeweils Prüfenden oder Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen werden; in diesem Fall gilt die betreffende Prüfung als mit „nicht ausreichend“ bzw. „nicht bestanden“ bewertet. Der Prüfling, der nach Satz 1 einer Täuschung verdächtig ist, darf nach Herausgabe des Täuschungsmittels die Prüfung fortsetzen. Das Täuschungsmittel kann bis zum Abschluss des Verfahrens konfisziert werden. Das Täuschungsmittel wird spätestens mit Bestandskraft der Entscheidung zurückgegeben.

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$



# Zwischenbemerkung!

← blatt2

1 a)

$V_6$

$V_7$

- (4) Versucht der Prüfling, das Ergebnis seiner **Studien- oder Prüfungsleistung** durch Täuschung oder Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel zu beeinflussen, gilt die betreffende Studien- oder Prüfungsleistung als mit „nicht bestanden“ bzw. „nicht ausreichend“ bewertet. Schon das Mitführen eines zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmittels im Prüfungsraum gilt als Täuschung. Erlaubte Hilfsmittel und der Umgang mit zu Täuschungszwecken geeigneten Hilfsmitteln werden durch die Prüfende oder den Prüfenden vor Prüfungsbeginn bekanntgegeben. **In besonders schweren Fällen kann der Prüfungsausschuss zusätzlich das endgültige Nichtbestehen der Prüfungs- oder der Studienleistung und damit das Scheitern in dem Studiengang feststellen. Ein besonders schwerer Fall liegt insbesondere bei Plagiaten, Verwendung nicht zugelassener elektronischer Hilfsmittel, auch zur Kommunikation während der Prüfung, bei organisiertem Zusammenwirken mehrerer Personen und bei Wiederholungsfällen vor.** Ein Prüfling, der den ordnungsgemäßen Ablauf der Prüfung stört, kann von der oder dem jeweils Prüfenden oder Aufsichtsführenden von der Fortsetzung der Prüfung ausgeschlossen werden; in diesem Fall gilt die betreffende Prüfung als mit „nicht ausreichend“ bzw. „nicht bestanden“ bewertet. Der Prüfling, der nach Satz 1 einer Täuschung verdächtig ist, darf nach Herausgabe des Täuschungsmittels die Prüfung fortsetzen. Das Täuschungsmittel kann bis zum Abschluss des Verfahrens konfisziert werden. Das Täuschungsmittel wird spätestens mit Bestandskraft der Entscheidung zurückgegeben.

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$

$R: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{14}, V_{15}, V_{16}, V_{17}, V_{18}, V_{19}, V_{20}, V_{21}, V_{22}, V_{23}, V_{24}, V_{25}, V_{26}, V_{27}, V_{28}, V_{29}, V_{30}, V_{31}, V_{32}, V_{33}, V_{34}, V_{35}, V_{36}, V_{37}, V_{38}, V_{39}, V_{40}, V_{41}, V_{42}, V_{43}, V_{44}, V_{45}, V_{46}, V_{47}, V_{48}, V_{49}, V_{50}$



# Zwischenbemerkung!

← blatt2

1 a)

$$R: v_0$$

$$R: v_1, v_5$$

$$R: v_1, v_5, v_3$$

$$R: v_5, v_3, v_2$$

$$R: v_5, v_3, v_2, v_{10}$$

$$R: v_3, v_2, v_{10}, v_{11}$$

$$R: v_2, v_{10}, v_{11}$$

$$R: v_2, v_{10}, v_{11}, v_6$$

$$R: v_2, v_{10}, v_{11}, v_6, v_8$$

$$R: v_{10}, v_{11}, v_6, v_8$$

$$R: v_{10}, v_{11}, v_6, v_8, v_2$$

$$R: v_{10}, v_{11}, v_6, v_8, v_2, v_3$$

$$R: v_{10}, v_6, v_8, v_2, v_3$$

$$R: v_{10}, v_6, v_8, v_2, v_3, v_4$$

$$R: v_6, v_8, v_2, v_3, v_4$$

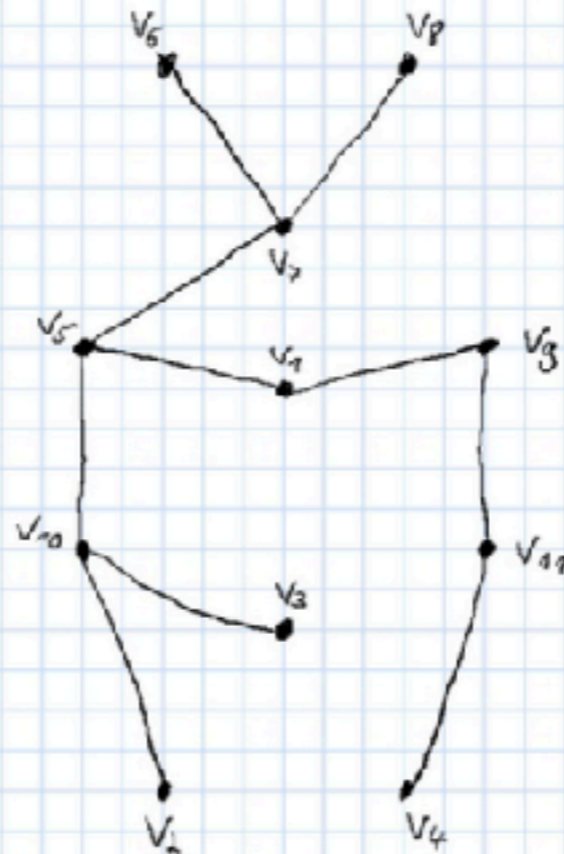
$$R: v_8, v_2, v_3, v_4$$

$$R: v_2, v_3, v_4$$

$$R: v_3, v_4$$

$$R: v_4$$

$$R: \emptyset$$

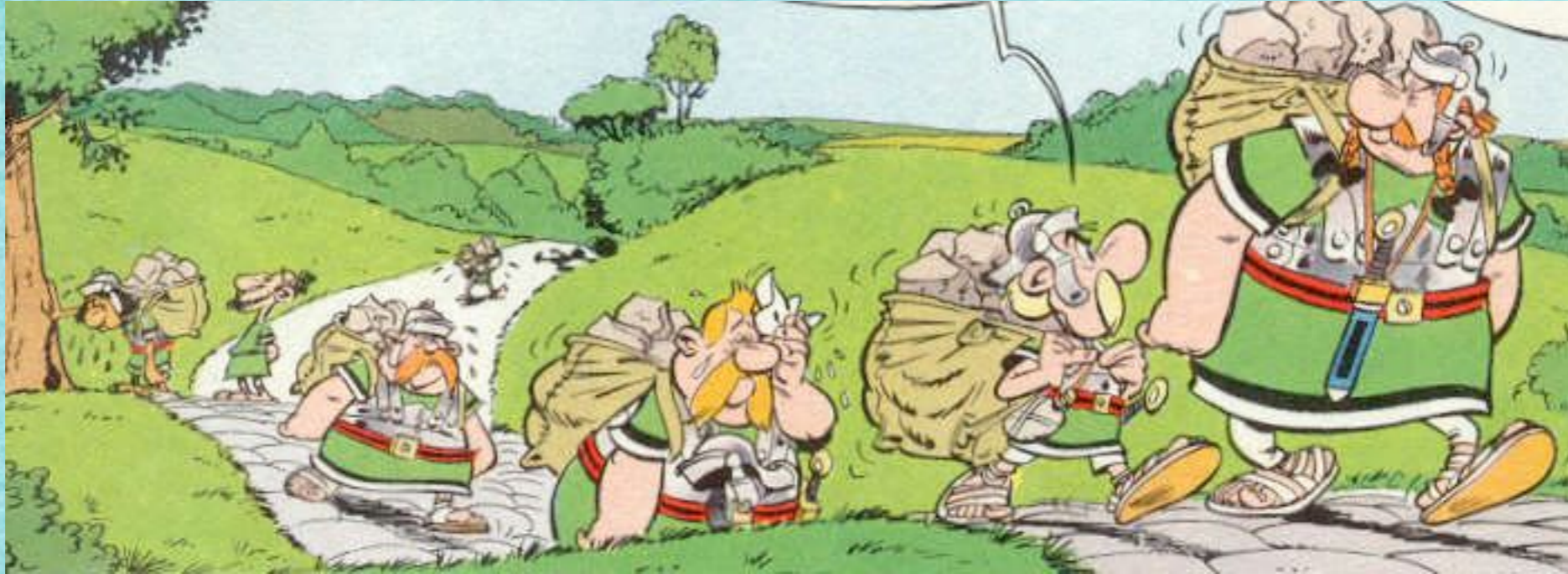




# Zwischenbemerkung!



# Zwischenbemerkung!





# Konzentration





# Konzentration





# Konzentration

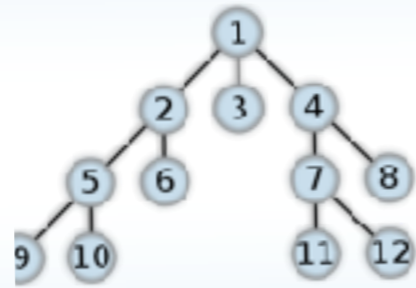




*Quiz!*

*s.fekete@tu-bs.de*





# *Kapitel 3: Suche in Graphen*

*Algorithmen und Datenstrukturen*  
*WS 2020/21*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**



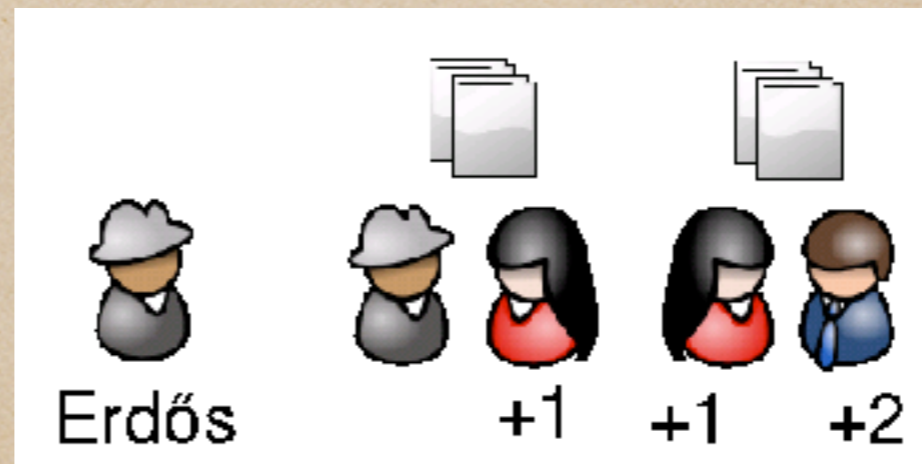
## 3.1 Vorspann



Paul Erdős, 1913-1996

- *Produktivster Mathematiker aller Zeiten (~1500 Artikel)*
- *“Zweitbedeutendster Mathematiker nach Euler”*

### Erdős-Zahl





## 3.1 Vorspann



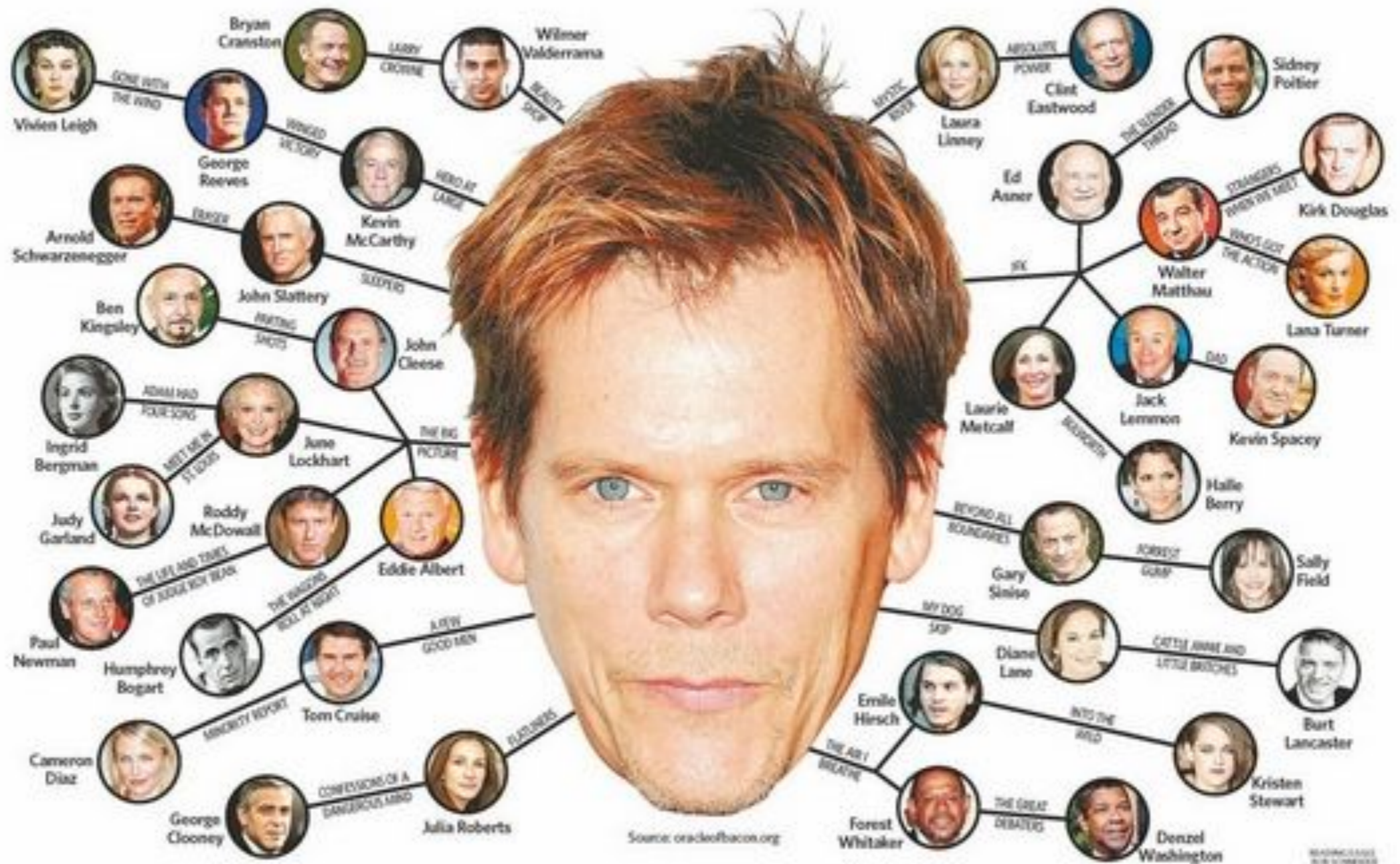
Kevin Bacon, 1958-

- *Bekannter Hollywood-Schauspieler*

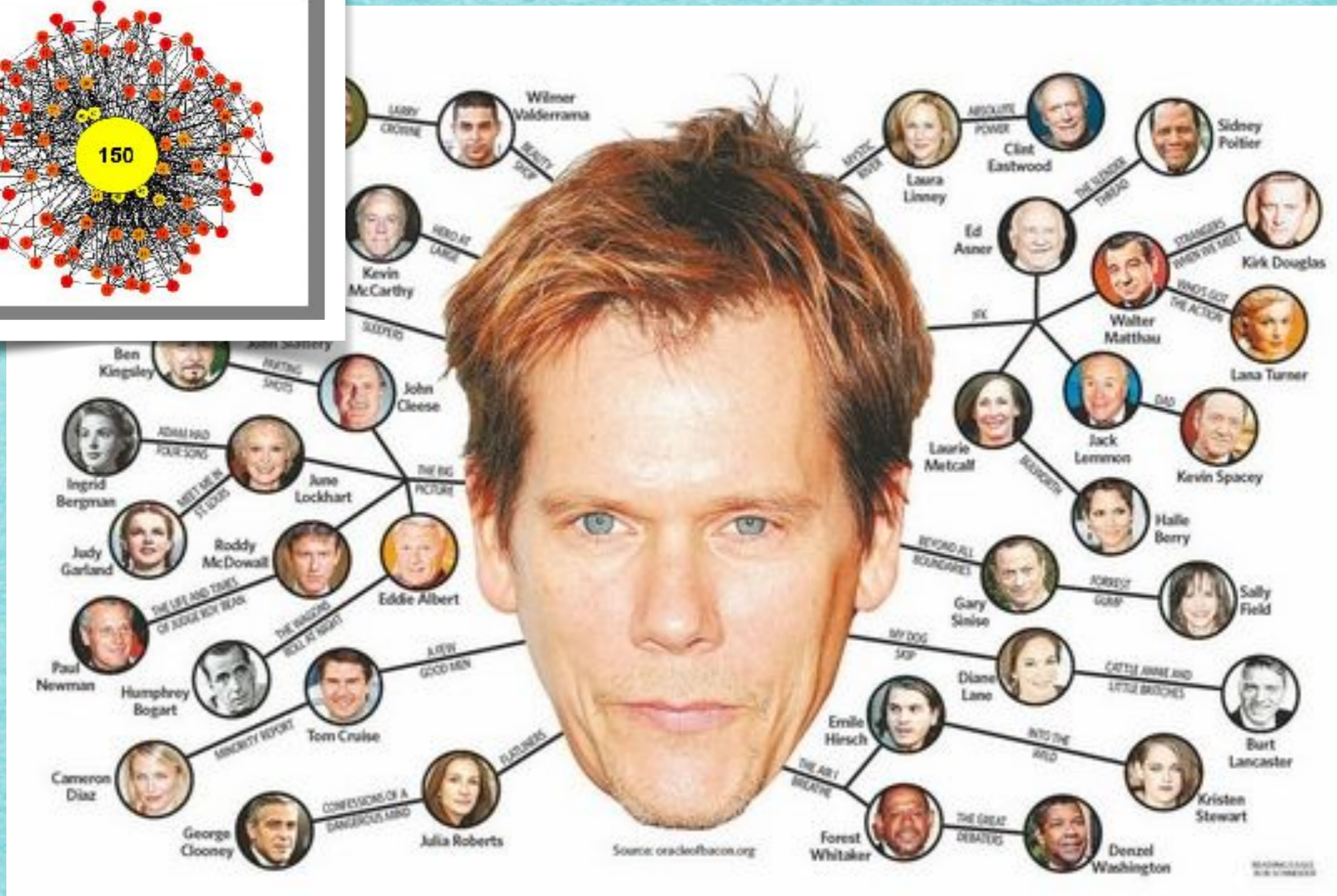
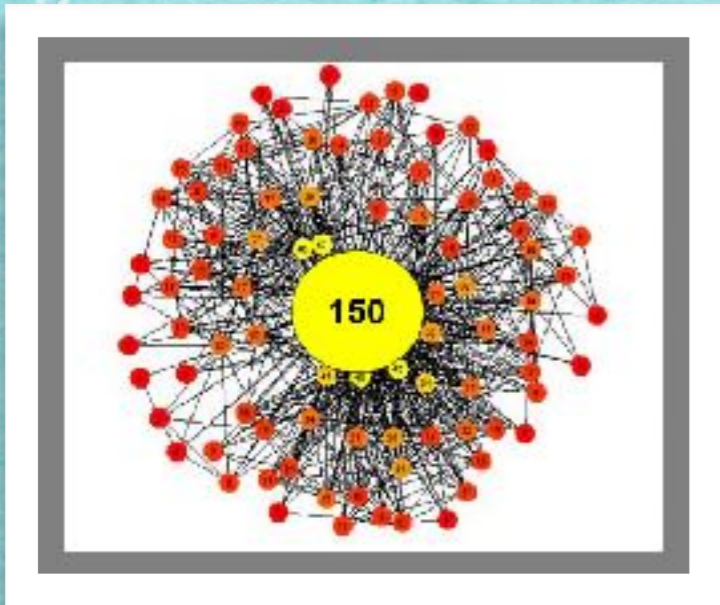
Kevin-Bacon-Zahl



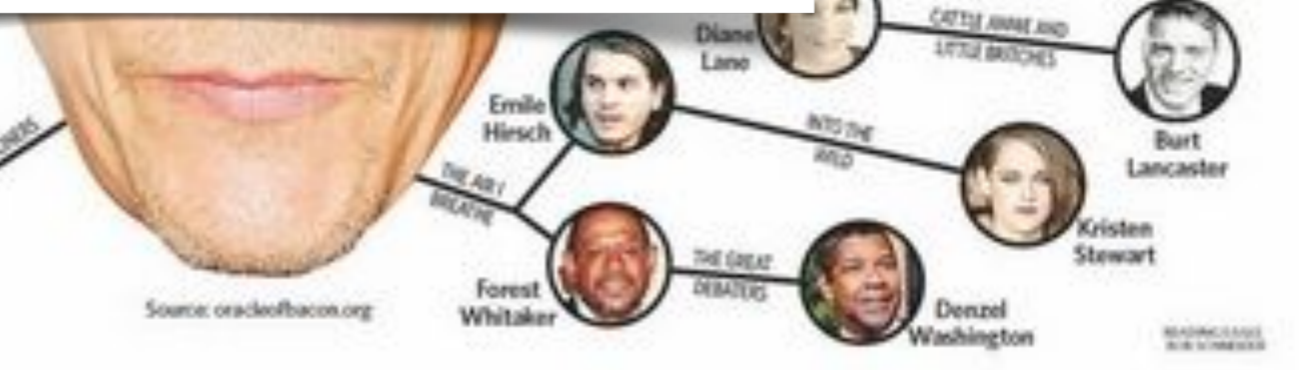
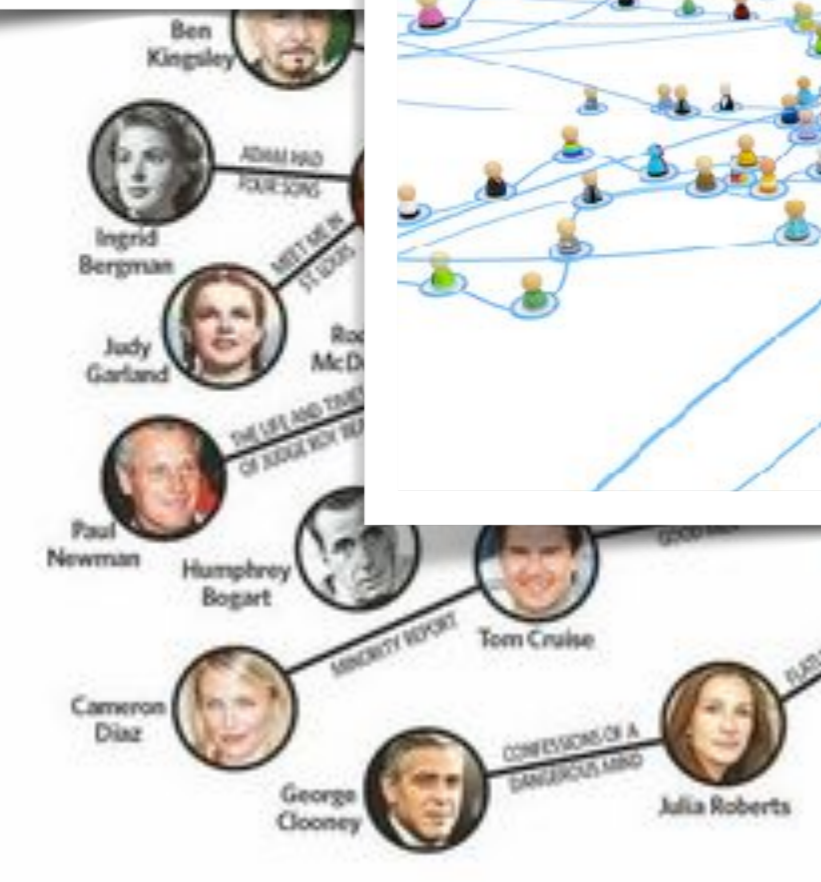
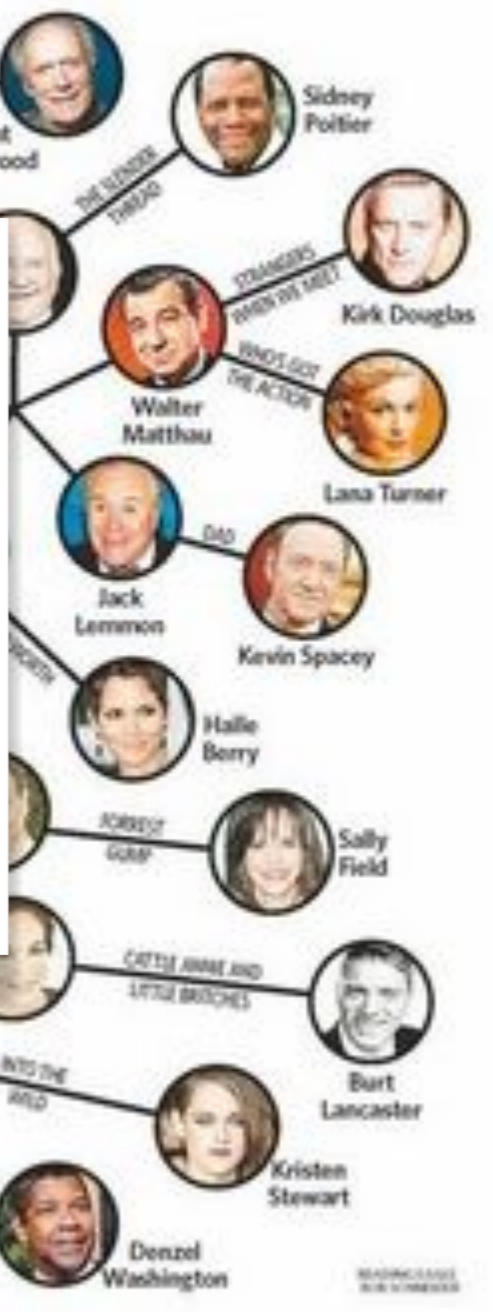
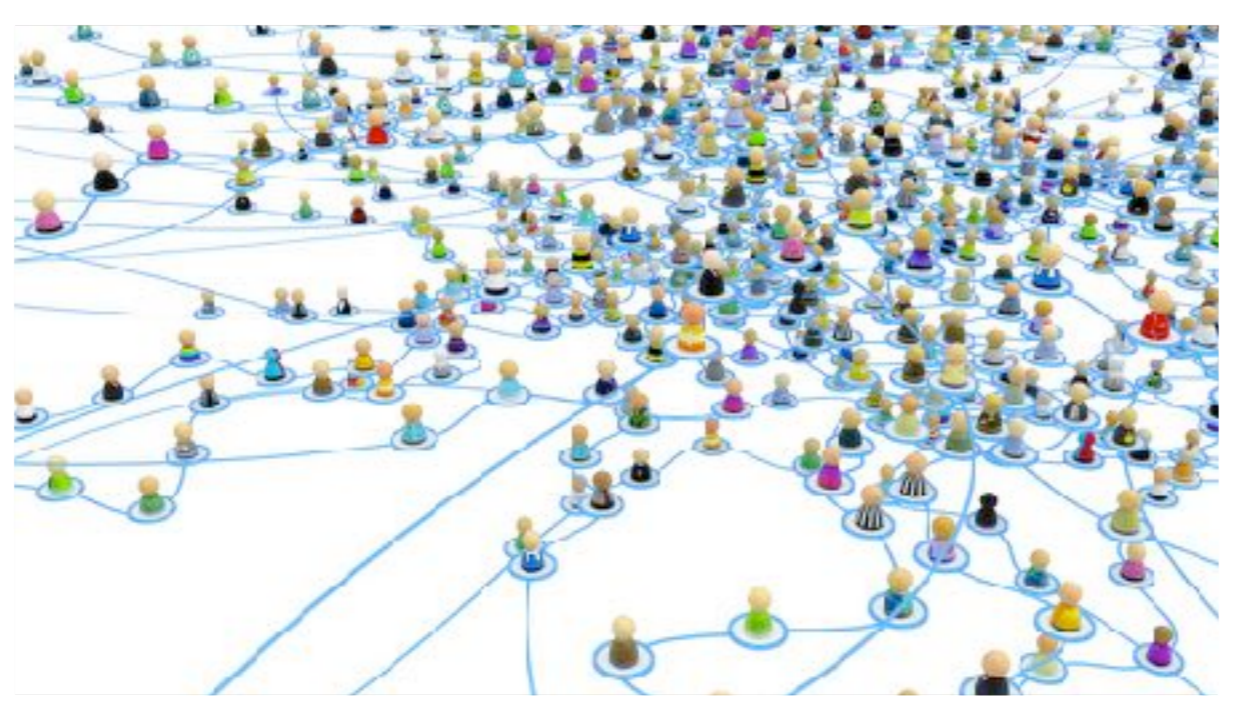
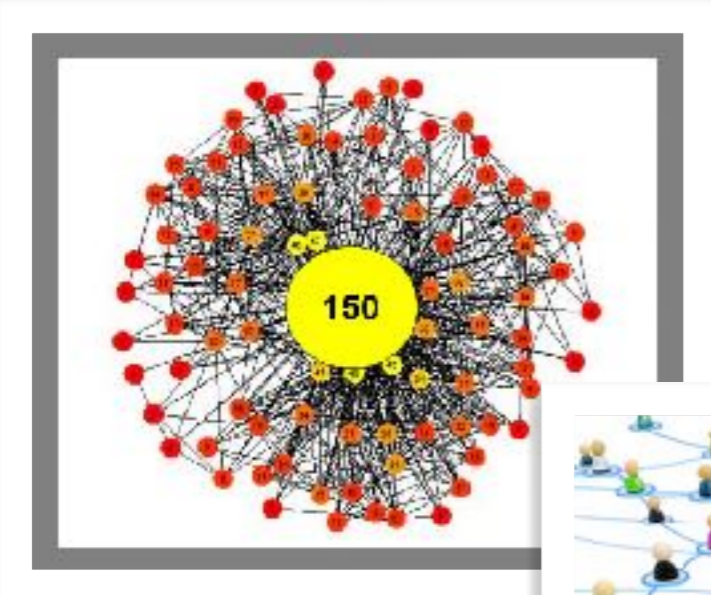








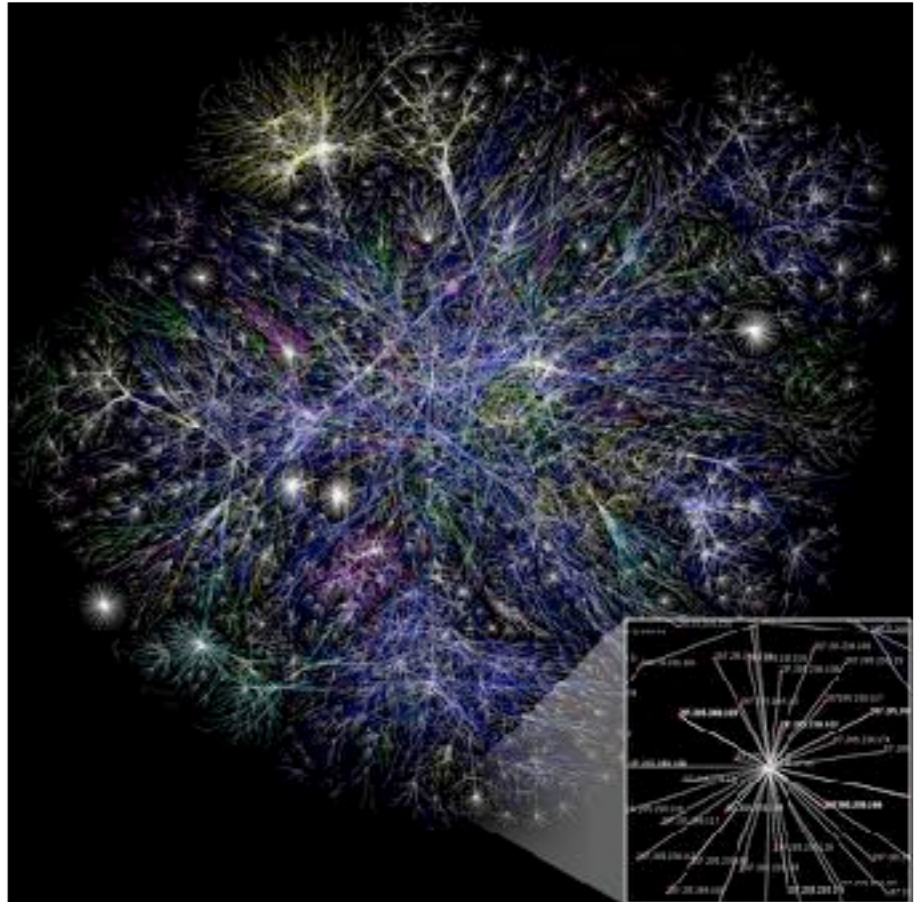
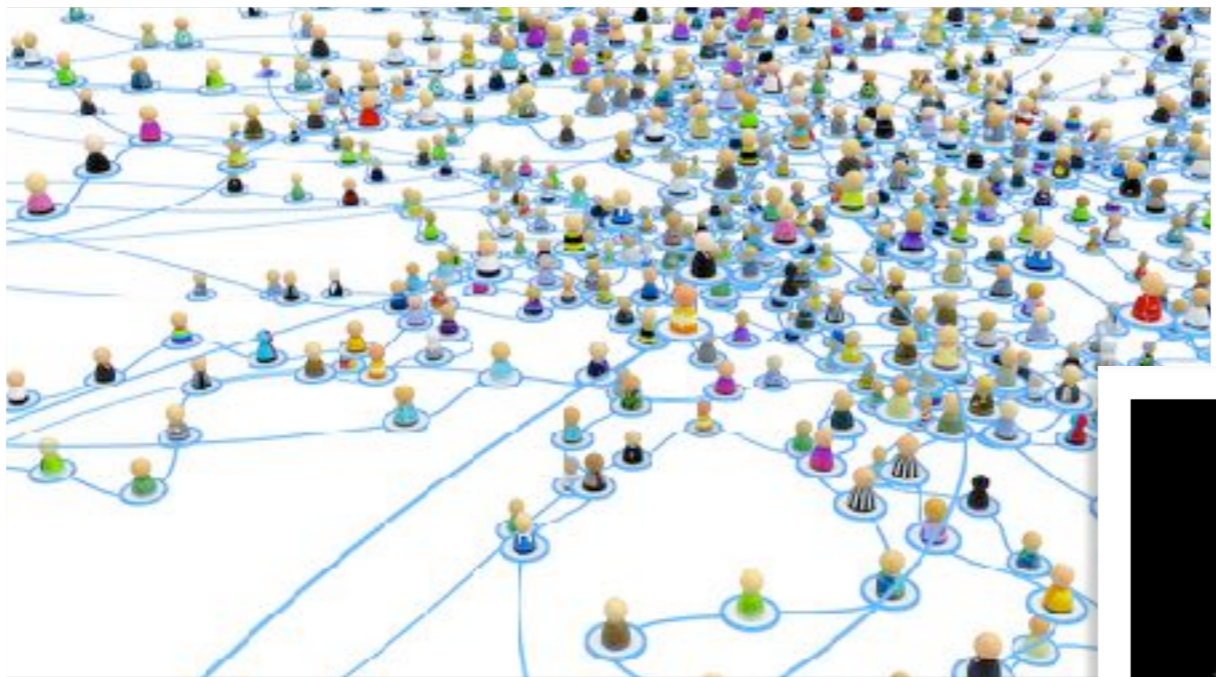
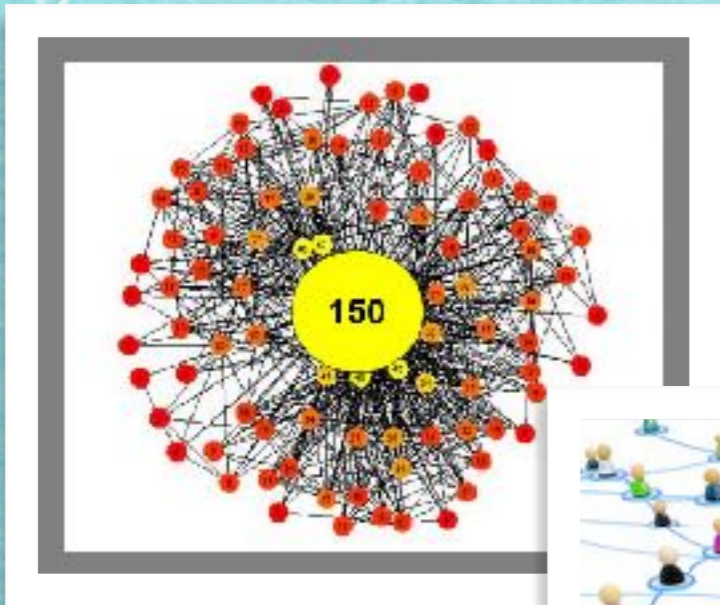




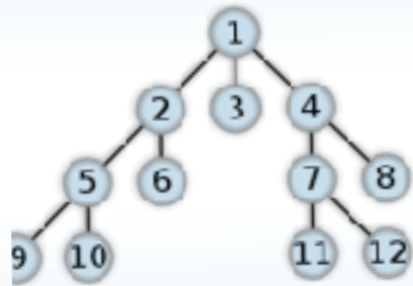
Source: crackofbacon.org

READING IS THE WAY TO KNOWLEDGE









# *Kapitel 3.2: Graphendefinitionen*

*Algorithmen und Datenstrukturen  
WS 2020/21*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**







## 3.2 Problemdefinitionen:

### PROBLEM 3.1 (s-t-Weg)

Gegeben: Graph  $G=(V,E)$ , Startknoten  $s$ , Zielknoten  $t$

Gesucht: Weg von  $s$  nach  $t$ , falls einer existiert



## 3.2 Problemdefinitionen:

### PROBLEM 3.1 (s-t-Weg)

Gegeben: Graph  $G=(V,E)$ , Startknoten  $s$ , Zielknoten  $t$

Gesucht: Weg von  $s$  nach  $t$ , falls einer existiert

### SATZ 3.3

Wenn ein Weg zwischen zwei Knoten  $s$  und  $t$  in einem Graphen existiert, dann existiert auch ein Pfad.



## 3.2 Problemdefinitionen:

### PROBLEM 3.1 (s-t-Weg)

Gegeben: Graph  $G=(V,E)$ , Startknoten  $s$ , Zielknoten  $t$


Gesucht: Weg von  $s$  nach  $t$ , falls einer existiert

### SATZ 3.3

Wenn ein Weg zwischen zwei Knoten  $s$  und  $t$  in einem Graphen existiert, dann existiert auch ein Pfad.

Beweis:

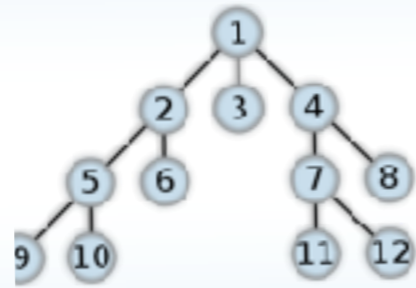
Sei  $W = s, e_1, v_1, \dots, v_m, e_{m+1}, t$  ein Weg von  $s$  nach  $t$ .

Idee:  Eliminiere Kreise auf dem Weg!

Technische Umsetzung:

Betrachte unter allen Wegen einen  $W^*$  mit möglichst wenigen Kanten. Angenommen,  $W^*$  hat einen doppelt besuchten Knoten, sagen wir  $v_i$ :





# *Kapitel 3.3: Zusammenhangskomponenten*

*Algorithmen und Datenstrukturen  
WS 2020/21*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**



# Algorithmus 3.7

INPUT: Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $s$

OUTPUT: Knotenmenge  $Y \subseteq V$ , die von  $s$  aus erreichbar ist,  
Kantenmenge  $T \subseteq E$ , die die Erreichbarkeit sicherstellt

1. Sei  $R := \{s\}$ ,  $Y := \{s\}$ ,  $T := \emptyset$
2. WHILE ( $R \neq \emptyset$ ) DO {
  - 2.1. Wähle  $v \in R$
  - 2.2. IF (es gibt kein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ ) THEN
    - 2.2.1.  $R := R \setminus \{v\}$
  - 2.3. ELSE {
    - 2.3.1. Wähle ein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$
    - 2.3.2. Setze  $R := R \cup \{w\}$ ,  $Y := Y \cup \{w\}$ ,  $T := T \cup \{e\}$}}
3. STOP







## Algorithmen und Datenstrukturen - Vorlesung #7

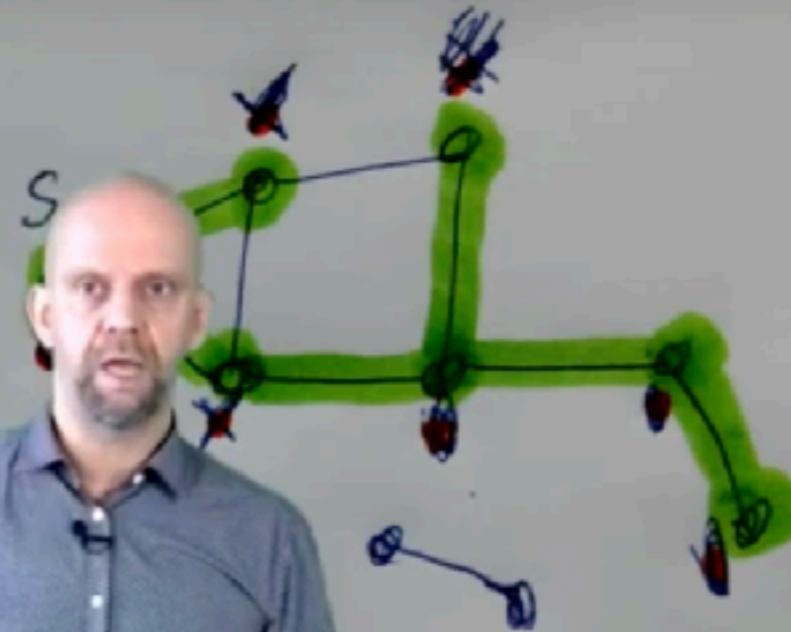
### Algorithmus 3.7

INPUT: Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $s$

OUTPUT: Knotenmenge  $Y \subseteq V$ , die von  $s$  aus erreichbar ist,

Kantenmenge  $T \subseteq E$ , die die Erreichbarkeit sicherstellt

```
1. Sei  $R := \{s\}$ ,  $Y := \{s\}$ ,  $T := \emptyset$ 
2. WHILE ( $R \neq \emptyset$ ) DO {
  2.1. Wähle  $v \in R$ 
  2.2. IF (es gibt kein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ ) THEN
    2.2.1.  $R := R \setminus \{v\}$ 
  2.3. ELSE {
    2.3.1. Wähle ein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ 
    2.3.2. Setze  $R := R \cup \{w\}$ ,  $Y := Y \cup \{w\}$ ,  $T := T \cup \{e\}$ 
  }
}
3. STOP
```



5:59 / 1:33:40





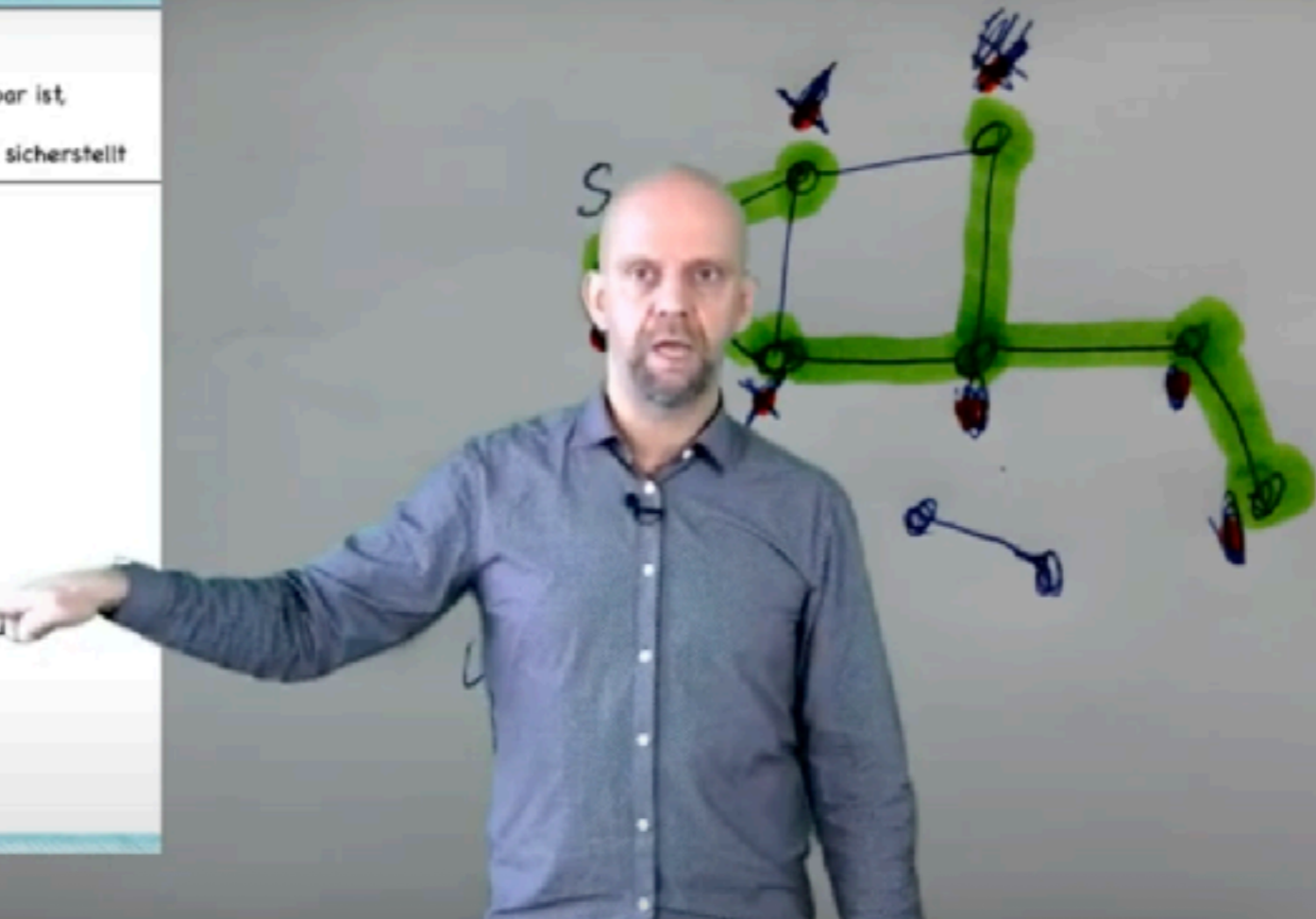
### Algorithmus 3.7

INPUT: Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $s$

OUTPUT: Knotenmenge  $Y \subseteq V$ , die von  $s$  aus erreichbar ist,

Kantenmenge  $T \subseteq E$ , die die Erreichbarkeit sicherstellt

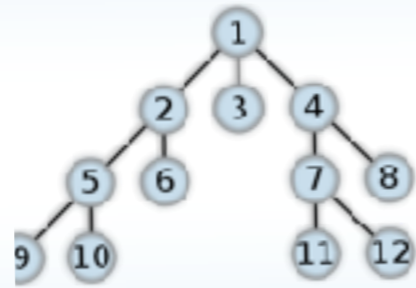
```
1. Sei  $R := \{s\}$ ,  $Y := \{s\}$ ,  $T := \emptyset$ 
2. WHILE ( $R \neq \emptyset$ ) DO {
  2.1. Wähle  $v \in R$ 
  2.2. IF (es gibt kein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ ) THEN
    2.2.1.  $R := R \setminus \{v\}$ 
  2.3. ELSE {
    2.3.1. Wähle ein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ 
    2.3.2. Setze  $R := R \cup \{w\}$ ,  $Y := Y \cup \{w\}$ ,  $T := T \cup \{e\}$ 
  }
}
3. STOP
```



### SATZ 3.8

- (1) Das Verfahren 3.7 ist endlich.
- (2) Das Verfahren 3.7 funktioniert korrekt.





*Kapitel 3.4:*  
*Warteschlange und Stapel*  
*Algorithmen und Datenstrukturen*  
*WS 2020/21*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**



# Algorithmus 3.7

INPUT: Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $s$

OUTPUT: Knotenmenge  $Y \subseteq V$ , die von  $s$  aus erreichbar ist,

Kantenmenge  $T \subseteq E$ , die die Erreichbarkeit sicherstellt

1. Sei  $R := \{s\}$ ,  $Y := \{s\}$ ,  $T := \emptyset$
2. WHILE ( $R \neq \emptyset$ ) DO {
  - 2.1. Wähle  $v \in R$
  - 2.2. IF (es gibt kein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ ) THEN
    - 2.2.1.  $R := R \setminus \{v\}$
  - 2.3. ELSE {
    - 2.3.1. Wähle ein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$
    - 2.3.2. Setze  $R := R \cup \{w\}$ ,  $Y := Y \cup \{w\}$ ,  $T := T \cup \{e\}$}
3. STOP



# Algorithmus 3.7

INPUT: Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $s$

OUTPUT: Knotenmenge  $Y \subseteq V$ , die von  $s$  aus erreichbar ist,  
Kantenmenge  $T \subseteq E$ , die die Erreichbarkeit sicherstellt

1. Sei  $R := \{s\}$ ,  $Y := \{s\}$ ,  $T := \emptyset$
2. WHILE ( $R \neq \emptyset$ ) DO {
  - 2.1. Wähle  $v \in R$
  - 2.2. IF (es gibt kein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ ) THEN
    - 2.2.1.  $R := R \setminus \{v\}$
  - 2.3. ELSE {
    - 2.3.1. Wähle ein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$
    - 2.3.2. Setze  $R := R \cup \{w\}$ ,  $Y := Y \cup \{w\}$ ,  $T := T \cup \{e\}$}}
3. STOP



# A & D

I get the job done.  
What the hell do you  
want?

CAN YOU MAKE IT  
WITHOUT KILLING  
YOURSELF?

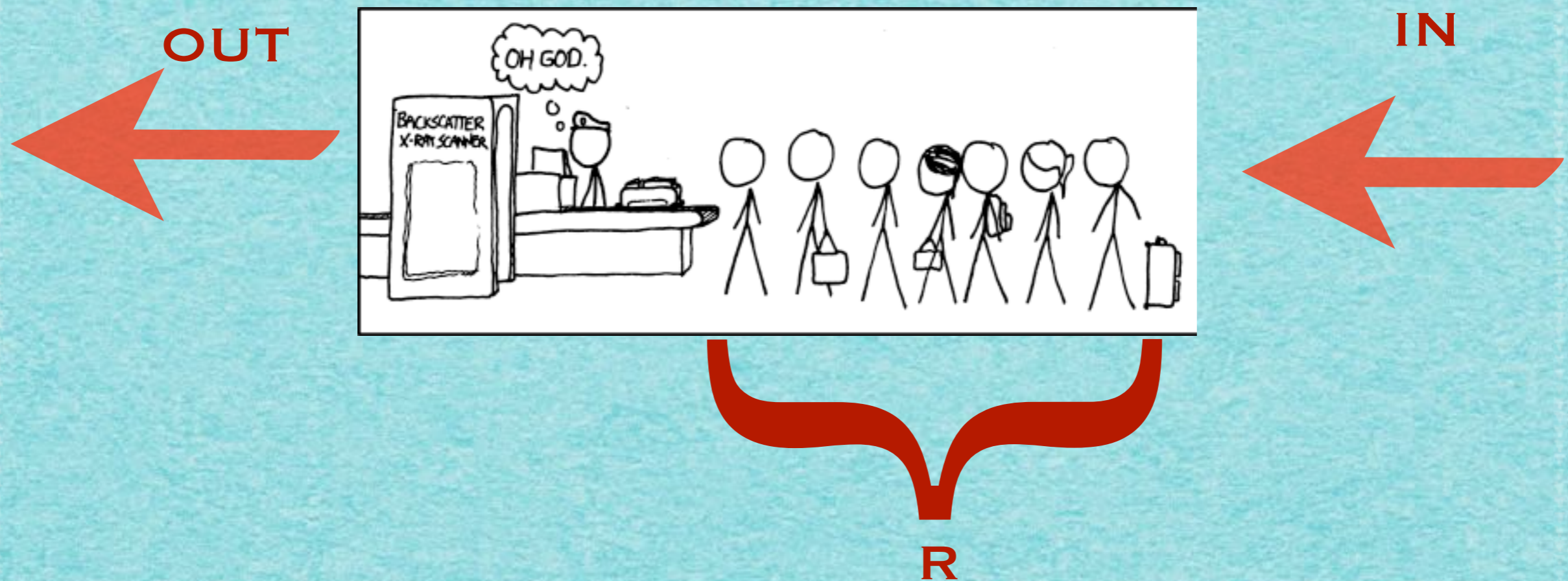


**Algorithmus**

**DATENSTRUKTUR**



# DATENSTRUKTUR I

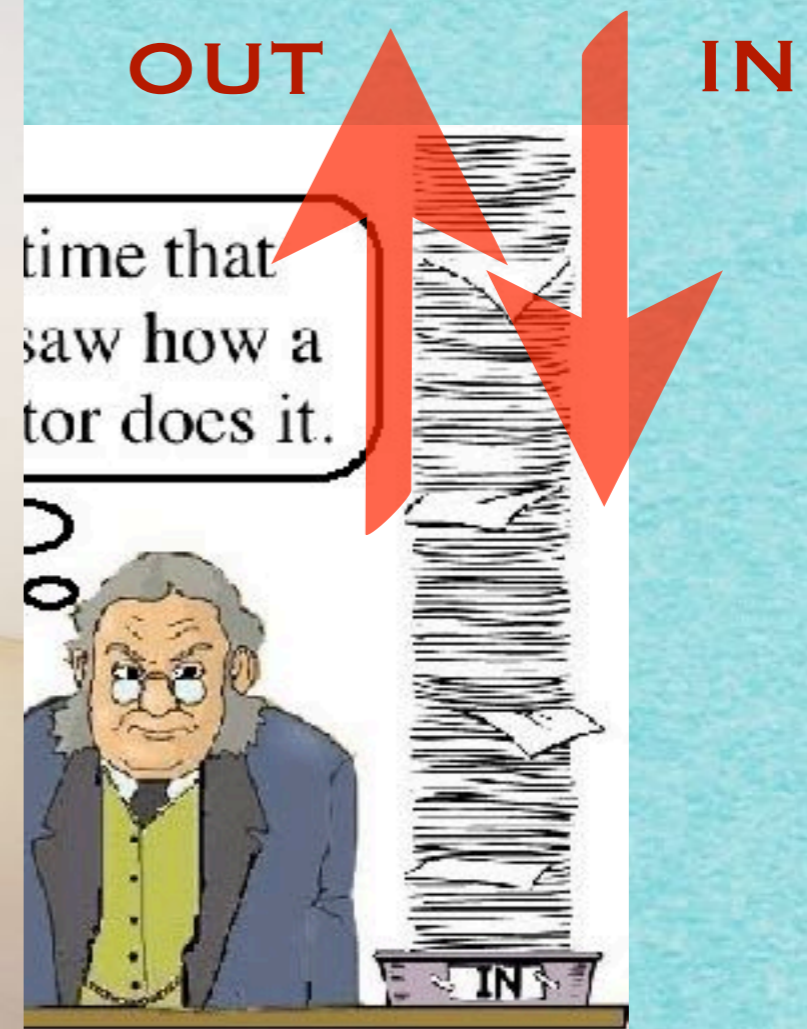
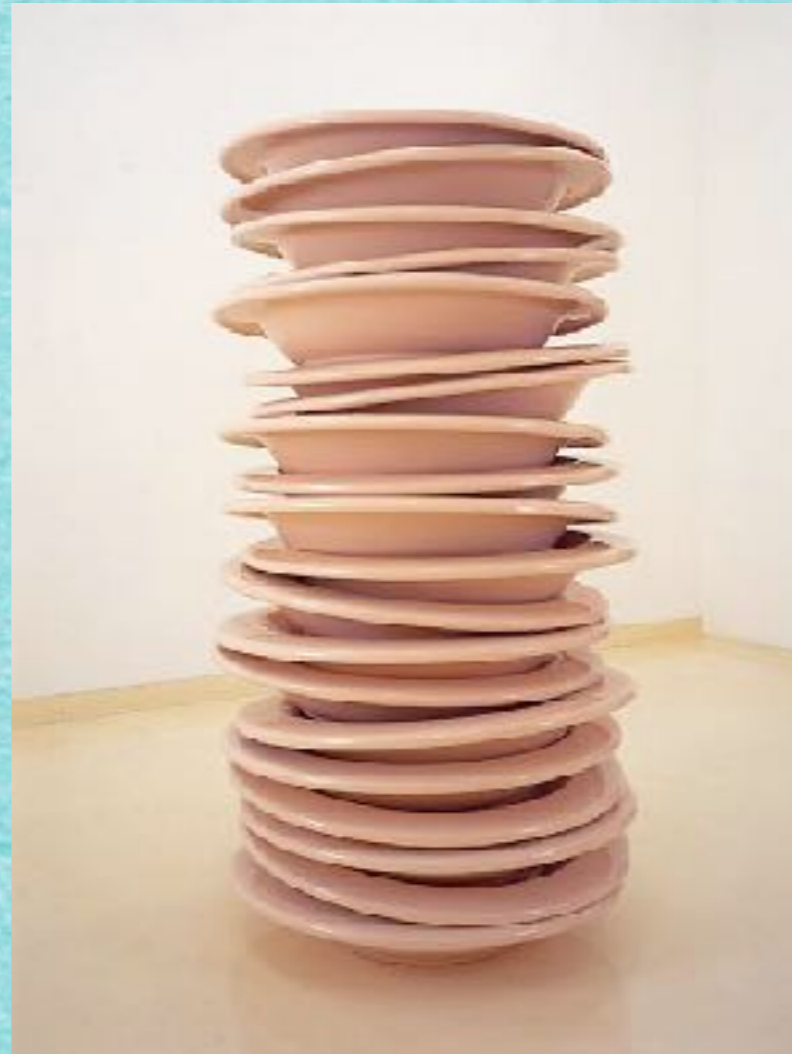


**WARTESCHLANGE: FIRST IN - FIRST OUT**



# DATENSTRUKTUR II

R



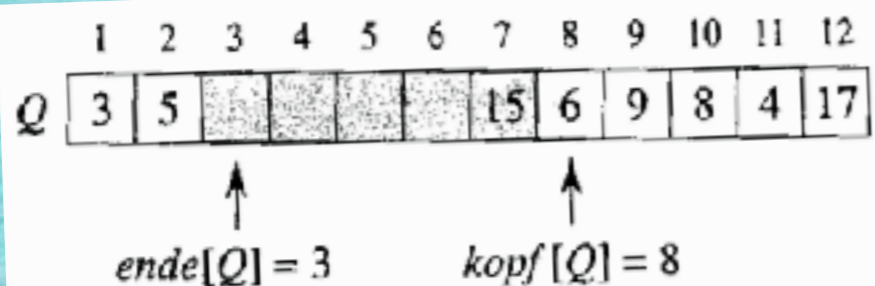
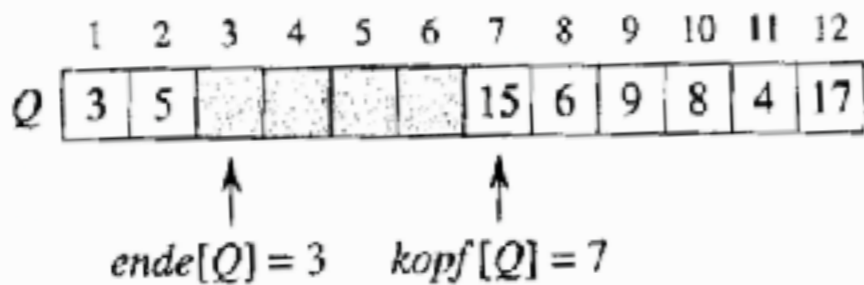
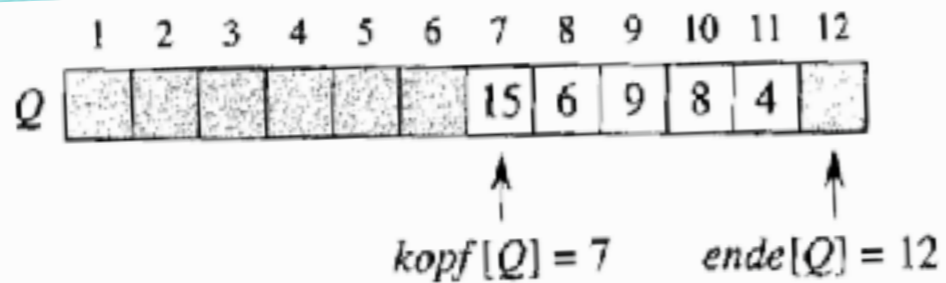
**STAPEL: LAST IN - FIRST OUT**







# WARTESCHLANGE AUF ARRAY UMGESETZT



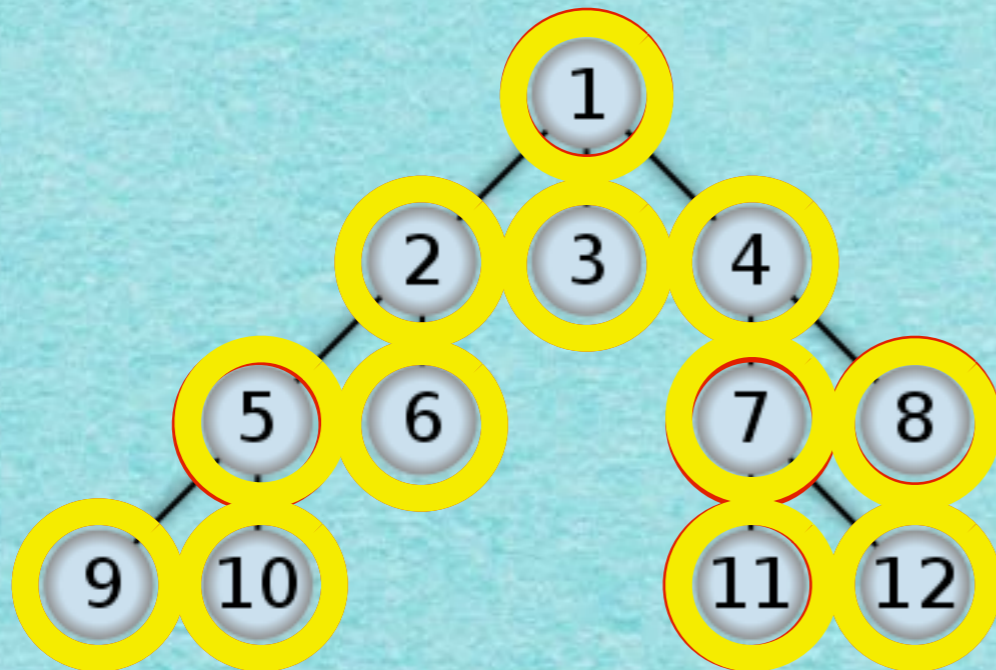
```

4   else  $kopf[Q] \leftarrow kopf[Q] + 1$ 
5   return  $x$ 

```



# Graphenscan mit WARTESCHLANGE



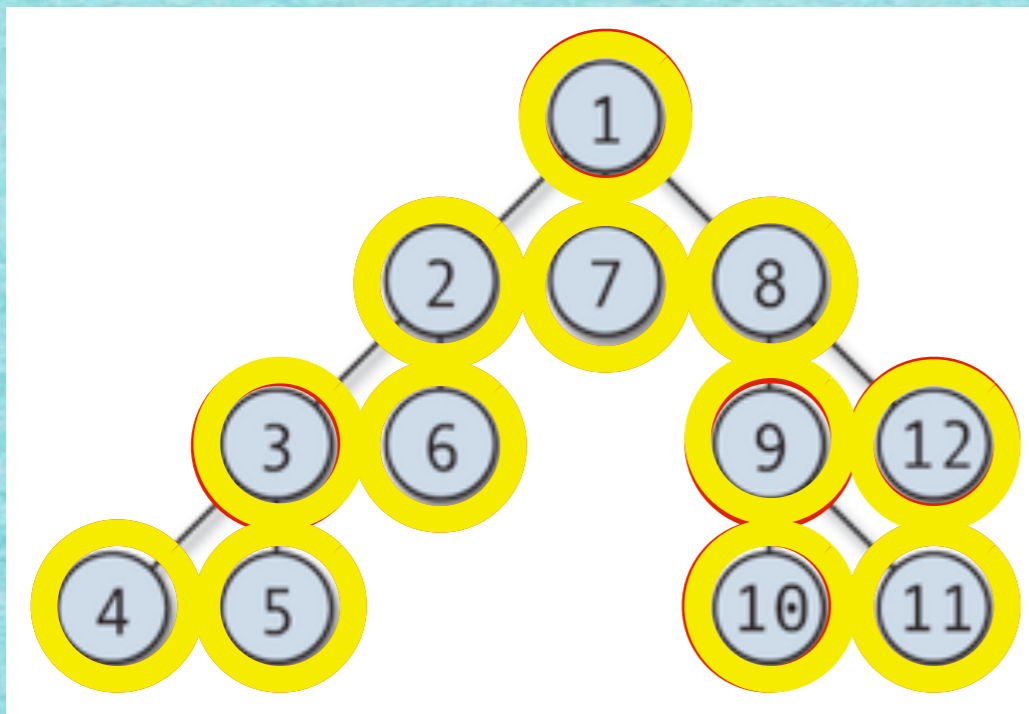
R: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

STOP!

BREITENSUCHE - "BREADTH-FIRST SEARCH" (BFS)



# Graphenscan mit STAPEL



R: 1, 2, 3, 4

STOP!

TIEFENSUCHE - "DEPTH-FIRST SEARCH" (DFS)



# Auf die Schnelle mit der Welle

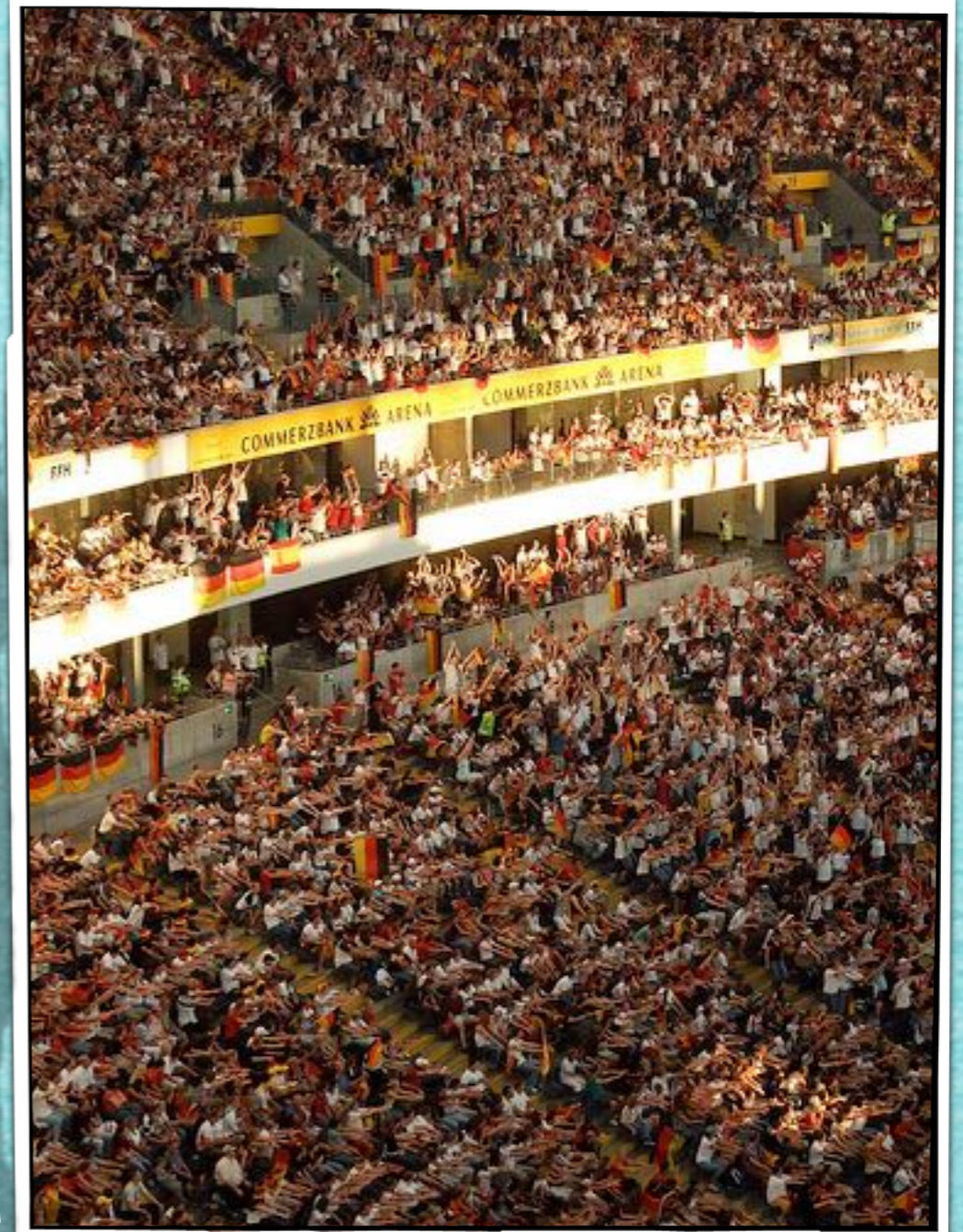
A. LOS bei „NULL“

B. Bis „ANGEKOMMEN!“:

- Solange du noch nicht aufgestanden warst:
  - ▶ Wenn ein oder mehrere direkte Nachbarn aufstehen:
    1. Einen dieser Nachbarn merken
    2. In der nächsten Runde:
      - 2.1. aufstehen
      - 2.2. Zahl merken
    3. In der übernächsten Runde hinsetzen

C. Nach „ANGEKOMMEN!“:

- Auf gemerkten Nachbarn zeigen





# Auf die Schnelle

## Auf die Schnelle mit der Welle

- A. LOS SAU „ANS!“
- B. Bei „ANGESCHWENN“
  - Solange du noch nicht aufgerufen wurdest
  - **WEGG!** oder mehrere direkt le bestimme Schichten
    - 1. Einen deiner Nachbarn markieren
    - 2. In der nächsten Runde
    - 2.1. aufstehen
    - 2.2. Zählmarken
    - 3. In der übernächsten Runde knien
- C. Nach „ANGESCHWENN“
  - Auf gemeinsamen Nachbarn zeigen



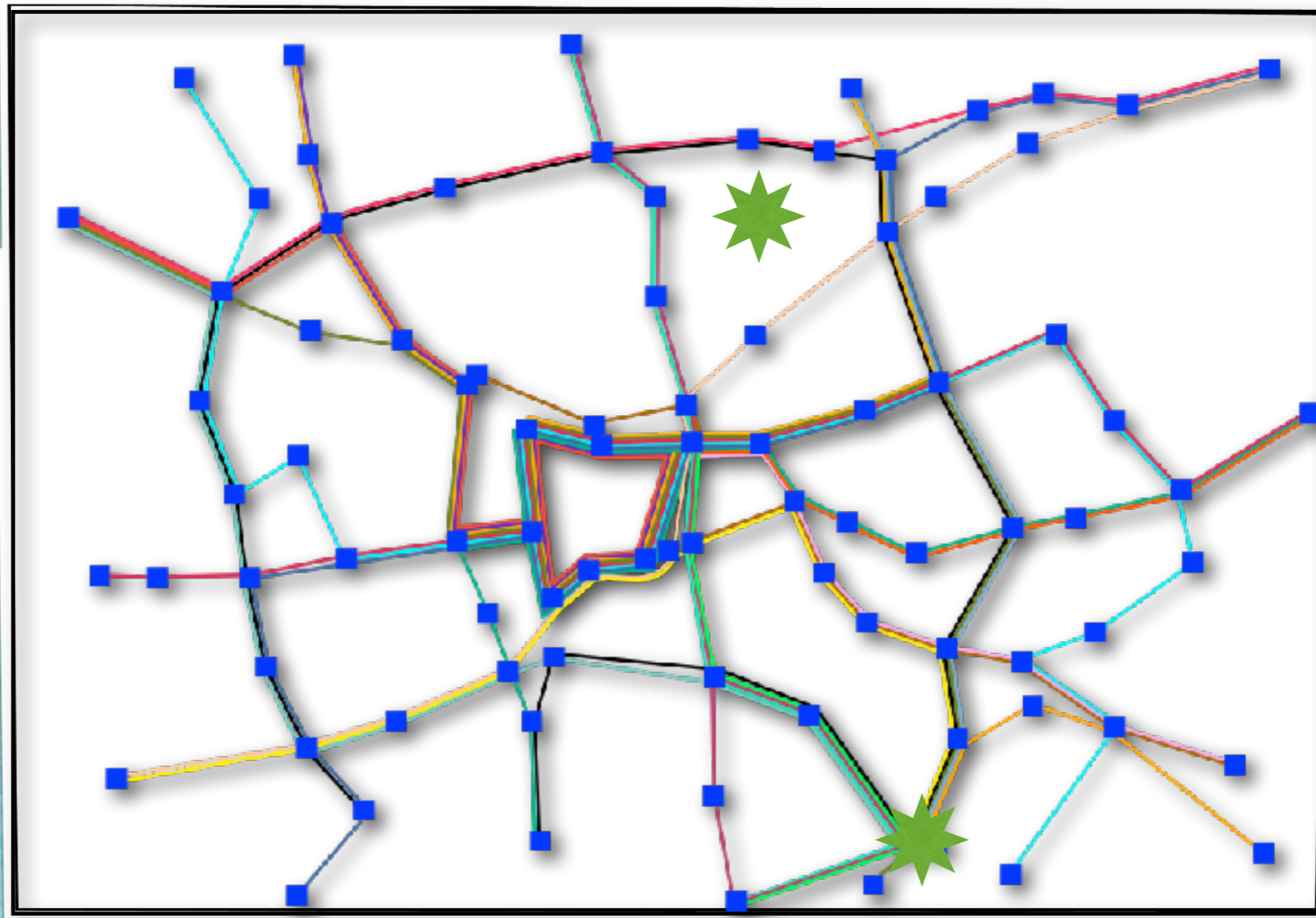
## Auf die Schnelle mit der Welle

- A. LOS SAU „ANS!“
- B. Bei „ANGESCHWENN“
  - Solange du noch nicht aufgerufen wurdest
  - **WEGG!** oder mehrere direkt le bestimme Schichten
    - 1. Einen deiner Nachbarn markieren
    - 2. In der nächsten Runde
    - 2.1. aufstehen
    - 2.2. zwei markieren
    - 3. In der übernächsten Runde knien
- C. Nach „ANGESCHWENN“
  - Auf gemeinsamen Nachbarn zeigen



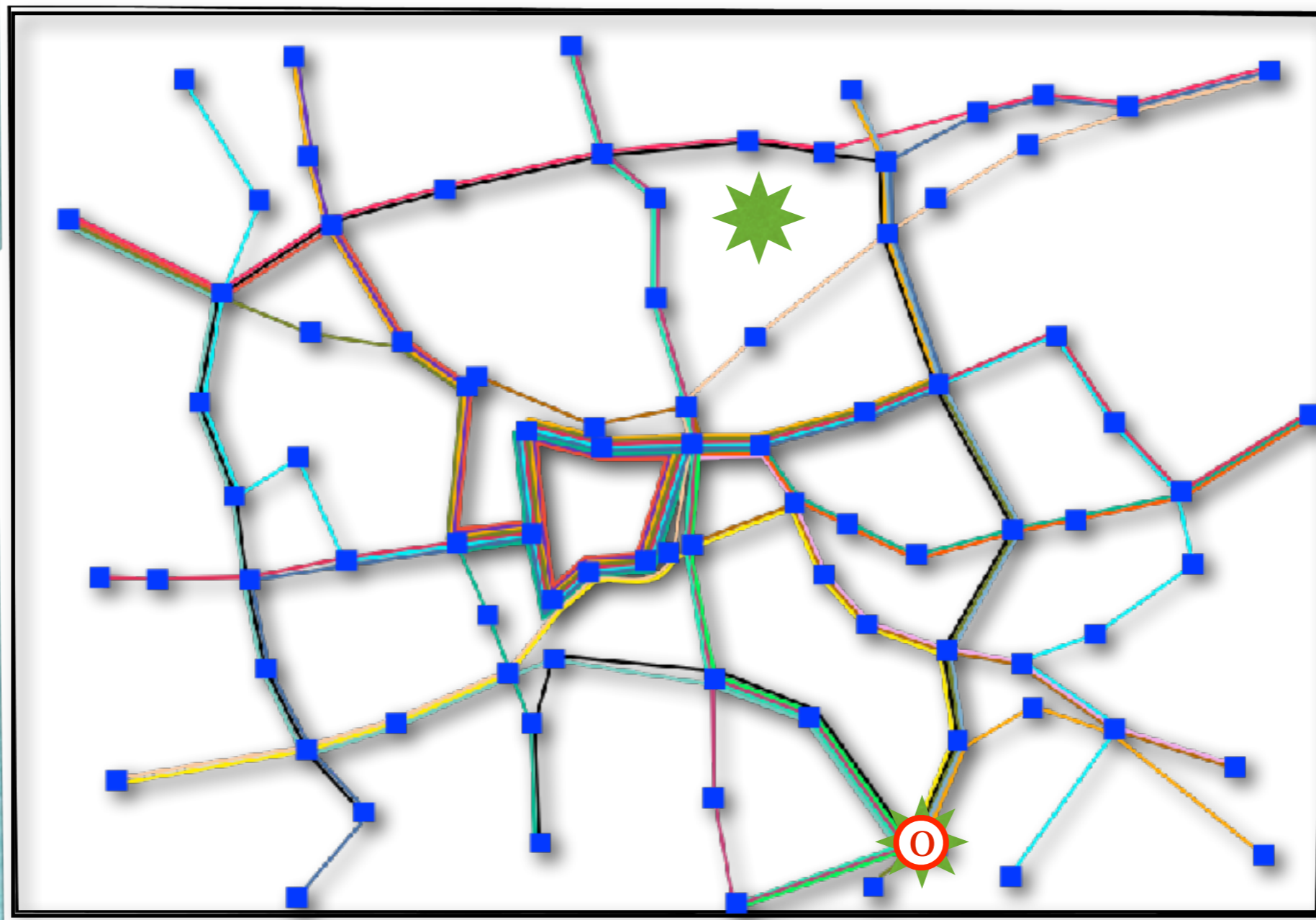


# Wellenreiten in Graphen



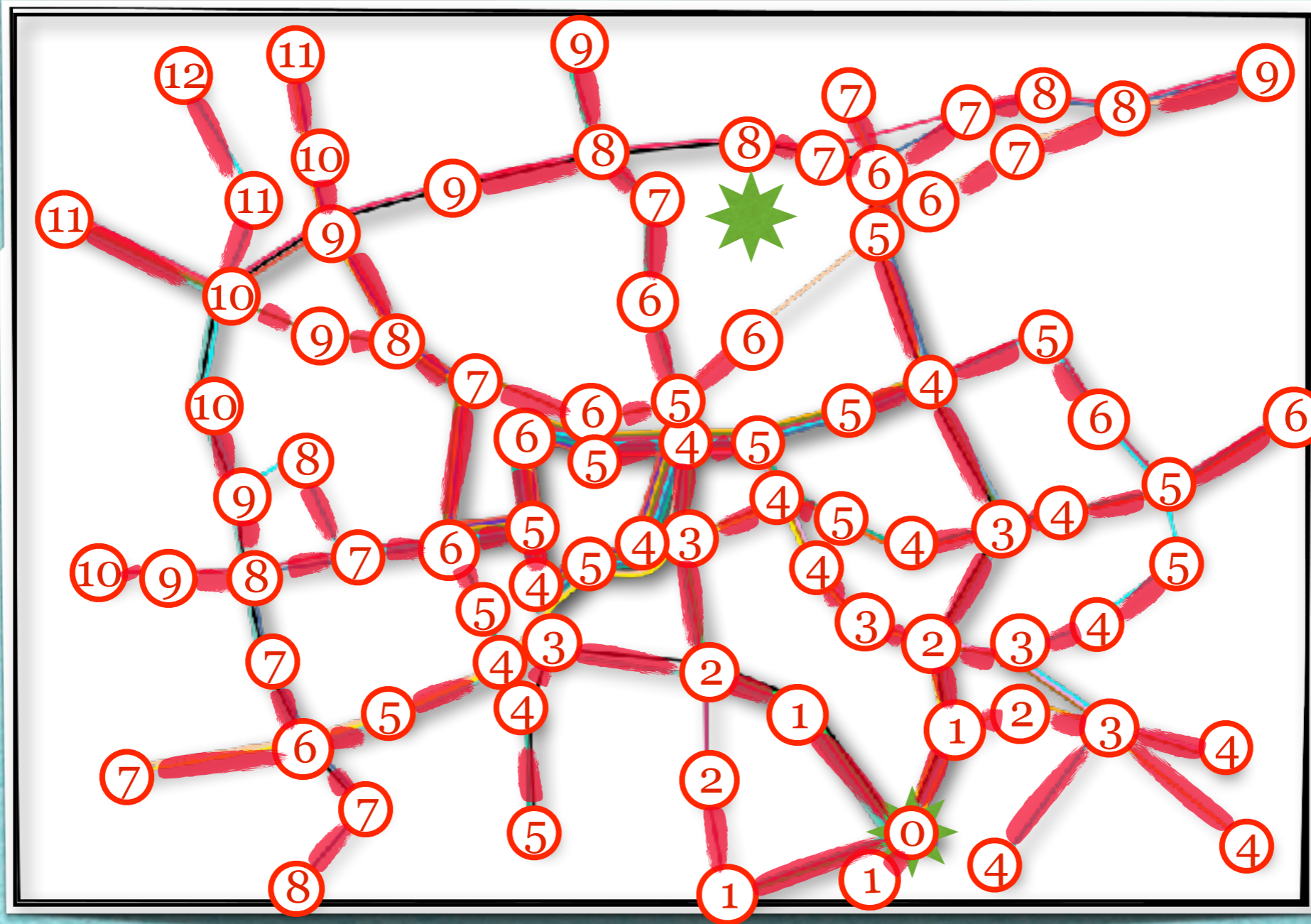


# Wellenreiten in Graphen



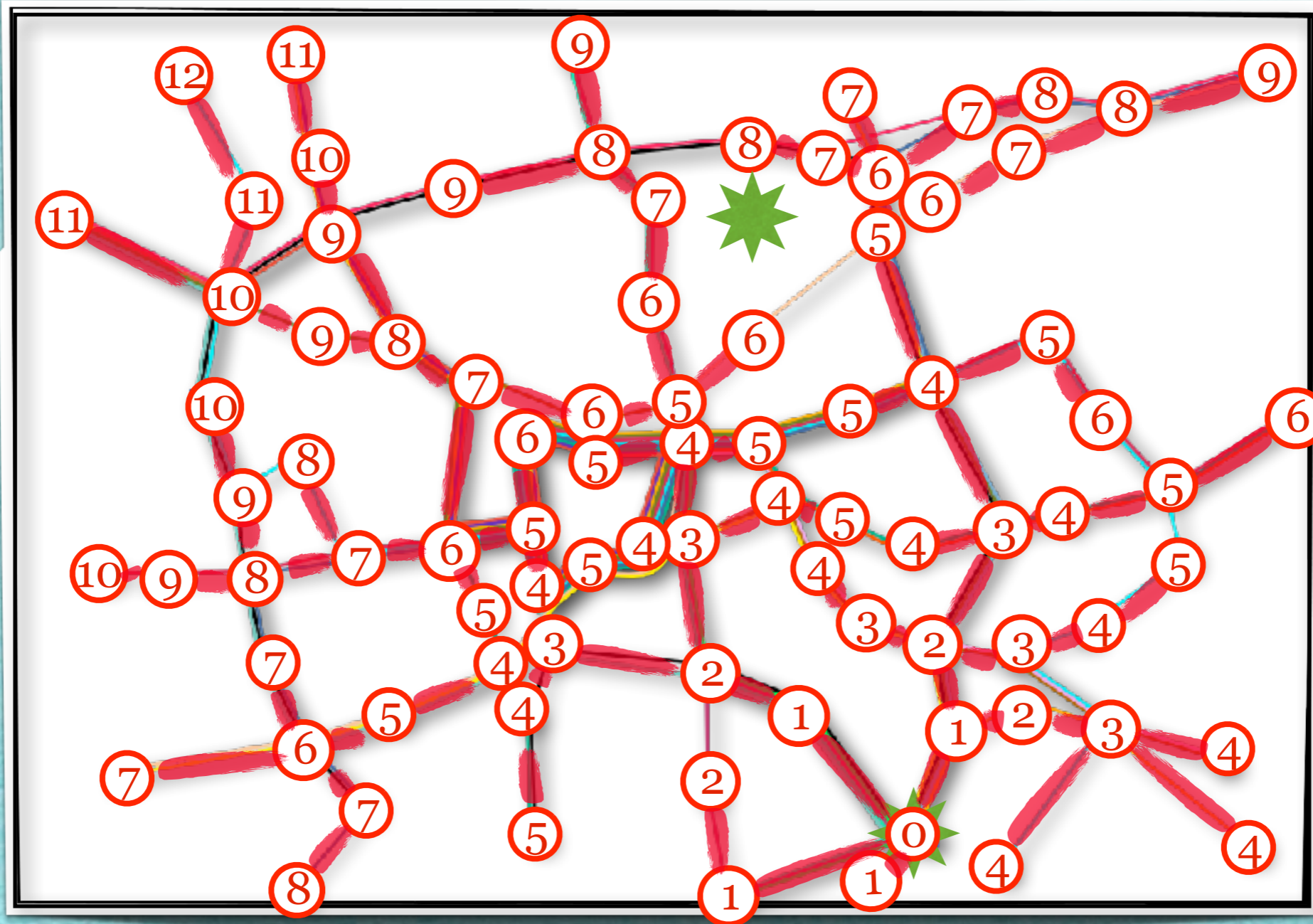


# Wellenreiten in Graphen





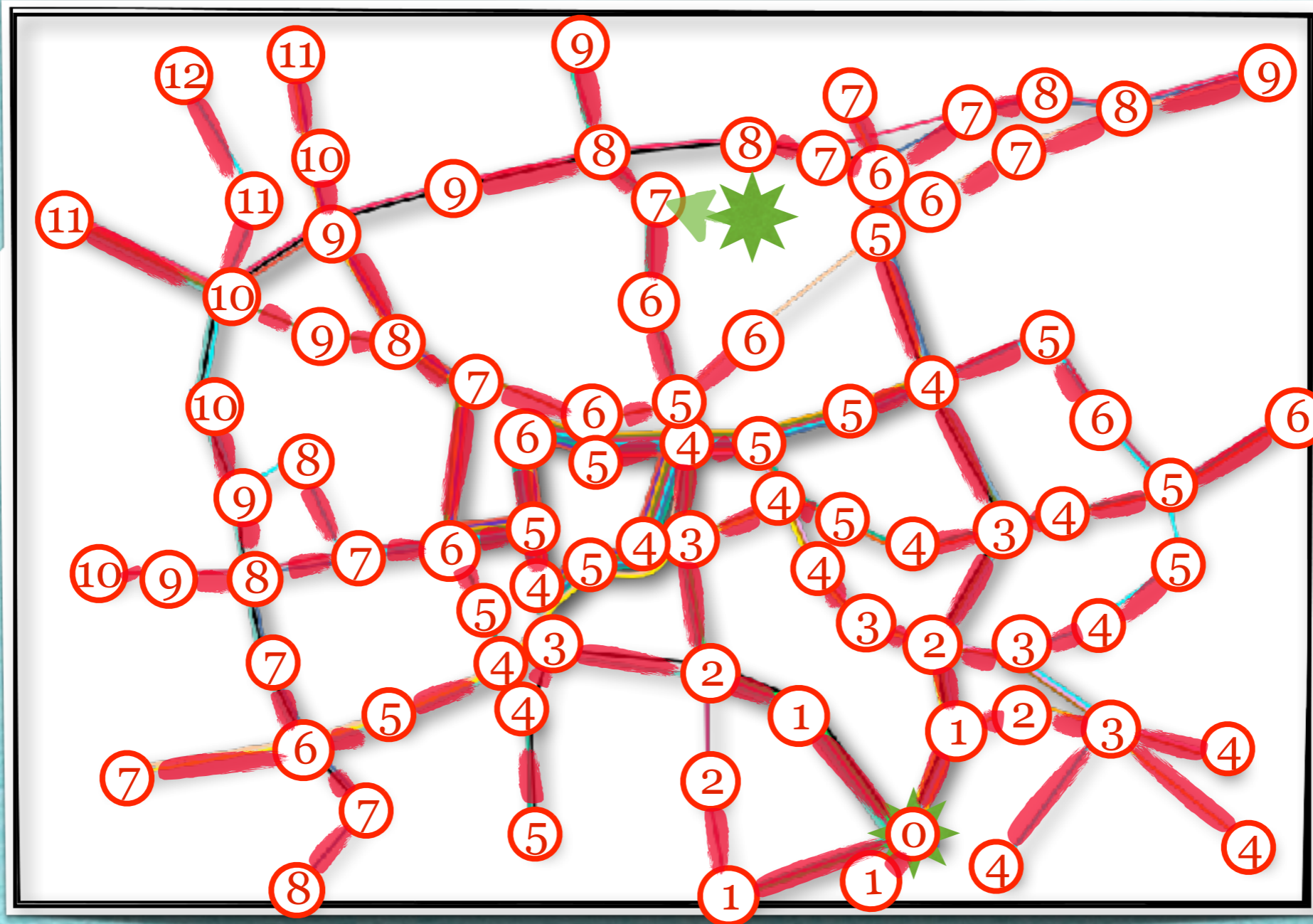
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche



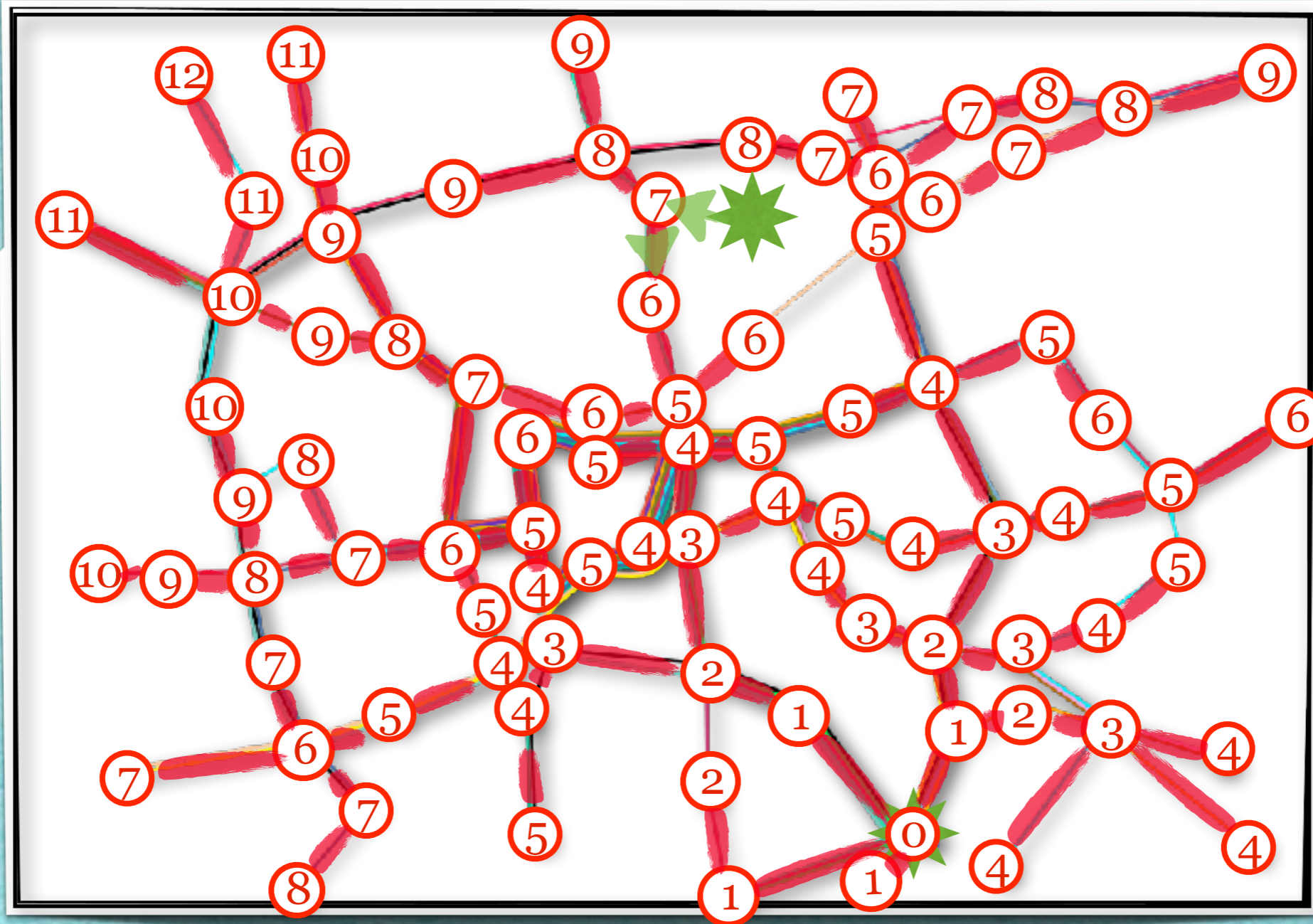
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche



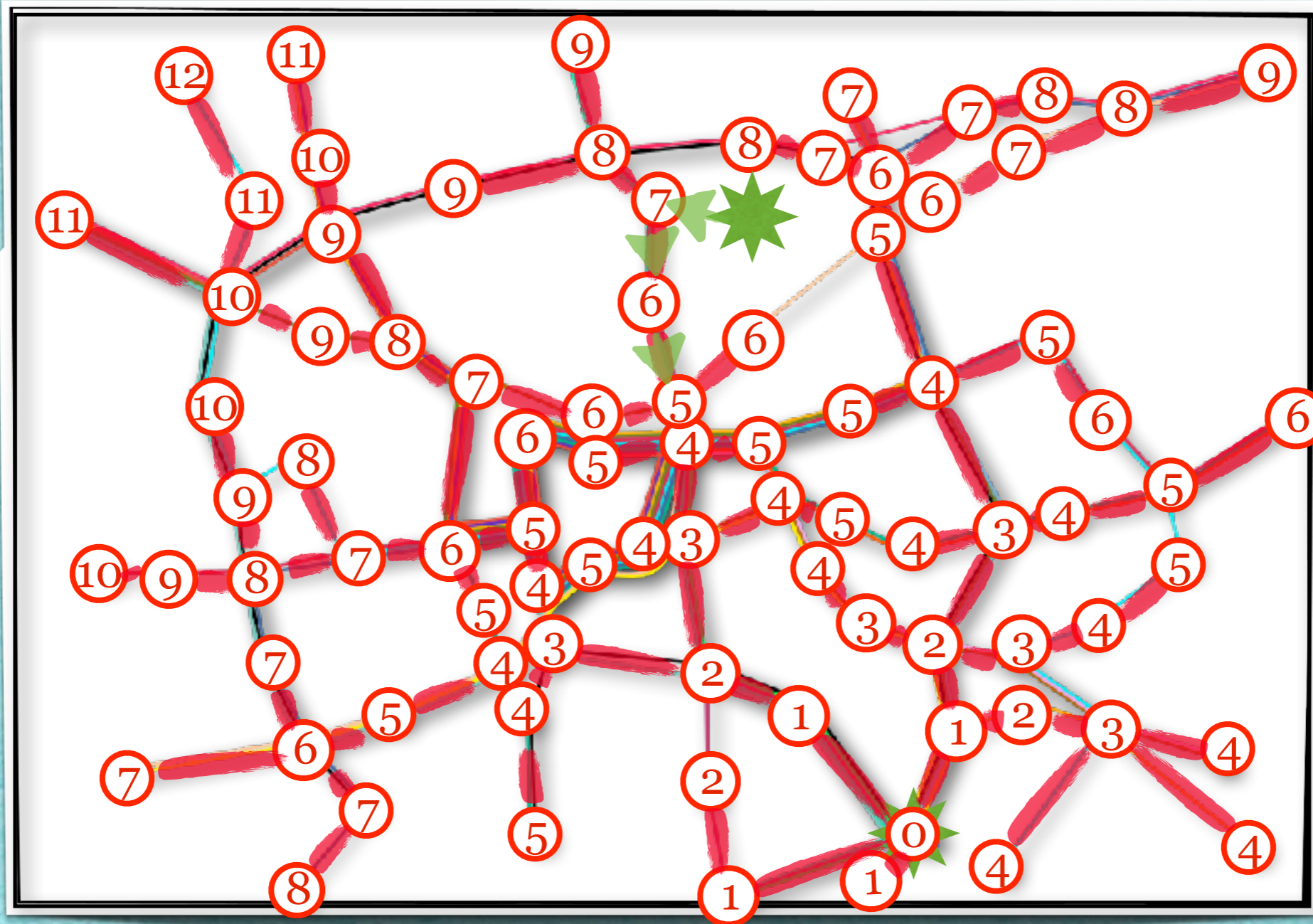
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche



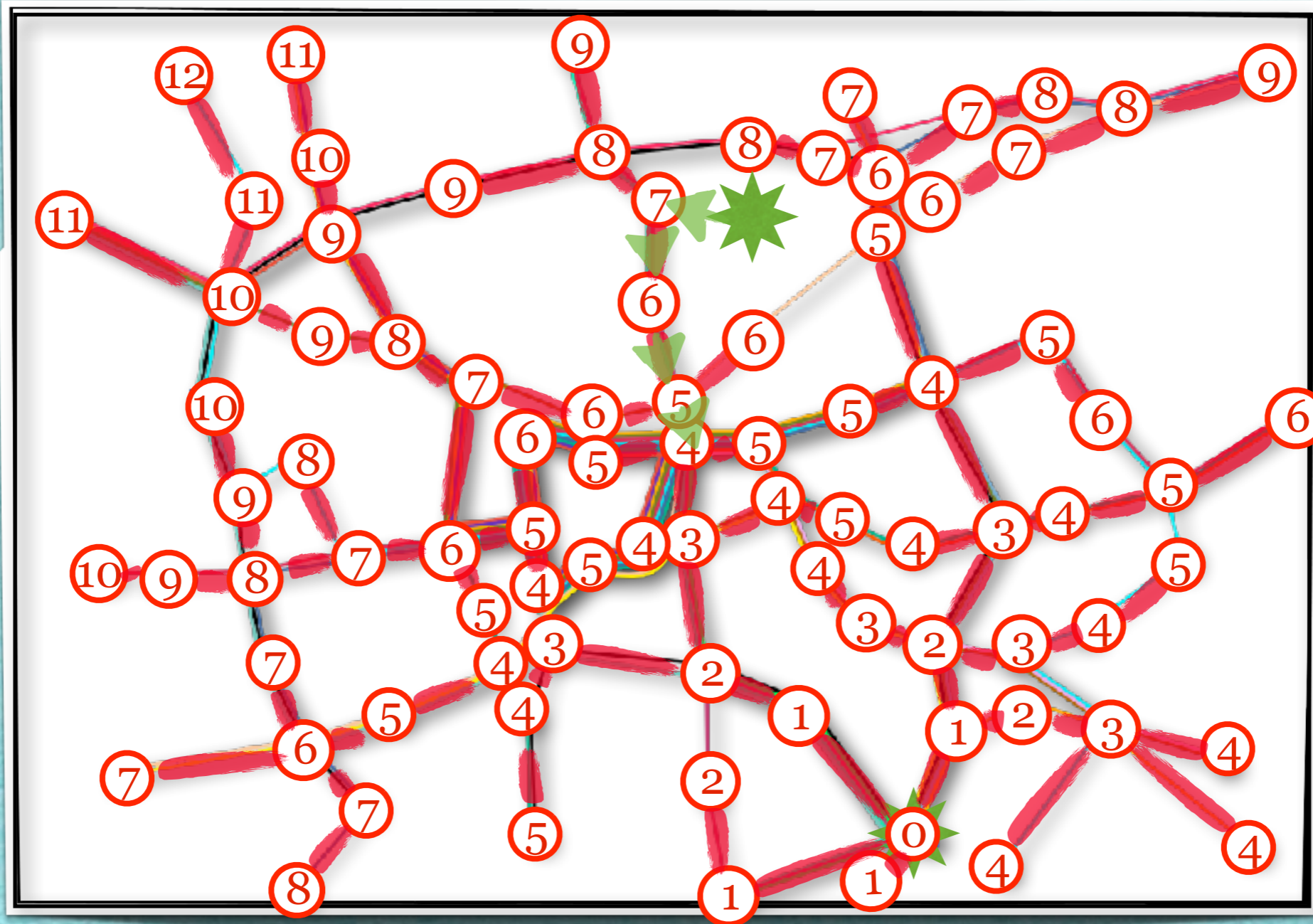
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche



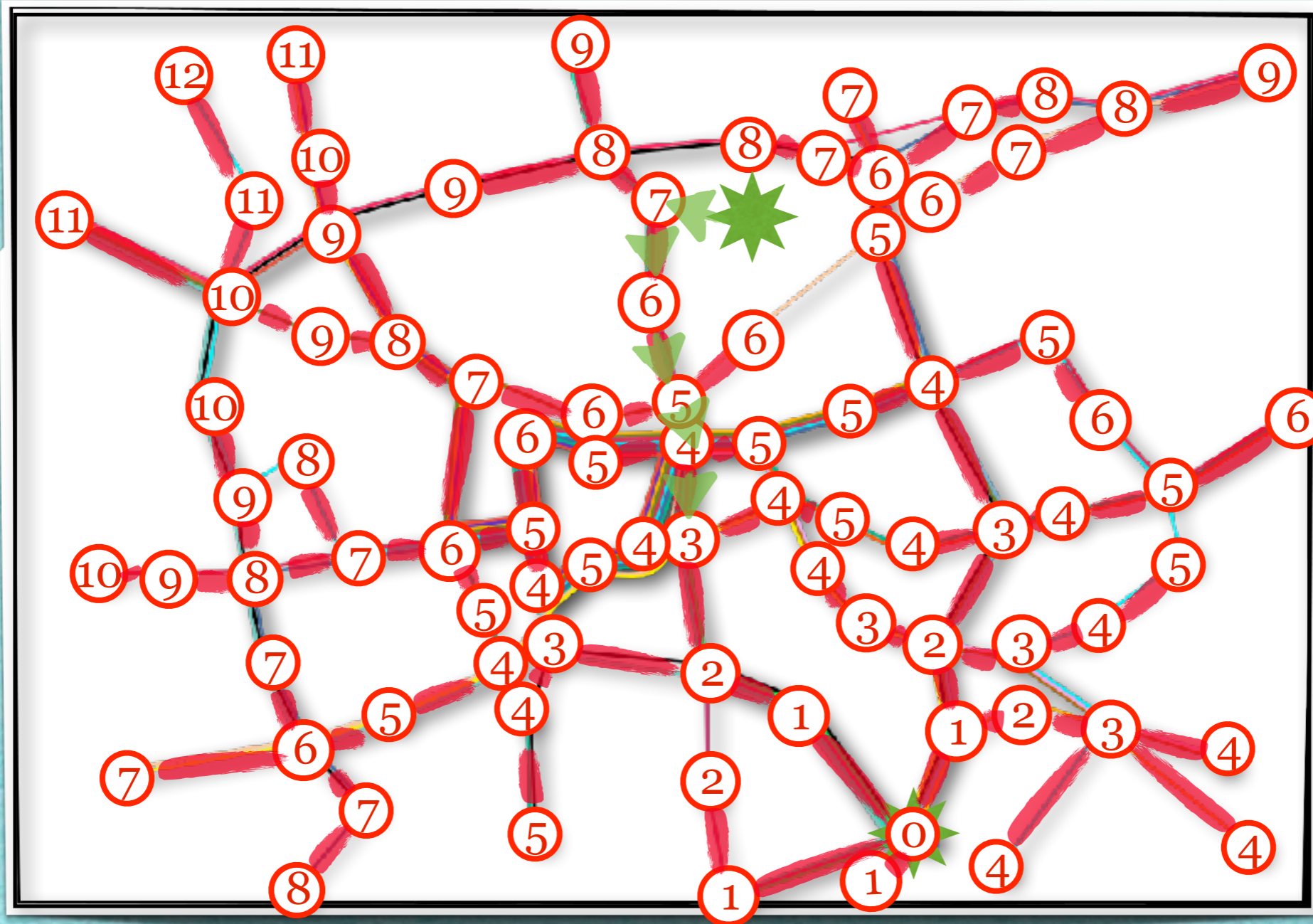
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche



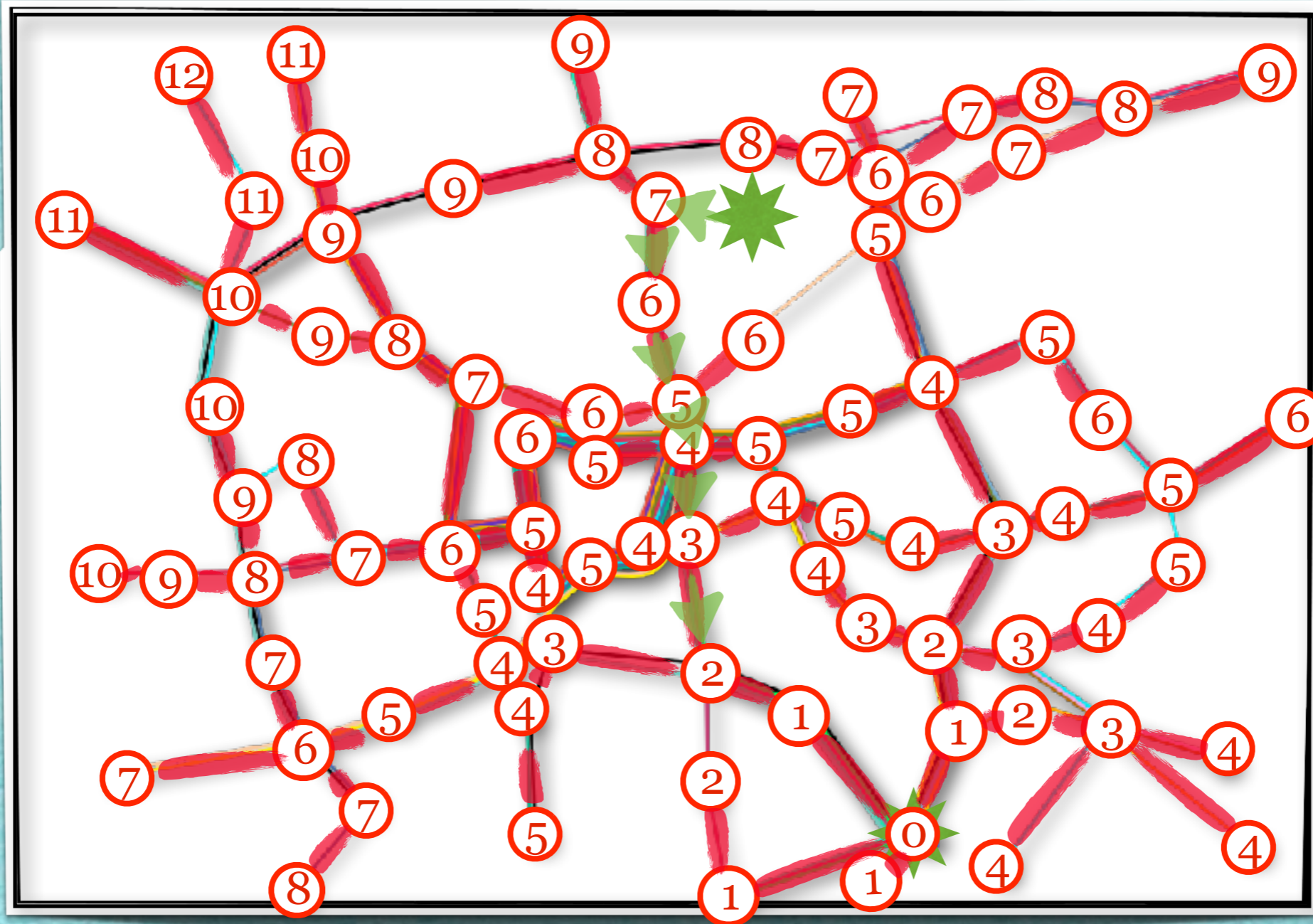
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche



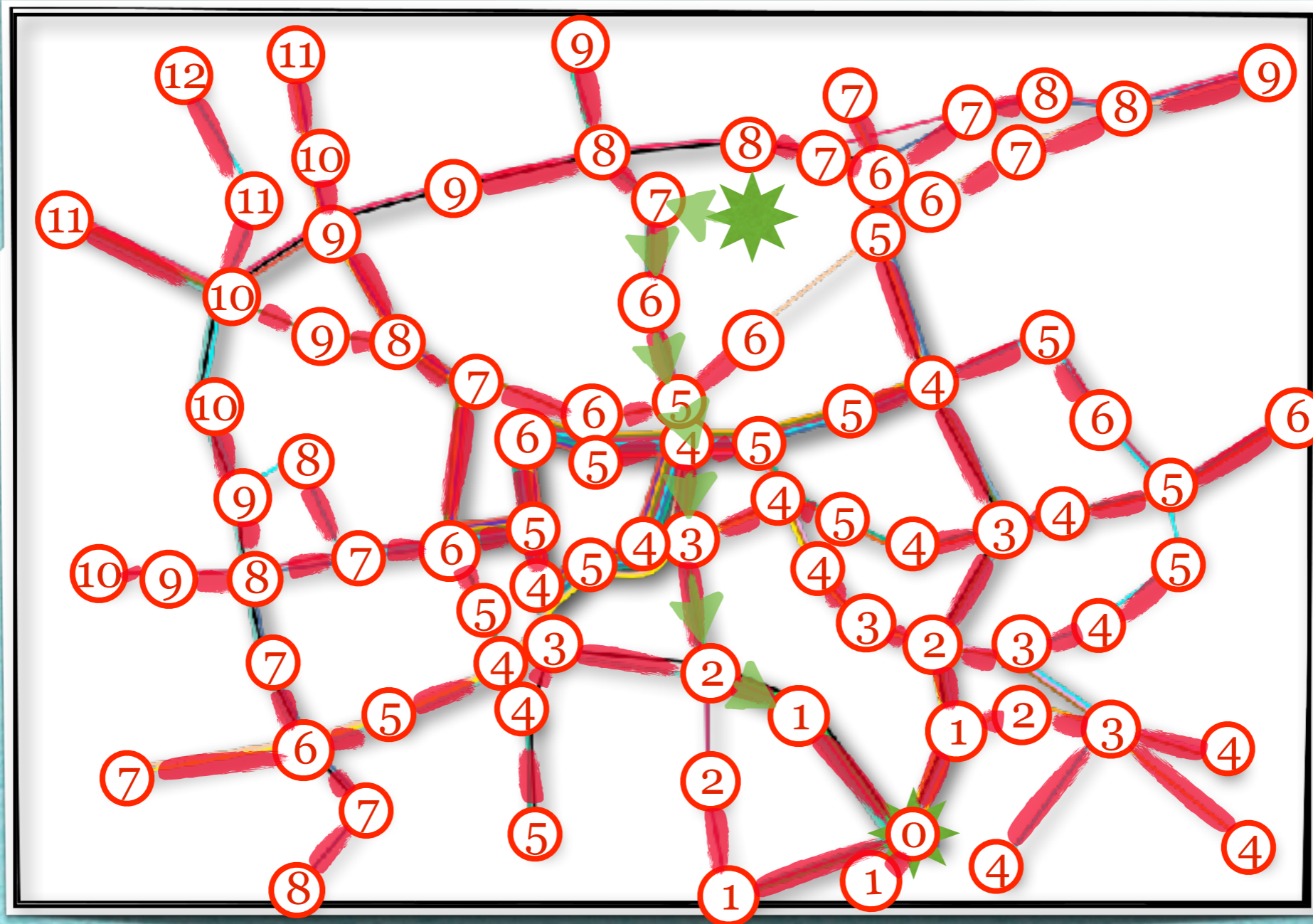
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche



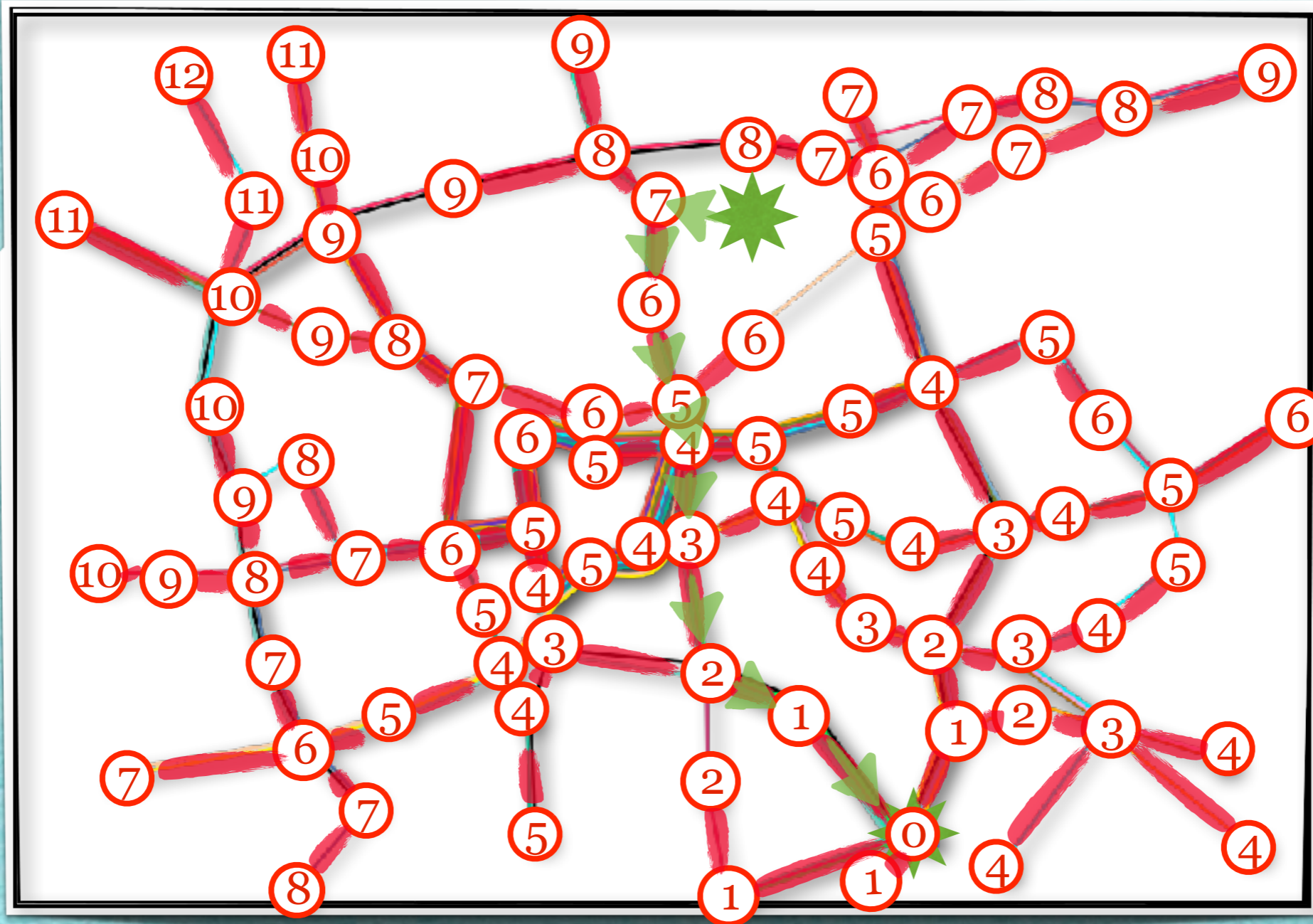
# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche

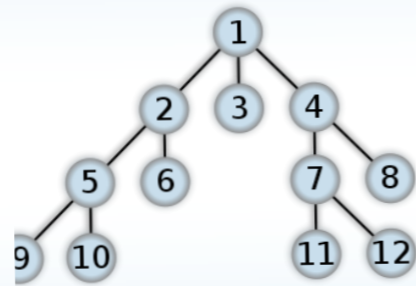


# Wellenreiten in Graphen



Breitensuche





# *Kapitel 3.6: Datenstrukturen für Graphen*

*Algorithmen und Datenstrukturen  
WS 2020/21*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**



# Algorithmus 3.7

INPUT: Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $s$

OUTPUT: Knotenmenge  $Y \subseteq V$ , die von  $s$  aus erreichbar ist,

Kantenmenge  $T \subseteq E$ , die die Erreichbarkeit sicherstellt

1. Sei  $R := \{s\}$ ,  $Y := \{s\}$ ,  $T := \emptyset$
2. WHILE ( $R \neq \emptyset$ ) DO {
  - 2.1. Wähle  $v \in R$
  - 2.2. IF (es gibt kein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ ) THEN
    - 2.2.1.  $R := R \setminus \{v\}$
  - 2.3. ELSE {
    - 2.3.1. Wähle ein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$
    - 2.3.2. Setze  $R := R \cup \{w\}$ ,  $Y := Y \cup \{w\}$ ,  $T := T \cup \{e\}$}
3. STOP



# Algorithmus 3.7

INPUT: Graph  $G = (V, E)$ , Knoten  $s$

OUTPUT: Knotenmenge  $Y \subseteq V$ , die von  $s$  aus erreichbar ist,

Kantenmenge  $T \subseteq E$ , die die Erreichbarkeit sicherstellt

1. Sei  $R := \{s\}$ ,  $Y := \{s\}$ ,  $T := \emptyset$
2. WHILE ( $R \neq \emptyset$ ) DO {
  - 2.1. Wähle  $v \in R$
  - 2.2. IF (es gibt kein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$ ) THEN
    - 2.2.1.  $R := R \setminus \{v\}$
  - 2.3. ELSE {
    - 2.3.1. Wähle ein  $w \in V \setminus Y$  mit  $e = \{v, w\} \in E$
    - 2.3.2. Setze  $R := R \cup \{w\}$ ,  $Y := Y \cup \{w\}$ ,  $T := T \cup \{e\}$}
3. STOP



# A & D

I get the job done.  
What the hell do you  
want?

CAN YOU MAKE IT  
WITHOUT KILLING  
YOURSELF?



**Algorithmus**

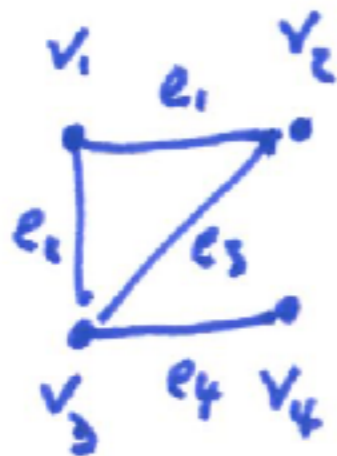
**DATENSTRUKTUR**







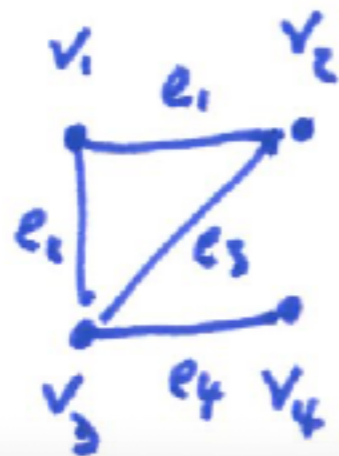
(1) Inzidenzmatrix



$$\begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{matrix} \begin{pmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



(1) Incidenzmatrix

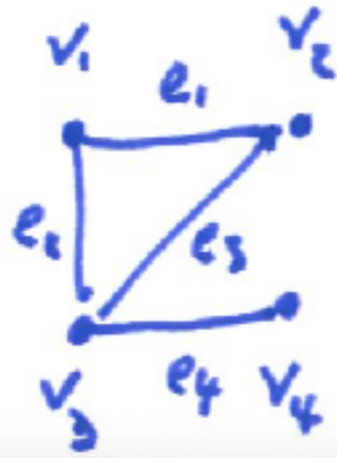


$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ v_1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Größe:  $n \times m$  für einen Graphen mit  $n$  Knoten,  $m$  Kanten.



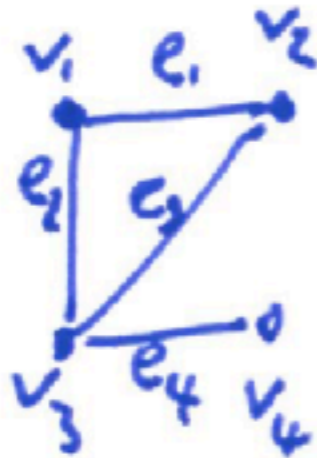
(1) Incidenzmatrix



$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ v_1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Größe:  $n \times m$  für einen Graphen mit  $n$  Knoten,  $m$  Kanten.

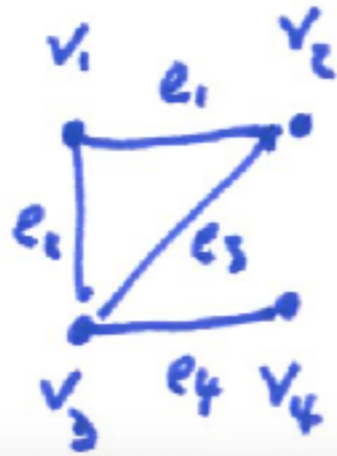
(2) Adjazenzmatrix



$$\begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ v_1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$



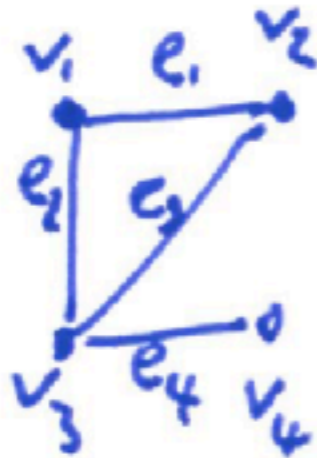
(1) Incidenzmatrix



$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ v_1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Größe:  $nm$  für einen Graphen mit  $n$  Knoten,  $m$  Kanten.

(2) Adjazenzmatrix



$$\begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \\ v_1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ v_2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

Größe:  $n^2$  für einen Graphen mit  $n$  Knoten.

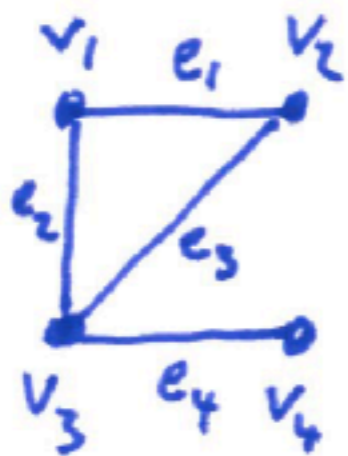






(3)

Kantenliste



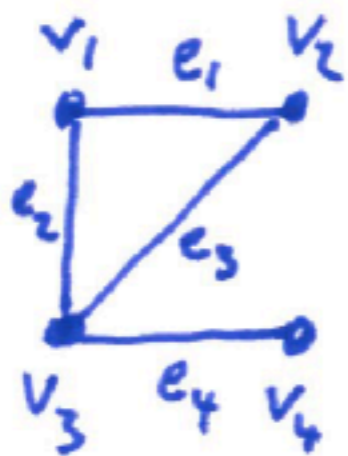
$\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}$

Benötigt wird eine Kantennummerierung!



(3)

Kantenliste



$\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}$

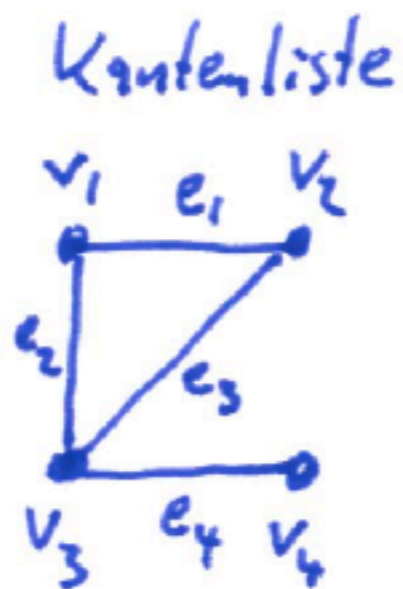
Benötigt wird eine Kantennummerierung!

$$b = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

$$d = \lfloor \log_{10} n \rfloor + 1$$



(3)



$\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}$

Benötigt wird eine Kantennummerierung!

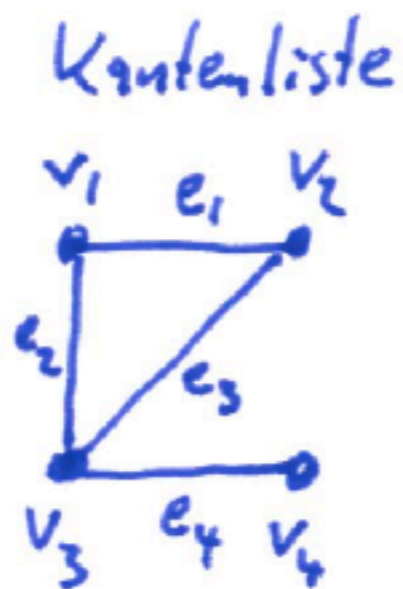
$$b = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

$$d = \lfloor \log_{10} n \rfloor + 1$$

$$(2^{m-1}) + 2^m (\lfloor \log_2 n \rfloor + 1)$$



(3)



$\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_4\}$

Berötigt wird eine Kantennummerierung!

$$b = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$

$$d = \lfloor \log_{10} n \rfloor + 1$$

$$(2m-1) + 2m (\lfloor \log_2 n \rfloor + 1)$$

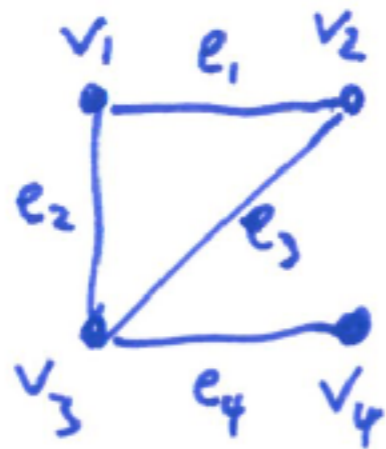
In  $m \log n$  steckt das Wesen der Kantenliste







(4) Adjazenzliste



$V_1: v_2, v_3;$

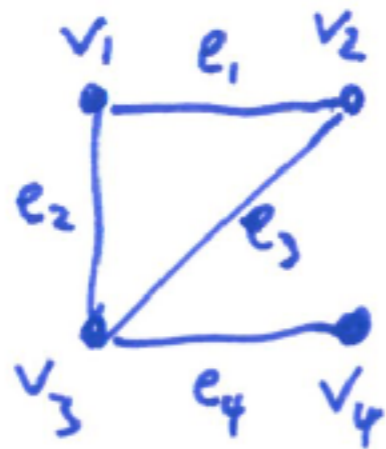
$V_2: v_1, v_3;$

$V_3: v_1, v_2, v_4;$

$V_4: v_3;$



(4) Adjazenzliste



$V_1: V_2, V_3;$

$V_2: V_1, V_3;$

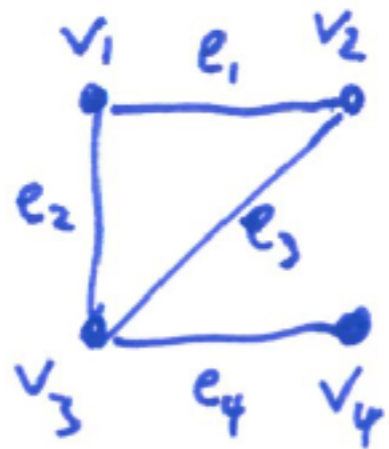
$V_3: V_1, V_2, V_4;$

$V_4: V_3;$

↓            ↓            ↓            ↓  
 $V_2, V_3;$     $V_1, V_3;$     $V_1, V_2, V_4;$     $V_3$



(4) Adjazenzliste



$V_1: V_2, V_3;$

$V_2: V_1, V_3;$

$V_3: V_1, V_2, V_4;$

$V_4: V_3;$

↓            ↓            ↓            ↓  
 $V_2, V_3;$     $V_1, V_3;$     $V_1, V_2, V_4;$     $V_3$

$$\log_2 \left\lfloor \left( 2n + 4m + n(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) + 2m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) \right) \right\rfloor + 1$$

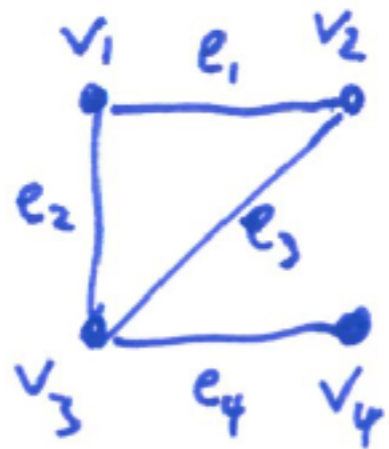


$$\lceil \log_{10} \left( 2n + 4m + n \left( \lfloor \log_{10} n \rfloor + 1 \right) + 2m \left( \lfloor \log_{10} n \rfloor + 1 \right) \right) \rceil + 1$$

$$\leq \log_2 \left( 9m \left( n + 1 \right) \right) + 1$$



(4) Adjazenzliste



$V_1: v_2, v_3;$

$V_2: v_1, v_3;$

$V_3: v_1, v_2, v_4;$

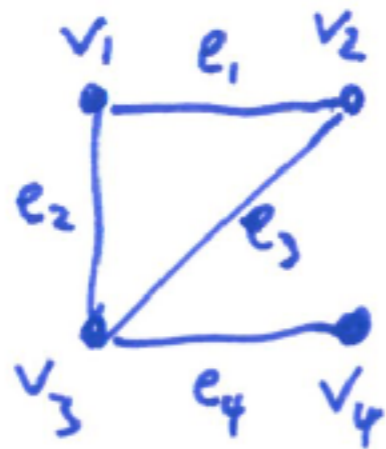
$V_4: v_3;$

↓            ↓            ↓            ↓  
 $v_2, v_3;$     $v_1, v_3;$     $v_1, v_2, v_4;$     $v_3$

$$\log_2 \left\lfloor \left( 2n + 4m + n(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) + 2m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) \right) \right\rfloor + 1$$



(4) Adjazenzliste



$V_1: v_2, v_3;$

$V_2: v_1, v_3;$

$V_3: v_1, v_2, v_4;$

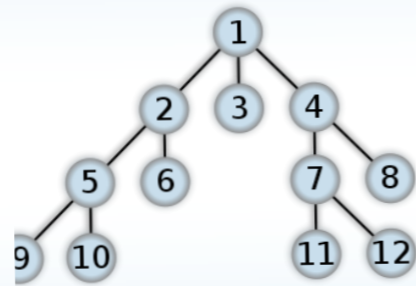
$V_4: v_3;$

↓            ↓            ↓            ↓  
 $v_2, v_3;$     $v_1, v_3;$     $v_1, v_2, v_4;$     $v_3$

$$\log_2 \left[ \left( 2n + 4m + n(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) + 2m(\lfloor \log_2 n \rfloor + 1) \right) \right] + 1$$

$$\Theta(n \log m + m \log n) = \Theta(m \log n)$$

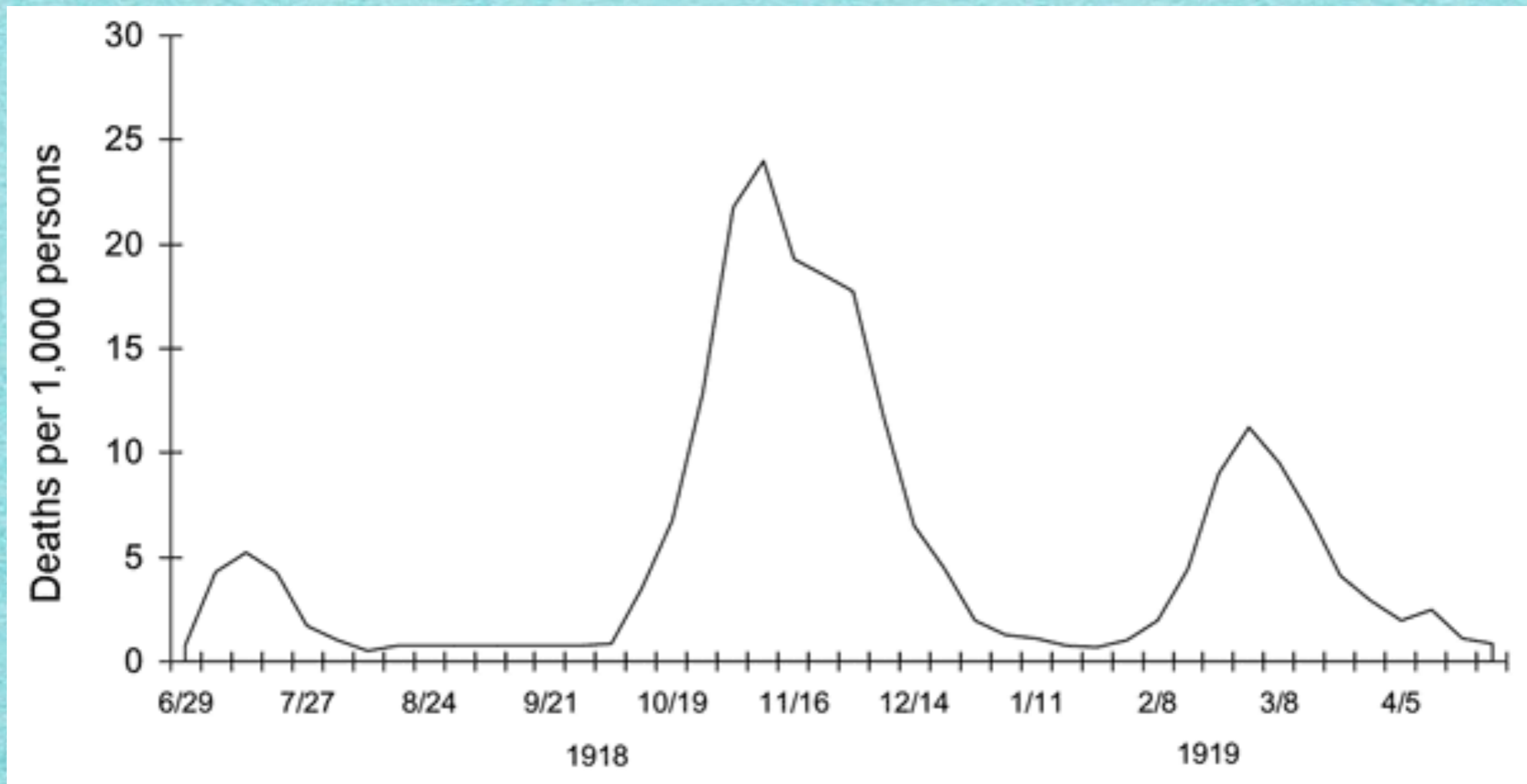




*Kapitel 3.7:*  
*Wachstum von Funktionen*  
*Algorithmen und Datenstrukturen*  
*WS 2020/21*

**Prof. Dr. Sándor Fekete**

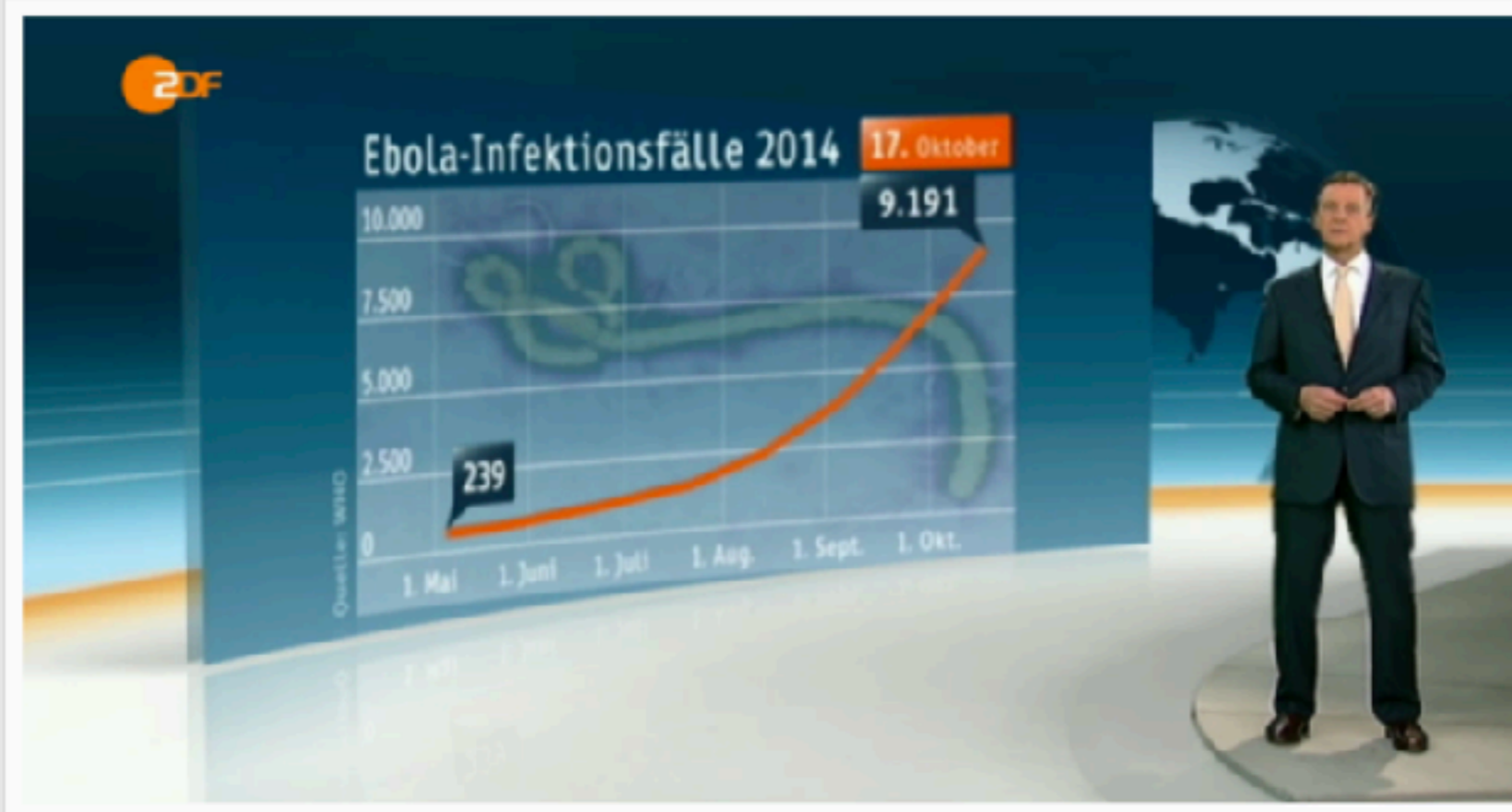






## Vorlesung 9

- **Datum:** Mittwoch, 27.11.2019
- **Inhalt:** Wachstum von Funktionen; O-Notation
- **Notizen:** [HIER](#) (PDF, 1.0MB)
- **Weitere Links:**
  - [Wikipedia-Seite: Spieltheorie](#)
  - [Wikipedia-Seite: Gefangenendilemma](#)
  - [Die tanzenden Roboter](#)
  - [Die Theorie dahinter](#)



(Für Tonspur auf Bild klicken - und über den Unterschied von  $t^2$  und  $2^t$  nachdenken: Der Aufwand vervierfacht sich nicht nur, sondern quadriert sich!)

[Wikipedia zum Ersten Weltkrieg](#)

[Wikipedia zur Spanischen Grippe](#)

[Wikipedia zur Pest](#)

[Wikipedia zur asymptotischen Notation](#)





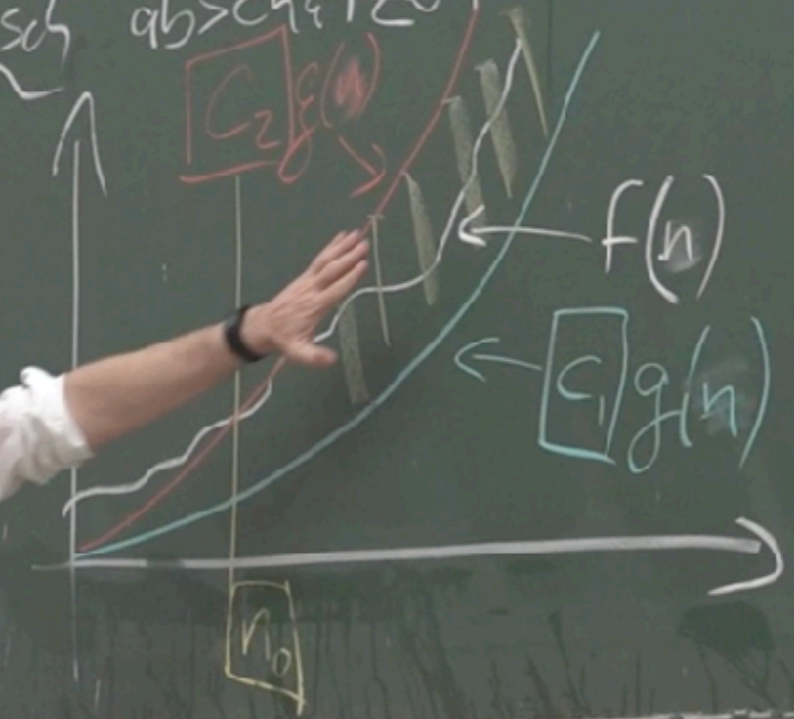


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



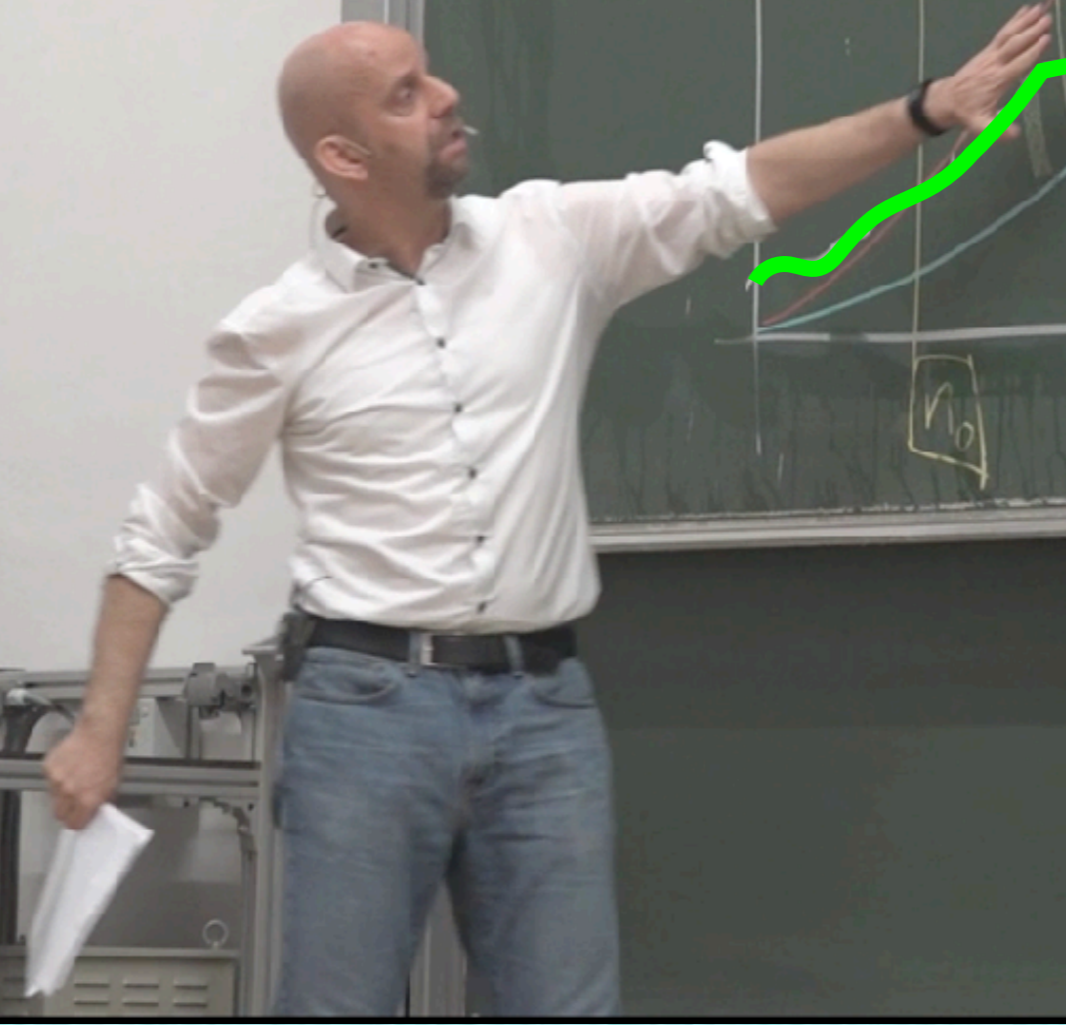
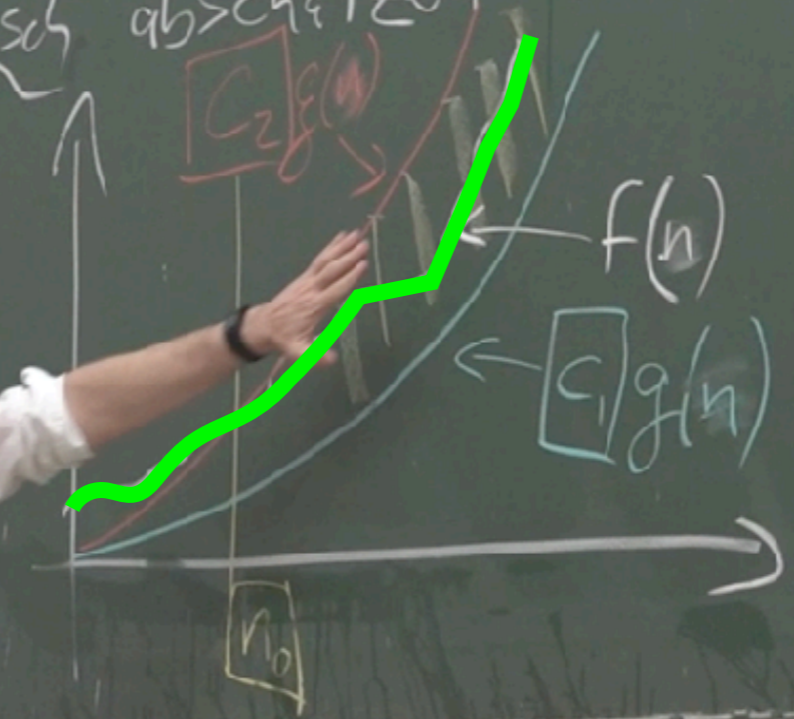


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



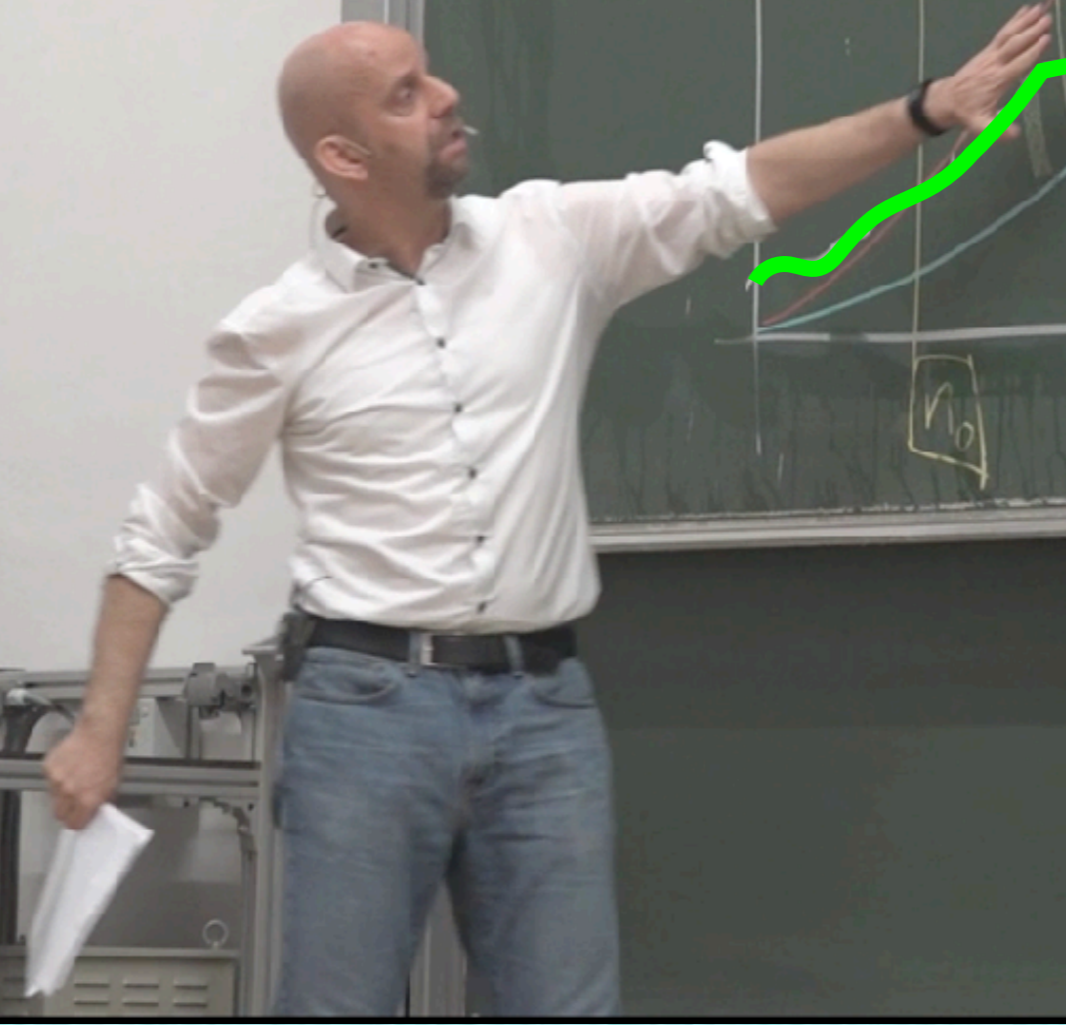
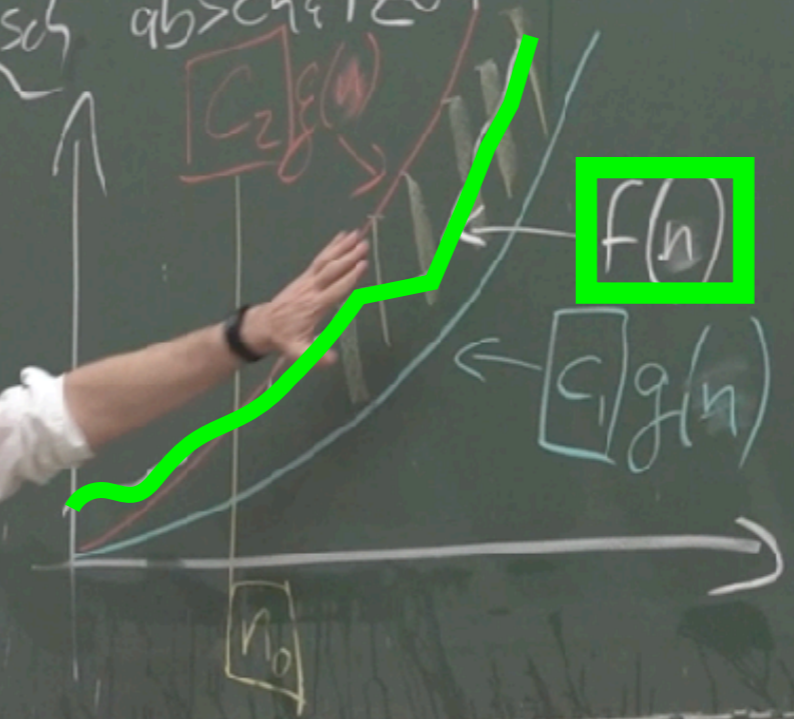


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



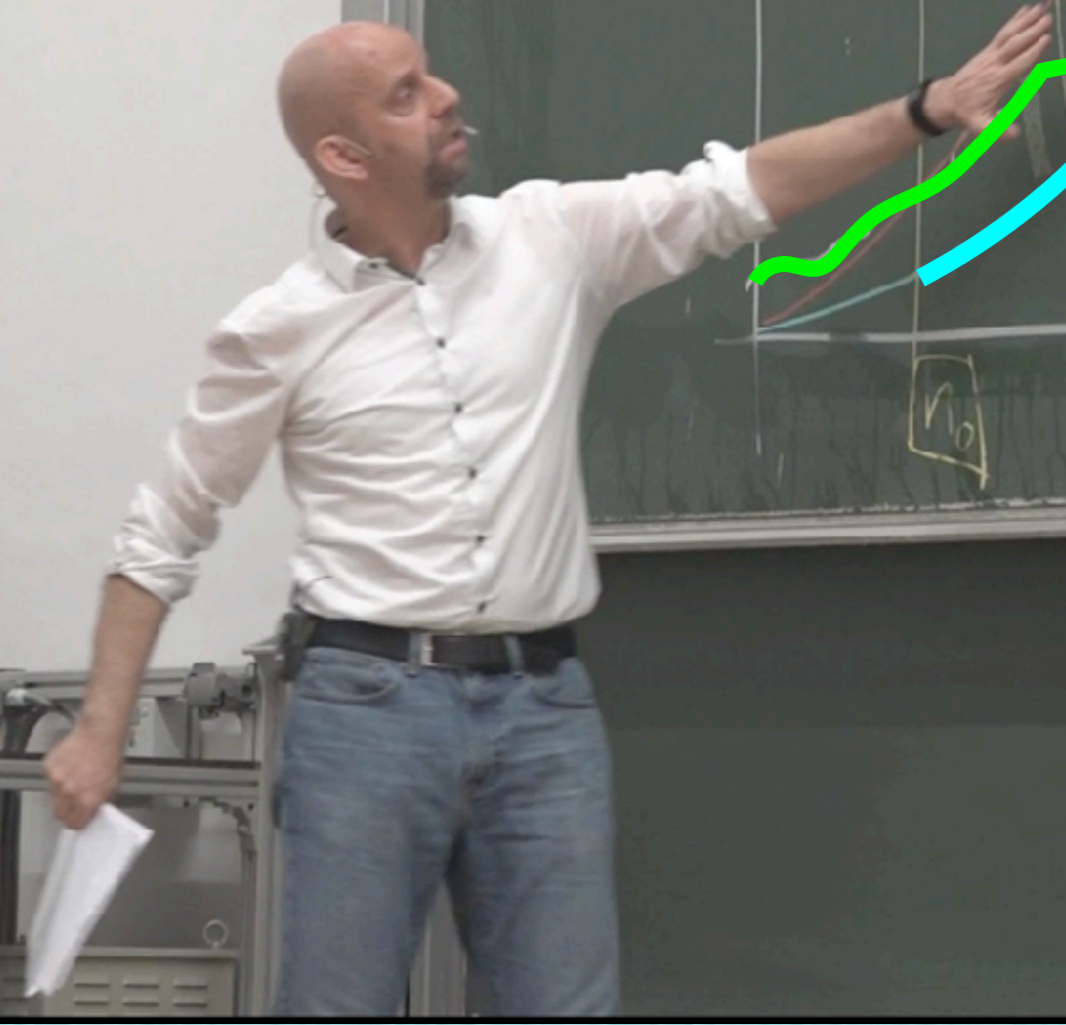
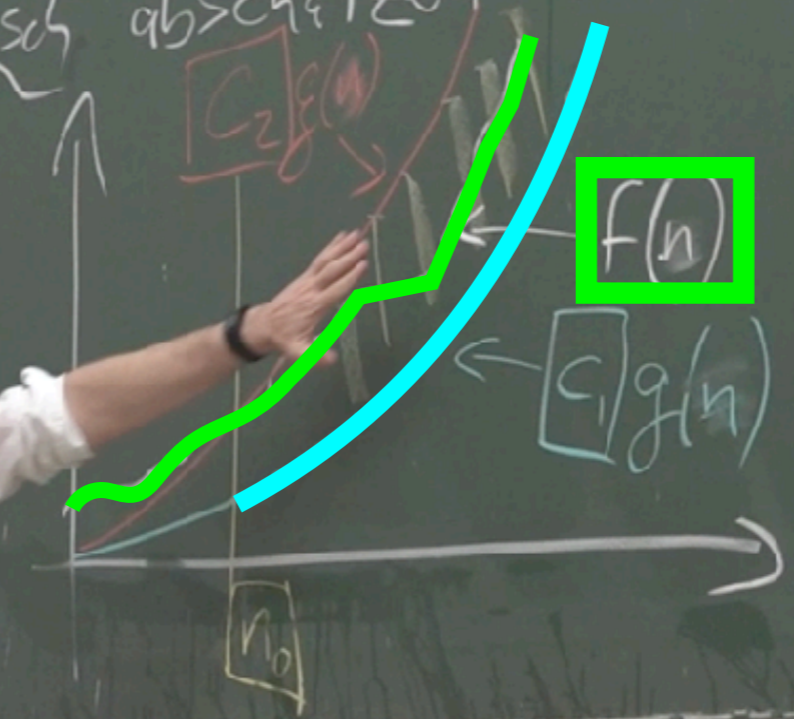


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



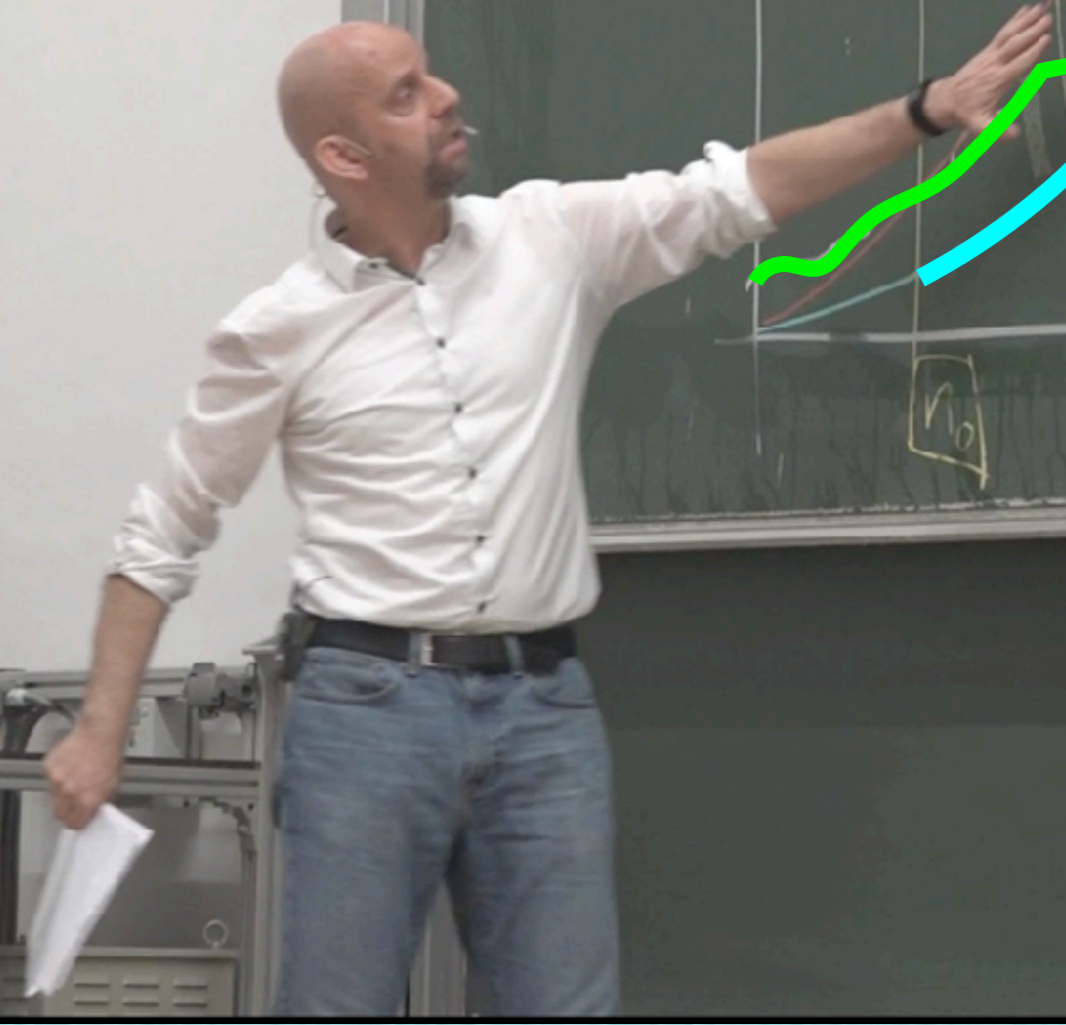
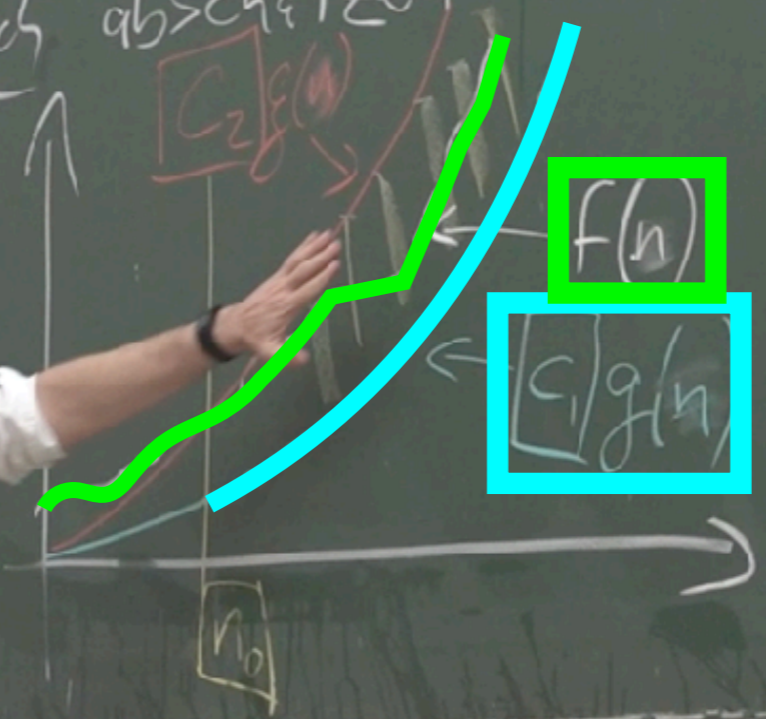


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



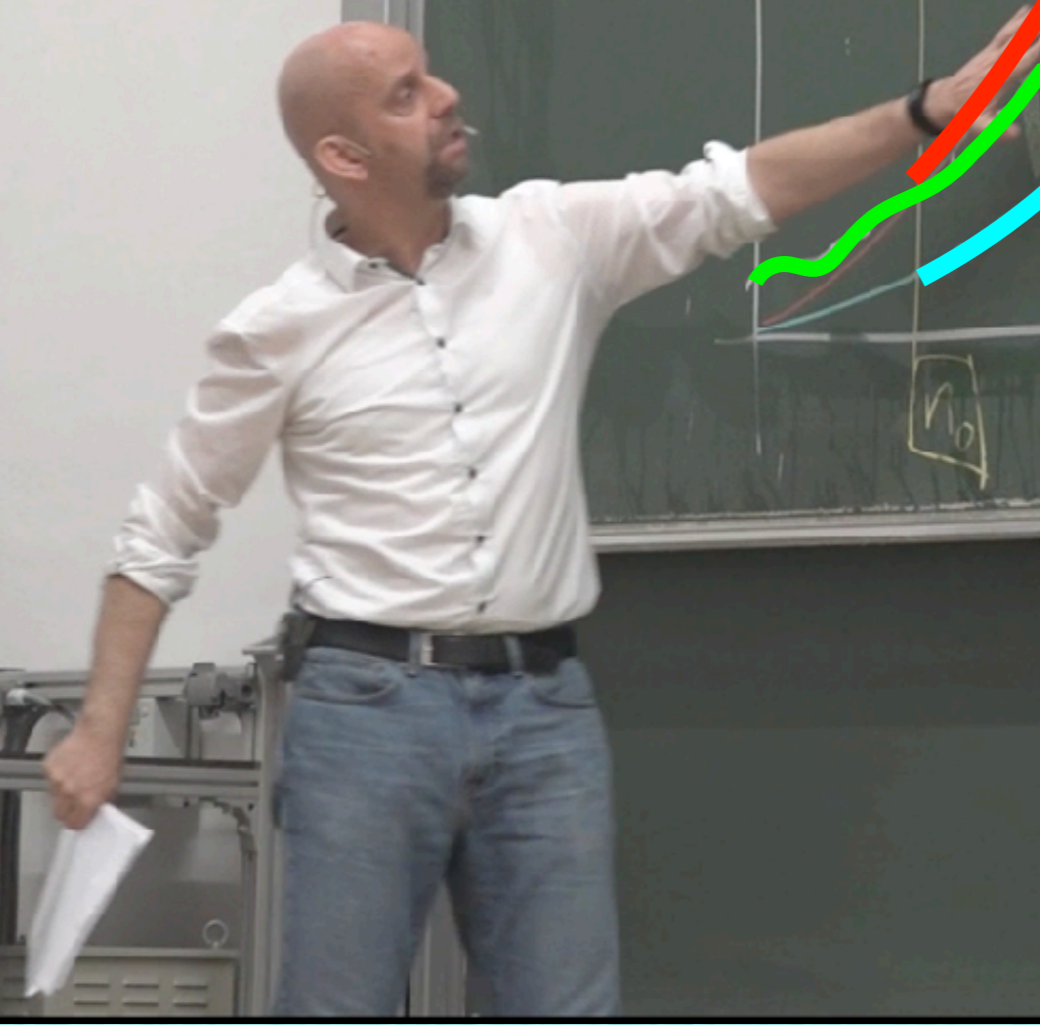
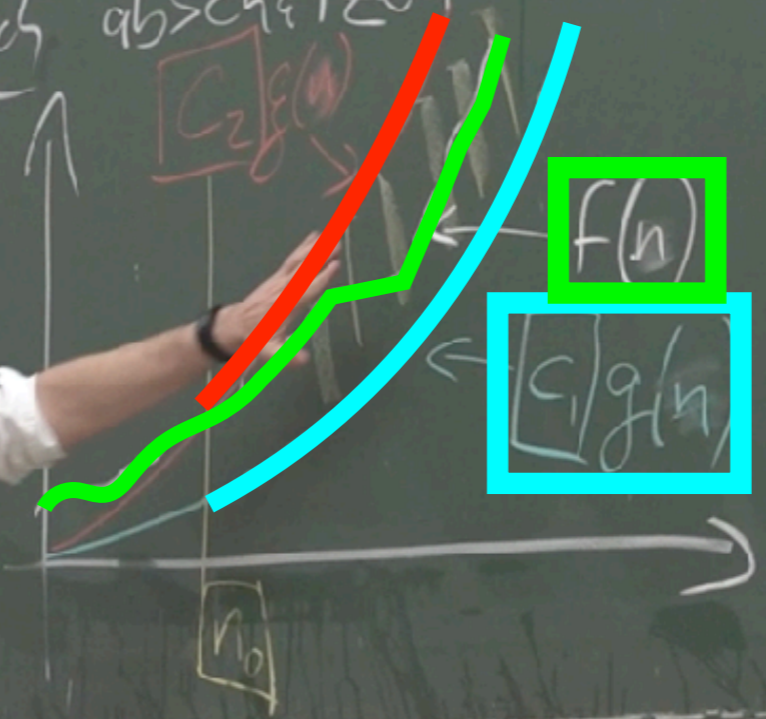


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



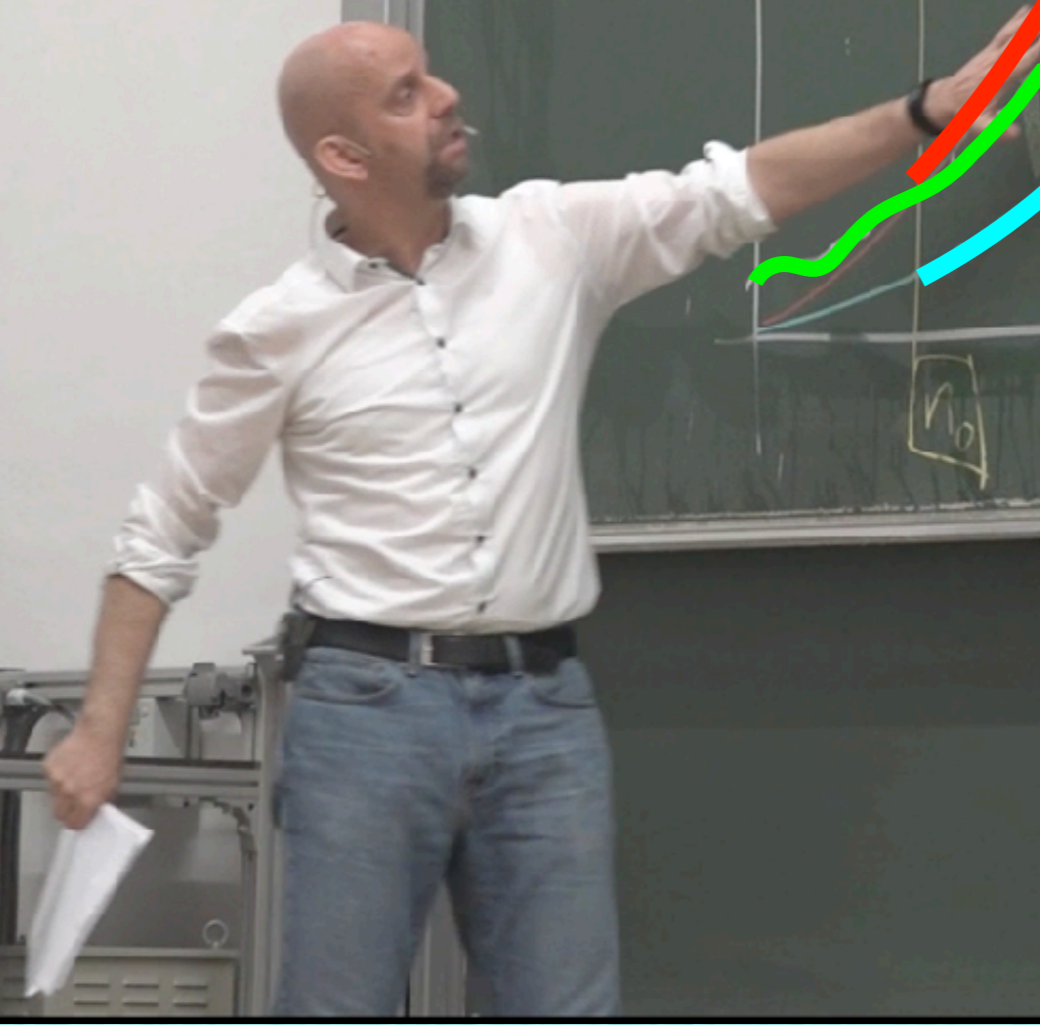
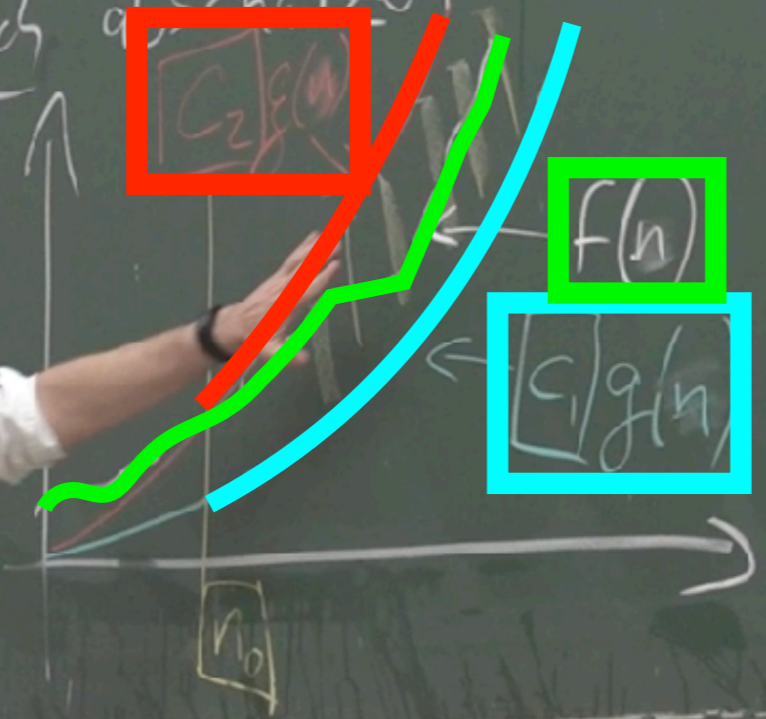


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



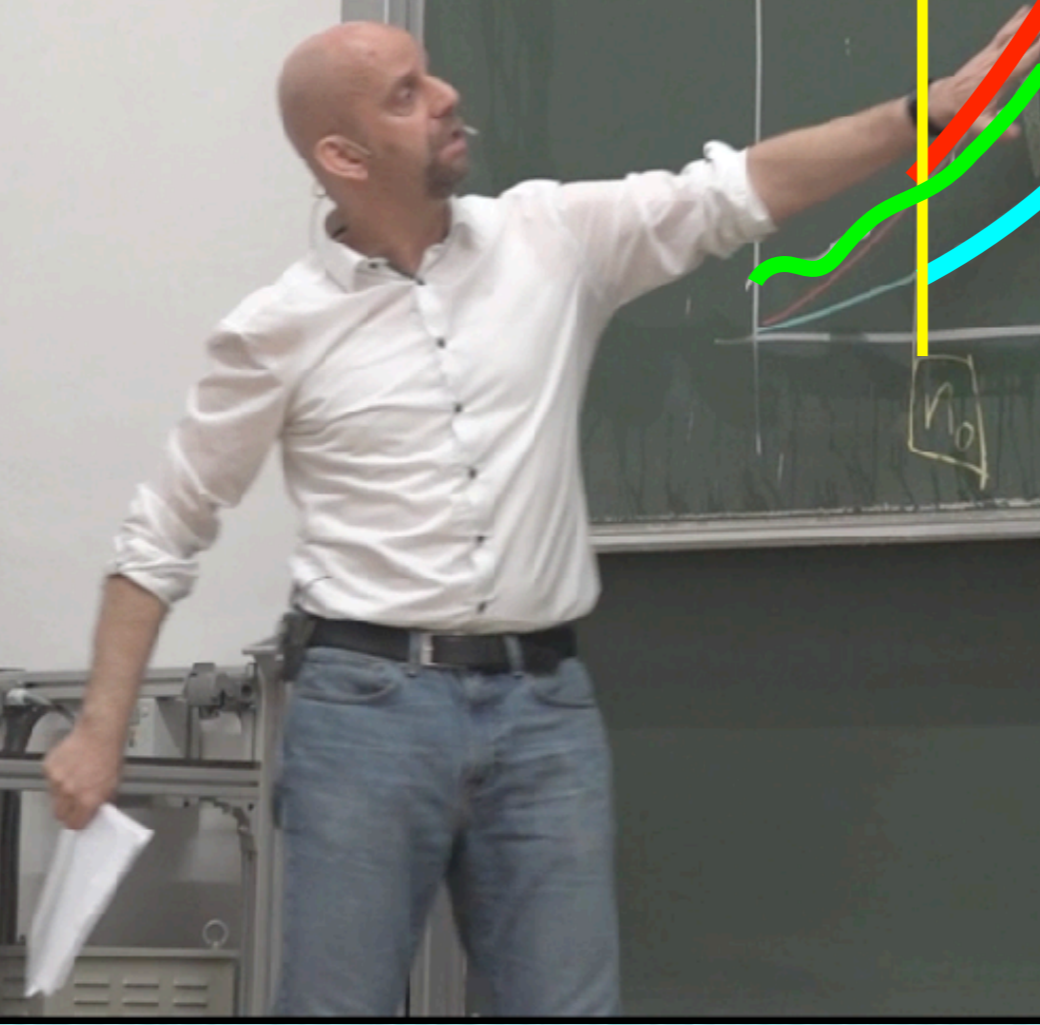
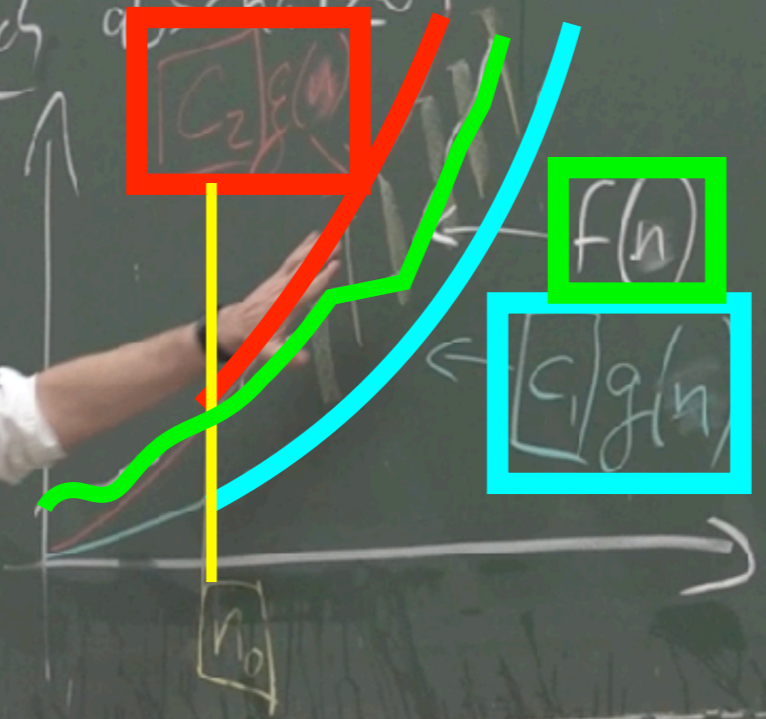


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



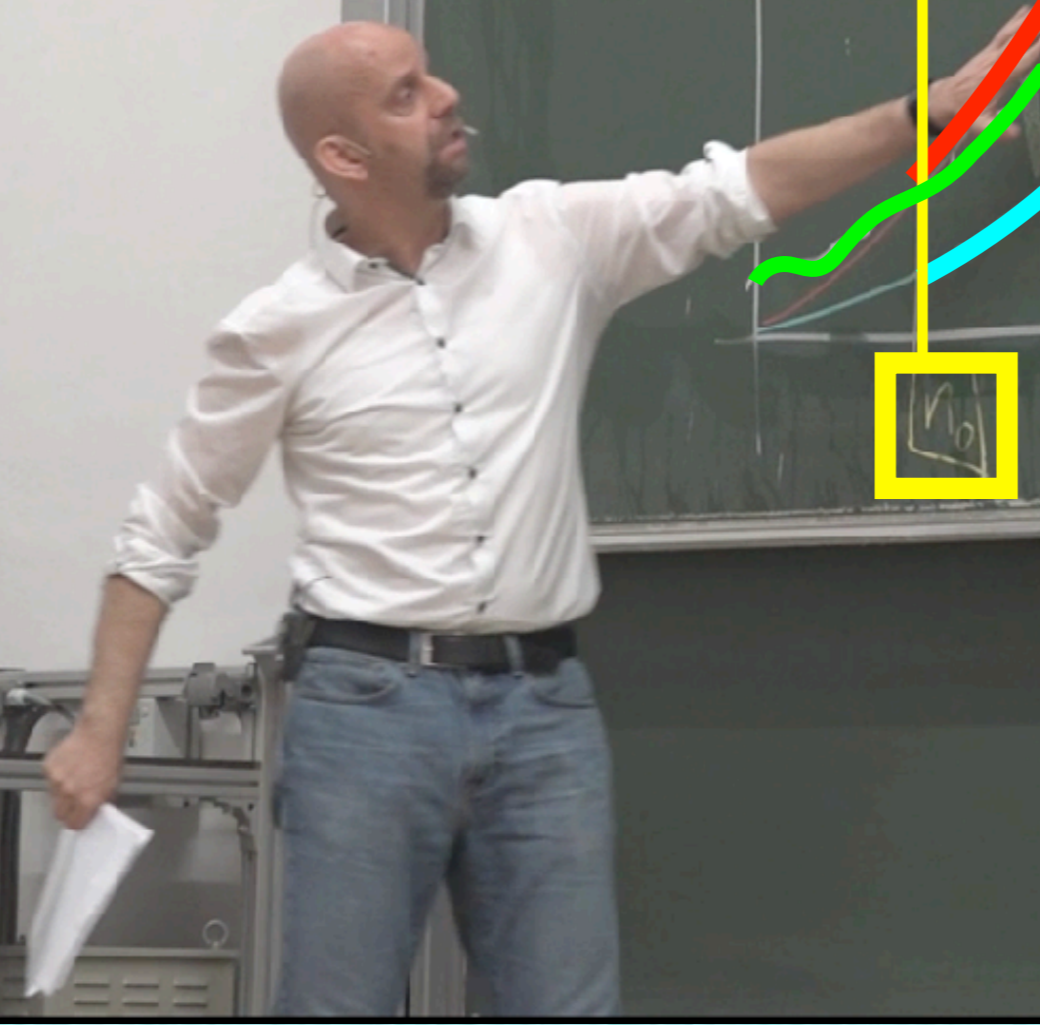
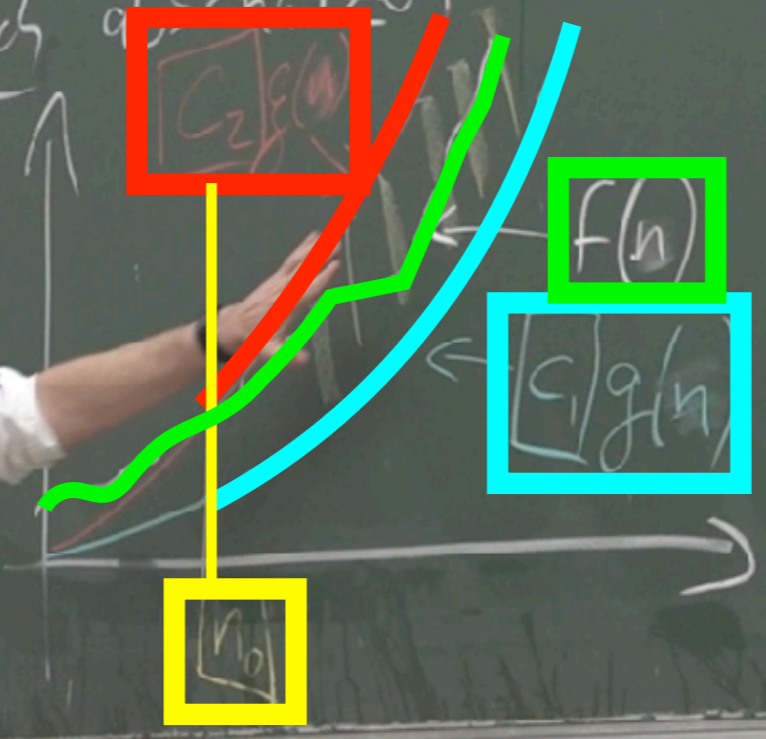


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



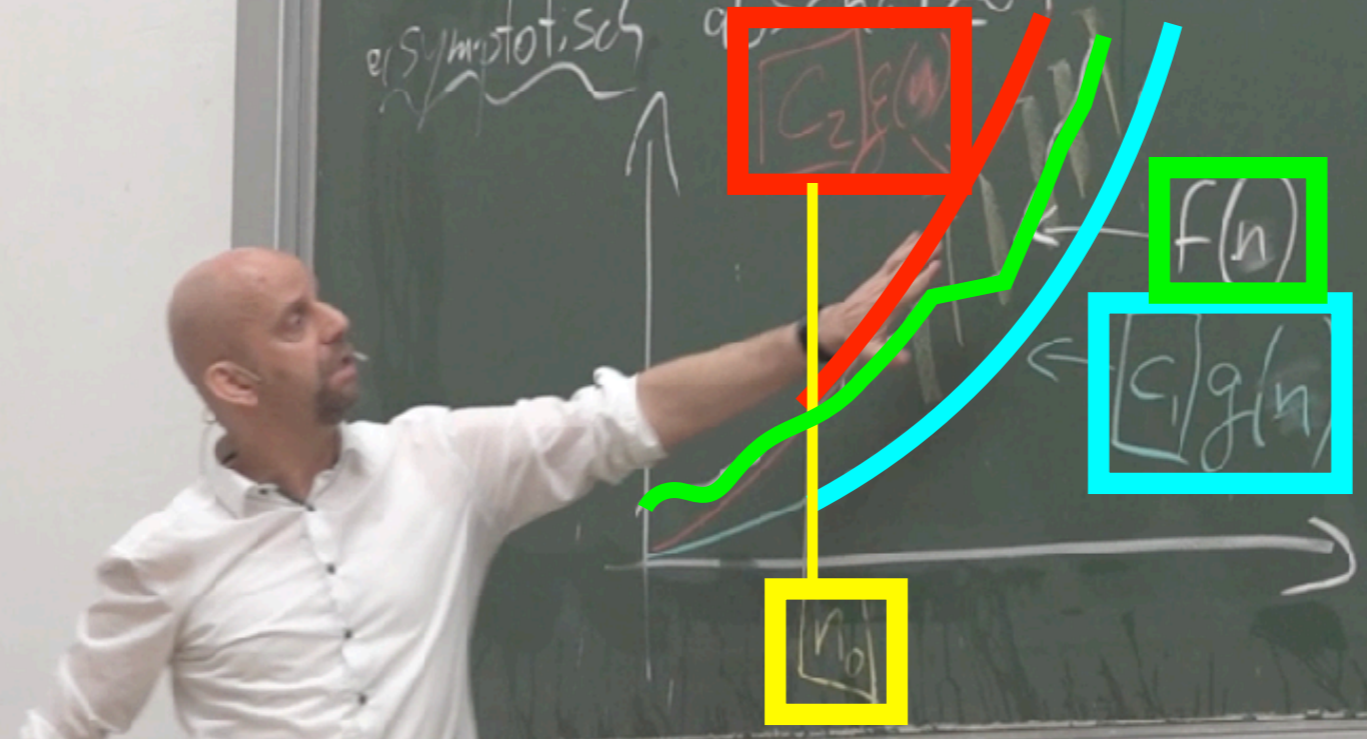


Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen





Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

Dann gilt

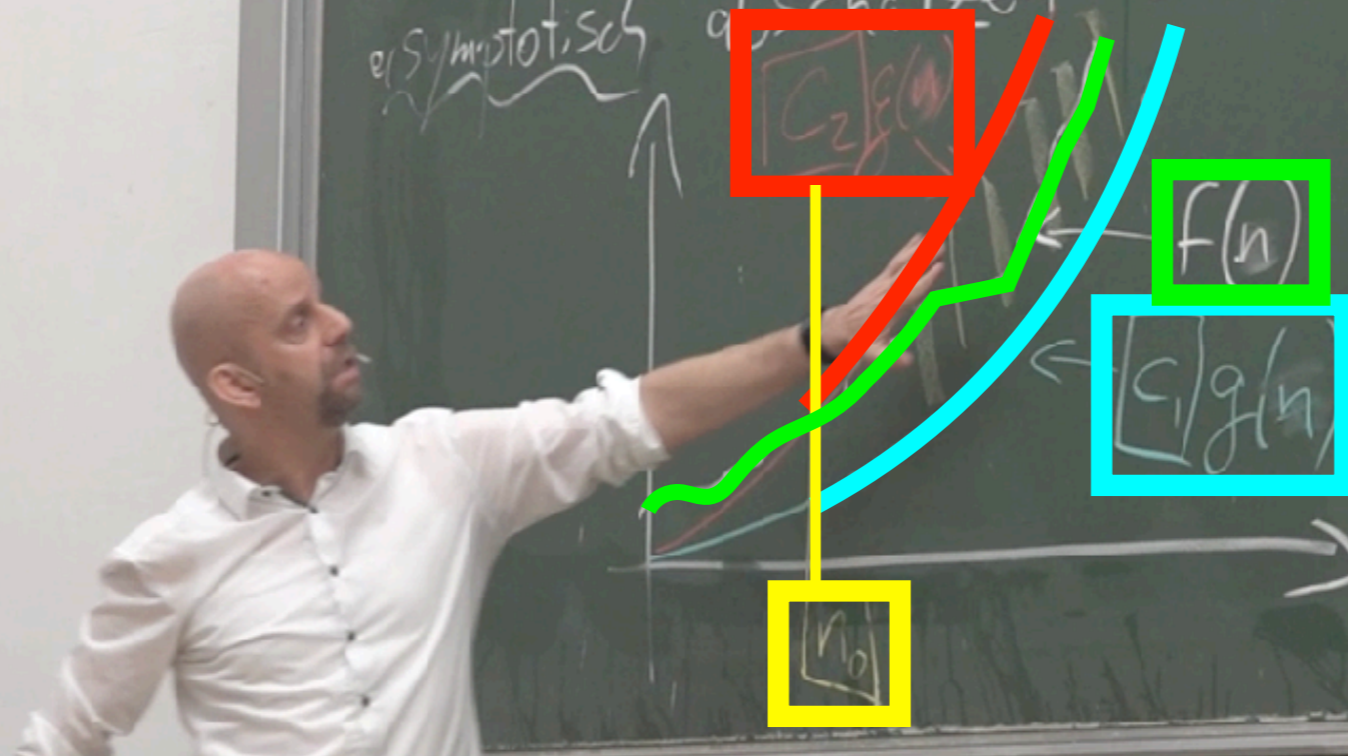
$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow \text{Es gibt positive Konstanten } c_1, c_2, n_0 \text{ mit}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0.$$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



### DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

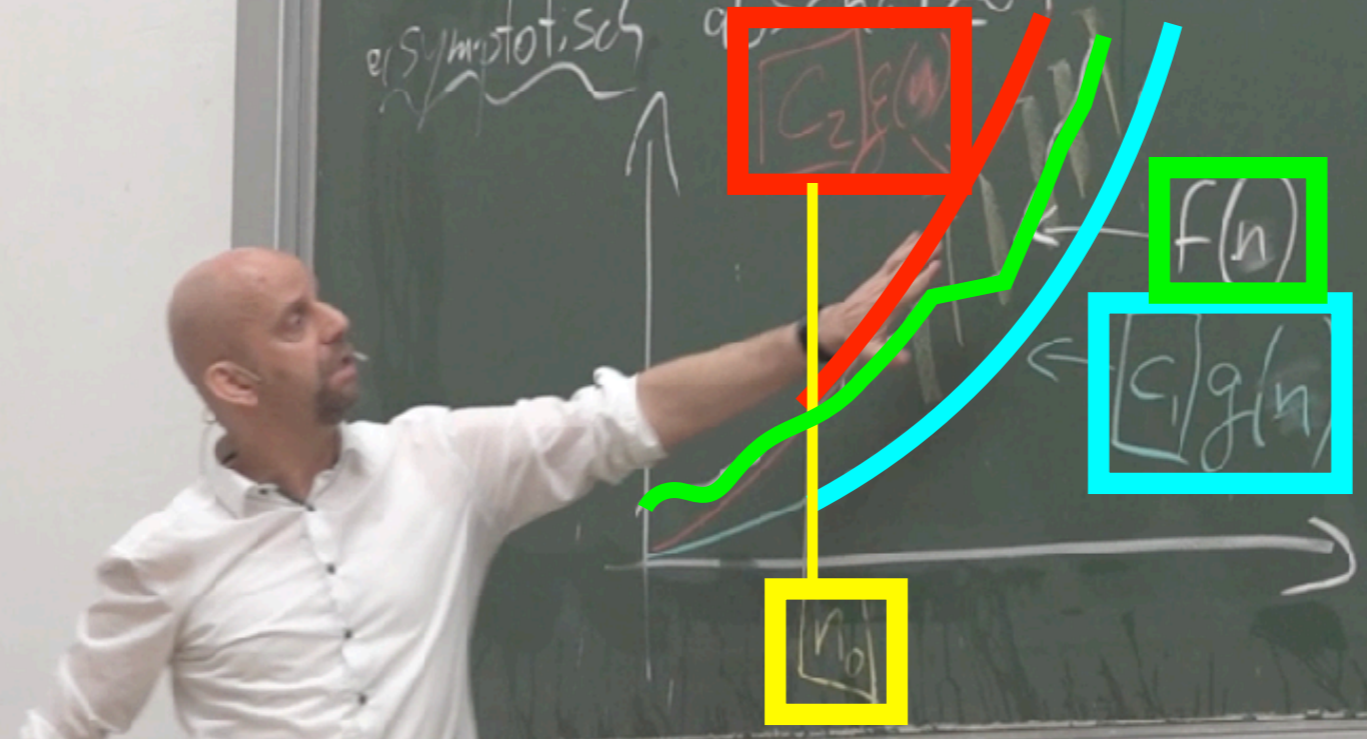
Dann gilt

$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow$  Es gibt positive Konstanten  $c_1, c_2, n_0$  mit  
 $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$  für alle  $n \geq n_0$ .

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

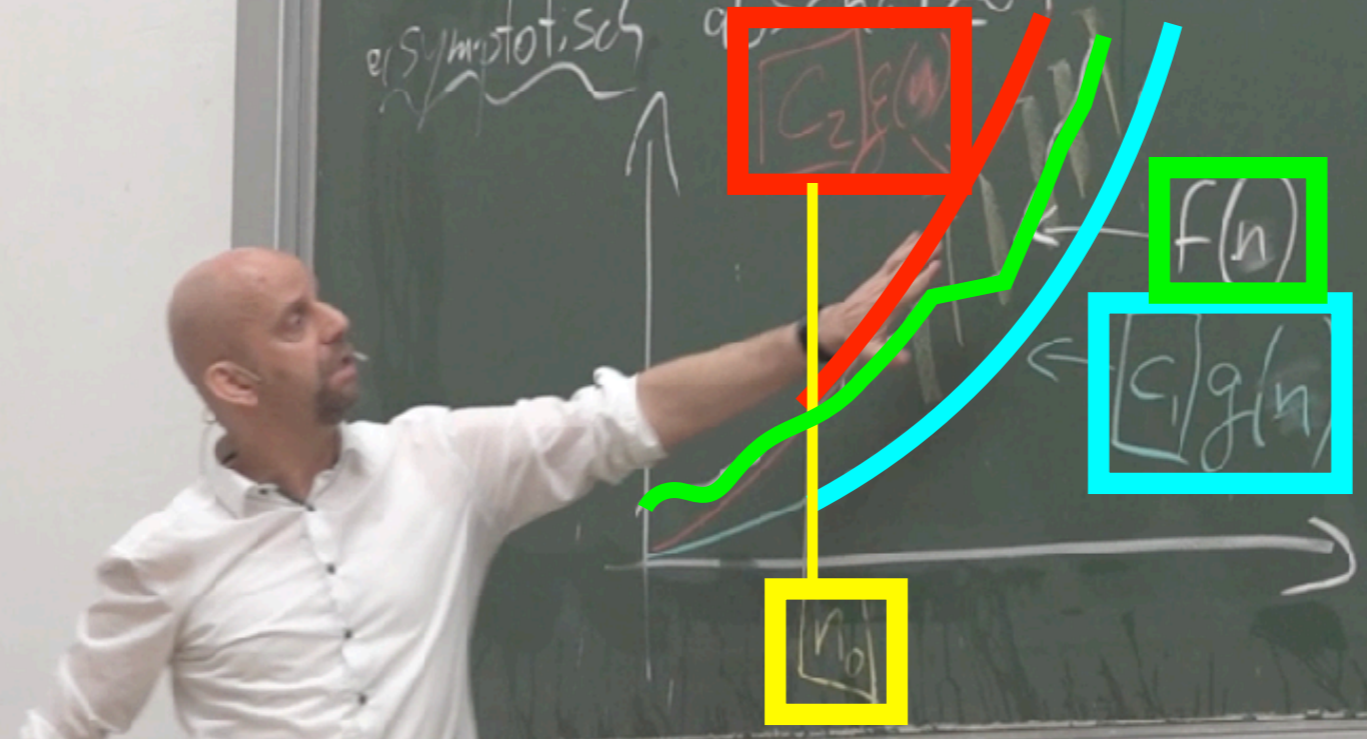
Dann gilt

$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow \text{Es gibt positive Konstanten } c_1, c_2, n_0 \text{ mit}$$
$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ f\u00fcr alle } n \geq n_0.$$

Man sagt:  $f$  w\u00e4chst asymptotisch in derselben Gr\u00f6\u00dfenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

Dann gilt

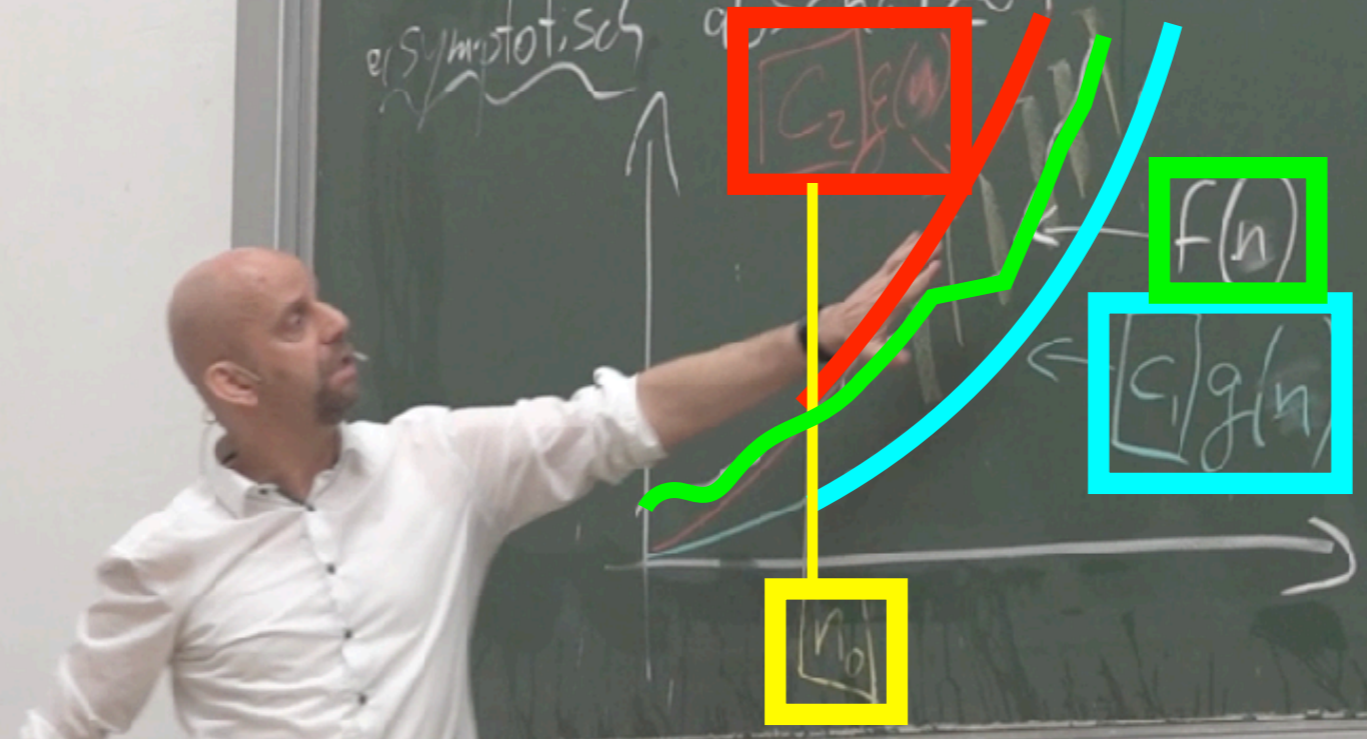
$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow \text{Es gibt positive Konstanten } c_1, c_2, n_0 \text{ mit}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0.$$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

Dann gilt

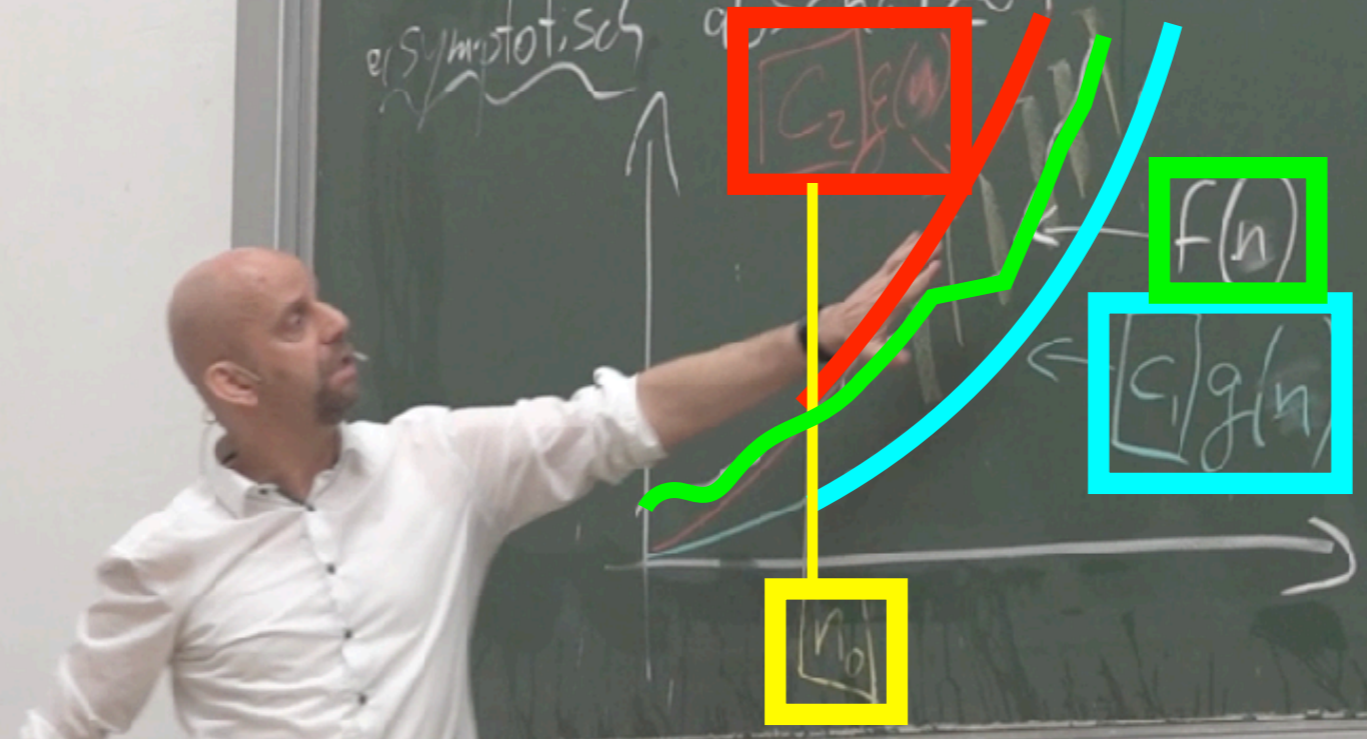
$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow \text{Es gibt positive Konstanten } c_1, c_2, n_0 \text{ mit}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0.$$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

Dann gilt

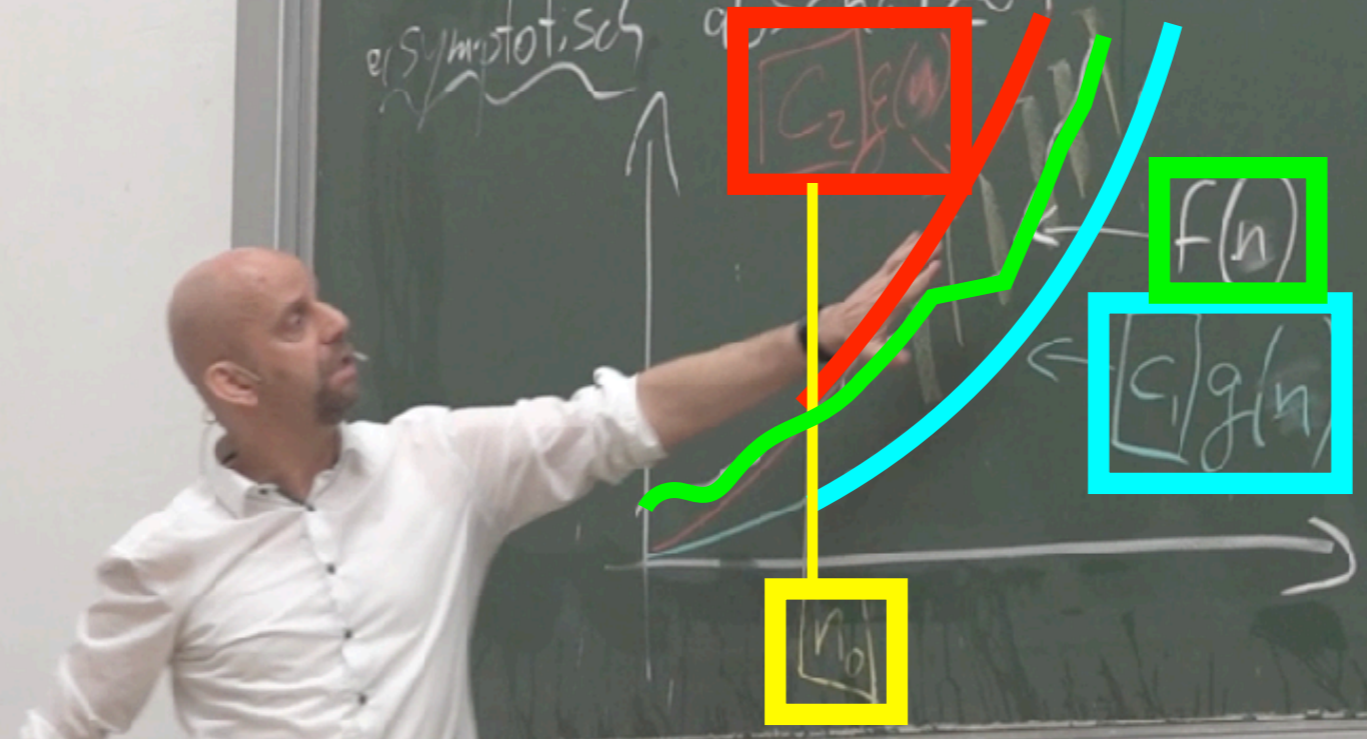
$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow$  Es gibt positive Konstanten  $c_1, c_2, n_0$  mit

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0.$$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

Dann gilt

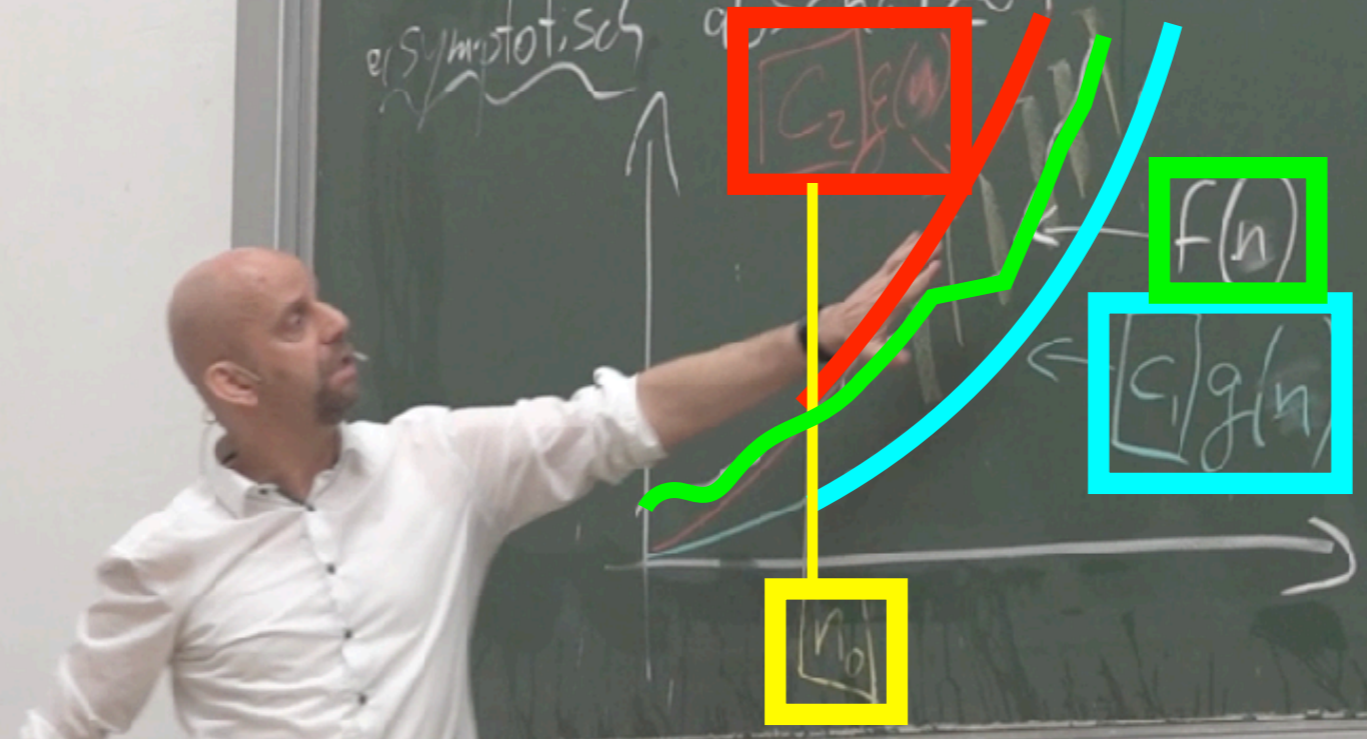
$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow$  Es gibt positive Konstanten  $c_1, c_2, n_0$  mit

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0.$$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

Dann gilt

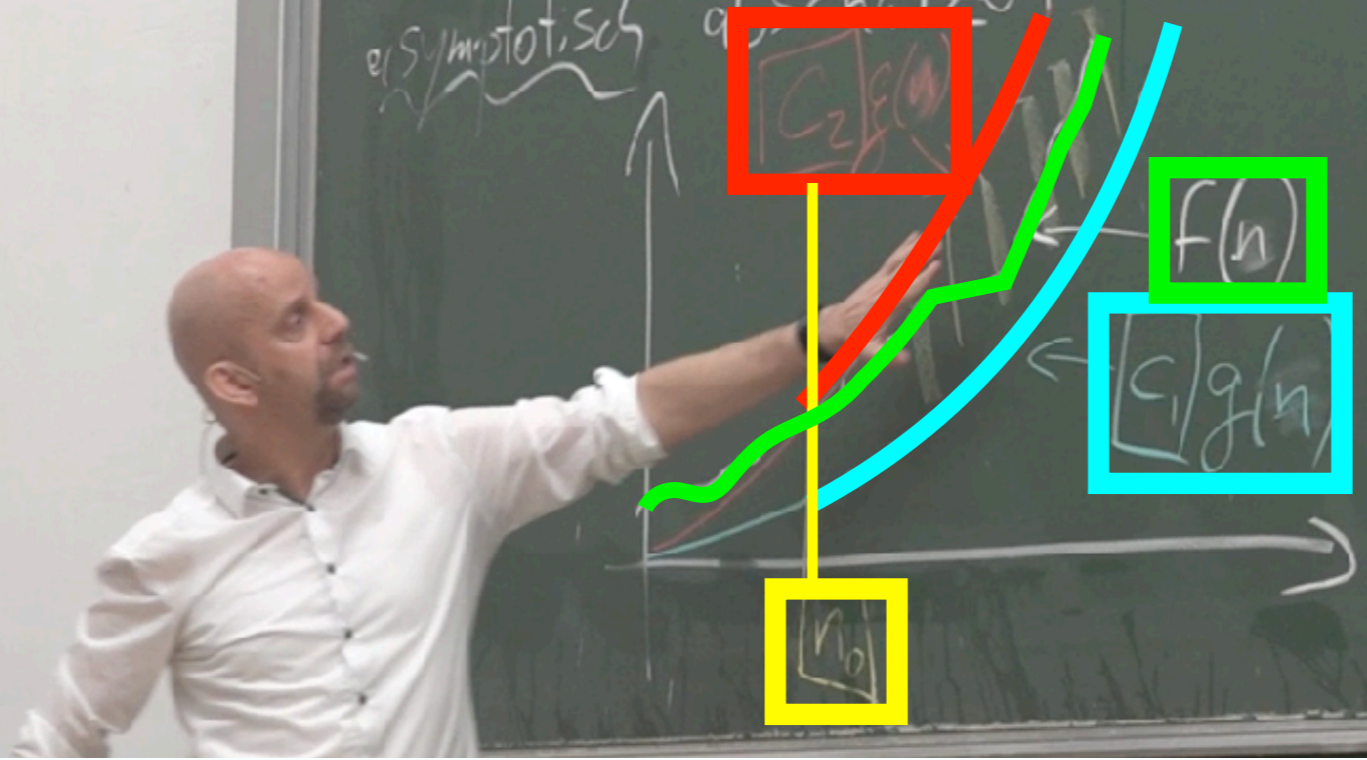
$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow \text{Es gibt positive Konstanten } c_1, c_2, n_0 \text{ mit}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0$$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



DEFINITION 3.9 ( $\Theta$ -Notation)

Seien  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen.

Dann gilt

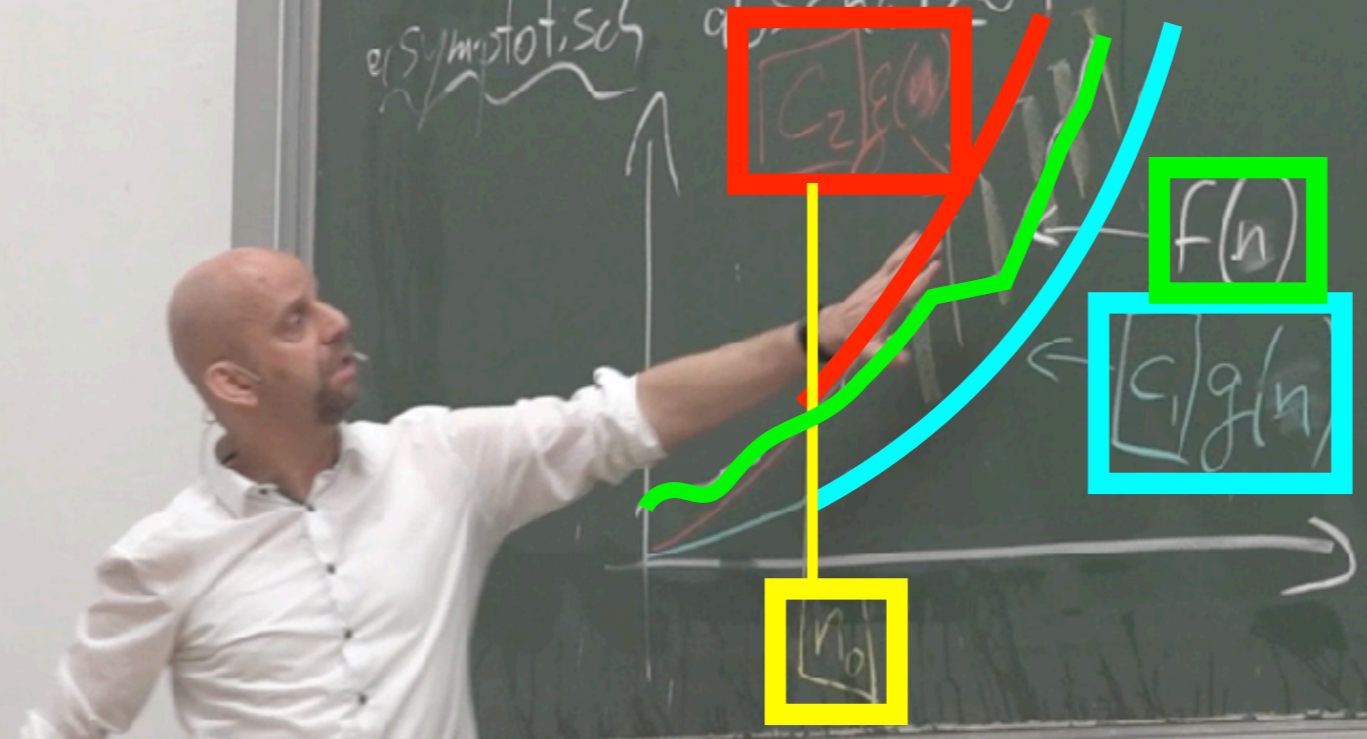
$$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow \text{Es gibt positive Konstanten } c_1, c_2, n_0 \text{ mit}$$

$$0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n) \text{ für alle } n \geq n_0$$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$$C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$$

$f \in \Theta(g) \Leftrightarrow$  Es gibt positive Konstanten  $C_1, C_2, n_0$  mit  
 $0 \leq C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$  für alle  $n \geq n_0$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$$C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$$

Es gibt positive Konstanten  $C_1, C_2, n_0$  mit  
 $0 \leq C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$  für alle  $n \geq n_0$

Man sagt:  $f$  wächst asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



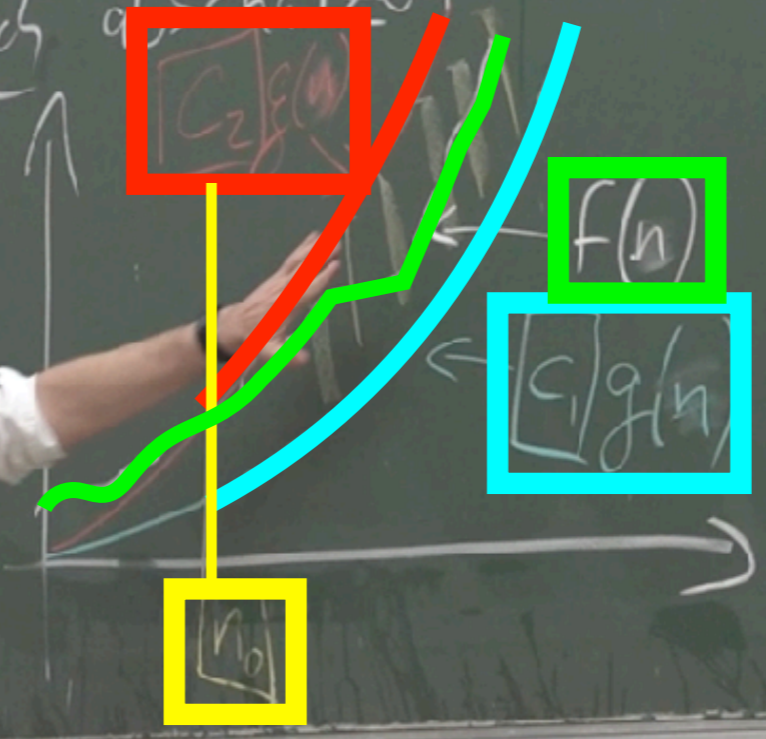
$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

Es gibt positive Konstanten  $c_1, c_2, n_0$  mit  
 $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$  für alle  $n \geq n_0$   
 asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



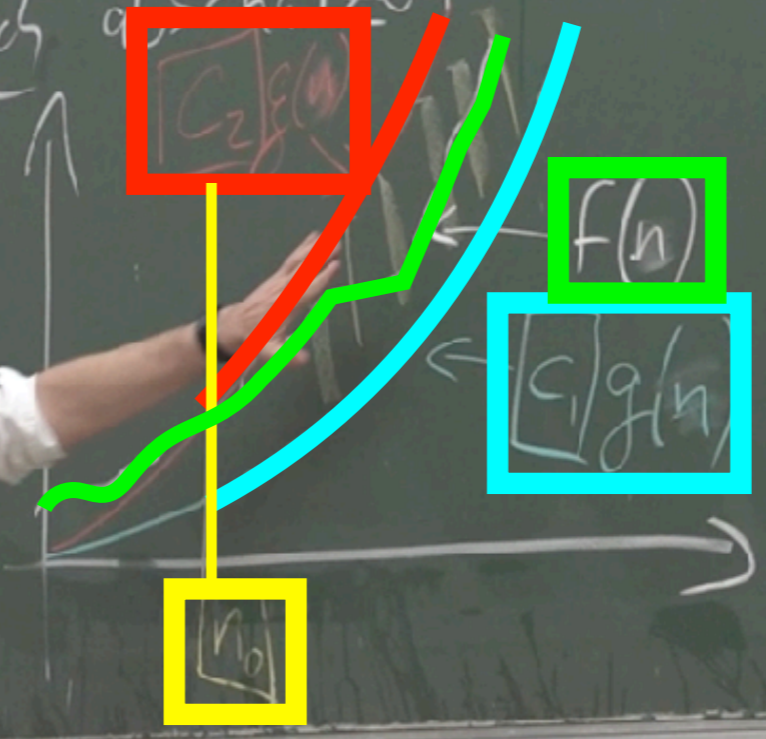
$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

Es gibt positive Konstanten  $c_1, c_2, n_0$  mit  
 $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$  für alle  $n \geq n_0$   
 asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$$C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$$

$$C_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq C_2$$

Es gibt positive Konstanten  $C_1, C_2, n_0$  mit  
 $0 \leq C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$  für alle  $n \geq n_0$   
 asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

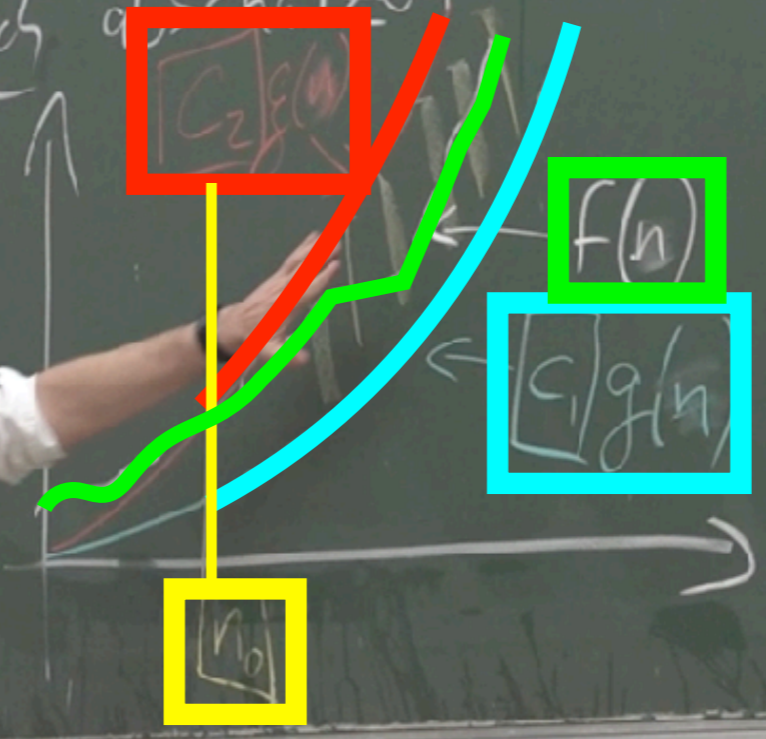
Frage 7:

Die Funktion  $f(n) := 5n^6 + 4n^4 + 7n^3 + 27n - 9$  liegt...

- ... nur in  $O(n^6)$ .
- ... nur in  $\Omega(n^6)$ .
- ... in  $\Theta(n^6)$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

Frage 7:

$$\frac{f(n)}{g(n)} = 5 + \frac{4}{n^2} + \frac{7}{n^3} + \frac{27}{n^5} - \frac{9}{n^6}$$

Die Funktion  $f(n) := 5n^6 + 4n^4 + 7n^3 + 27n - 9$  liegt...

- ... nur in  $O(n^6)$ .
- ... nur in  $\Omega(n^6)$ .
- ... in  $\Theta(n^6)$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$n \geq 1$

$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

Frage 7:

$$\frac{f(n)}{g(n)} = 5 + \frac{4}{n^2} + \frac{7}{n^3} + \frac{27}{n^5} - \frac{9}{n^6}$$

Die Funktion  $f(n) := 5n^6 + 4n^4 + 7n^3 + 27n - 9$  liegt...

- ... nur in  $O(n^6)$ .
- ... nur in  $\Omega(n^6)$ .
- ... in  $\Theta(n^6)$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$n \geq 1$

$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

Frage 7:

$$\frac{f(n)}{g(n)} = 5 + \frac{4}{n^2} + \frac{7}{n^3} + \frac{27}{n^5} - \frac{9}{n^6}$$

Die Funktion  $f(n) := 5n^6 + 4n^4 + 7n^3 + 27n - 9$  liegt...

- ... nur in  $O(n^6)$ .
- ... nur in  $\Omega(n^6)$ .
- ... in  $\Theta(n^6)$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$n \geq 1$

$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

Frage 7:  $5 \leq \frac{f(n)}{g(n)} = 5 + \frac{4}{n^2} + \frac{7}{n^3} + \frac{27}{n^5} - \frac{9}{n^6} \leq 43$

Die Funktion  $f(n) := 5n^6 + 4n^4 + 7n^3 + 27n - 9$  liegt...

- ... nur in  $O(n^6)$ .
- ... nur in  $\Omega(n^6)$ .
- ... in  $\Theta(n^6)$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$n \geq 1$

$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

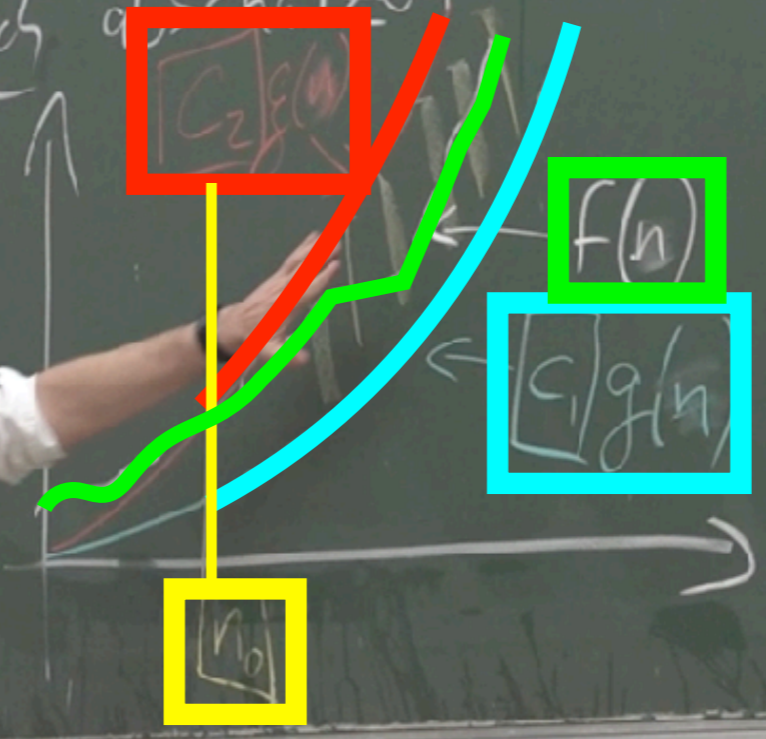
Frage 7:  $5 \leq \frac{f(n)}{g(n)} = 5 + \frac{4}{n^2} + \frac{7}{n^3} + \frac{27}{n^5} - \frac{9}{n^6} \leq 43$

Die Funktion  $f(n) := 5n^6 + 4n^4 + 7n^3 + 27n - 9$  liegt...

- ... nur in  $O(n^6)$ .
- ... nur in  $\Omega(n^6)$ .
- ... in  $\Theta(n^6)$ . ✓



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



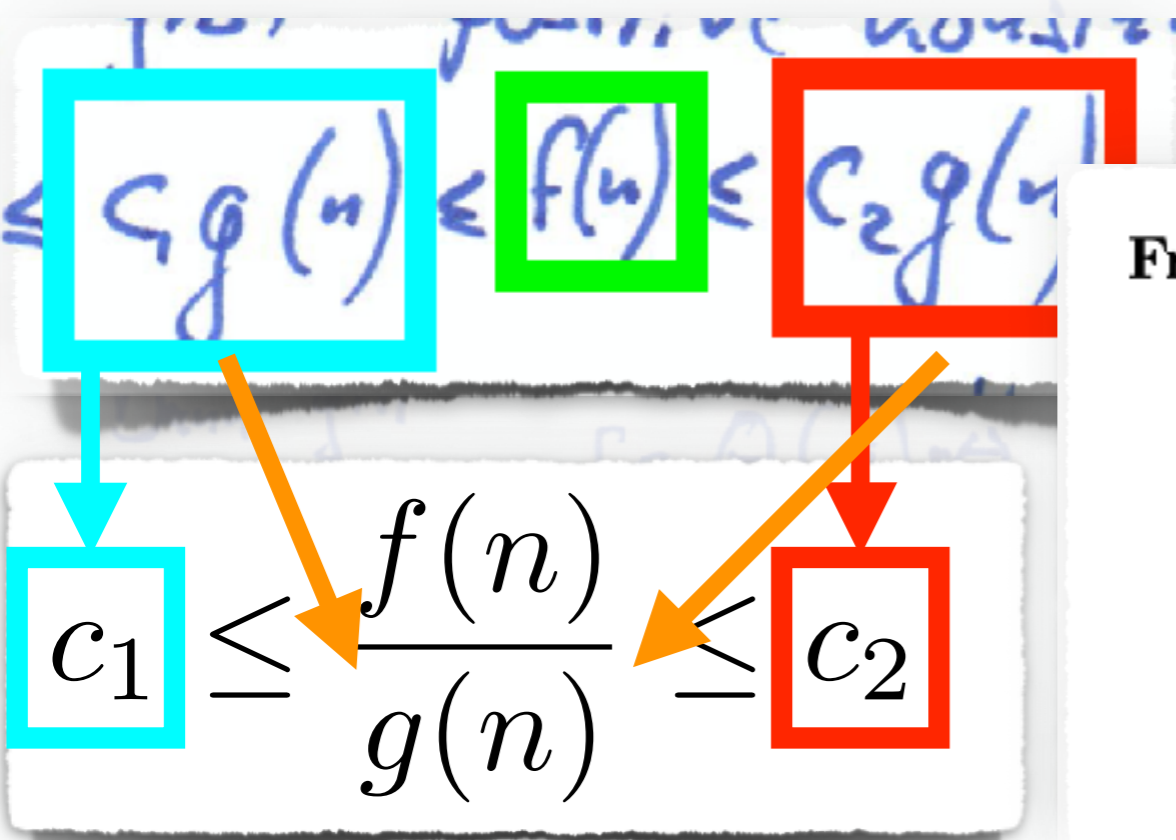
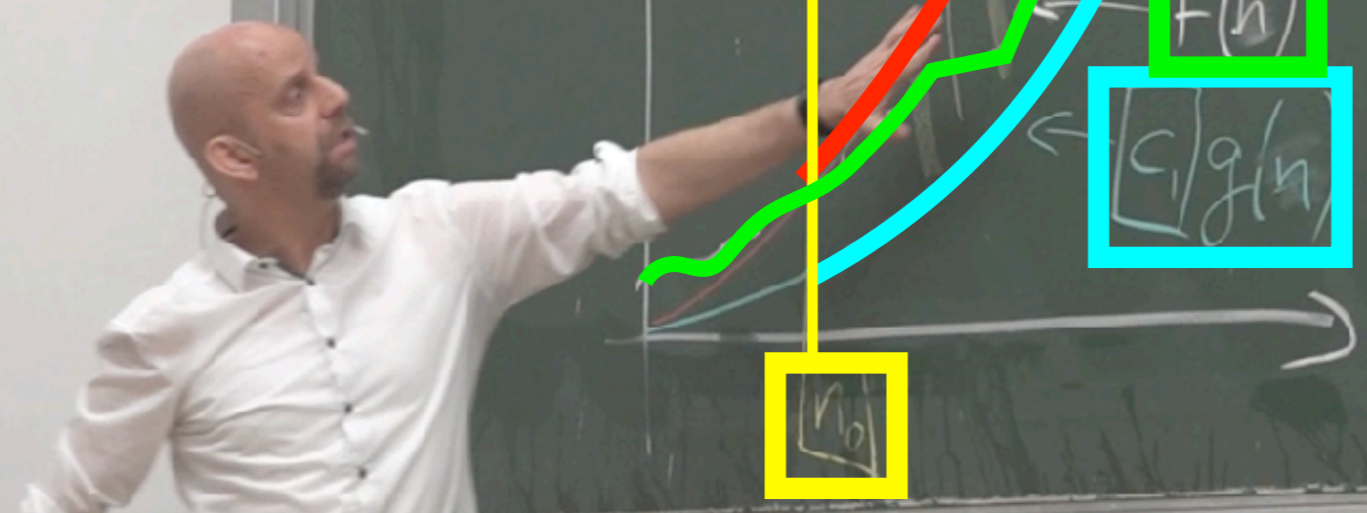
$$C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$$

$$C_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq C_2$$

Es gibt positive Konstanten  $C_1, C_2, n_0$  mit  
 $0 \leq C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$  für alle  $n \geq n_0$   
 asymptotisch in derselben Größenordnung wie  $g$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



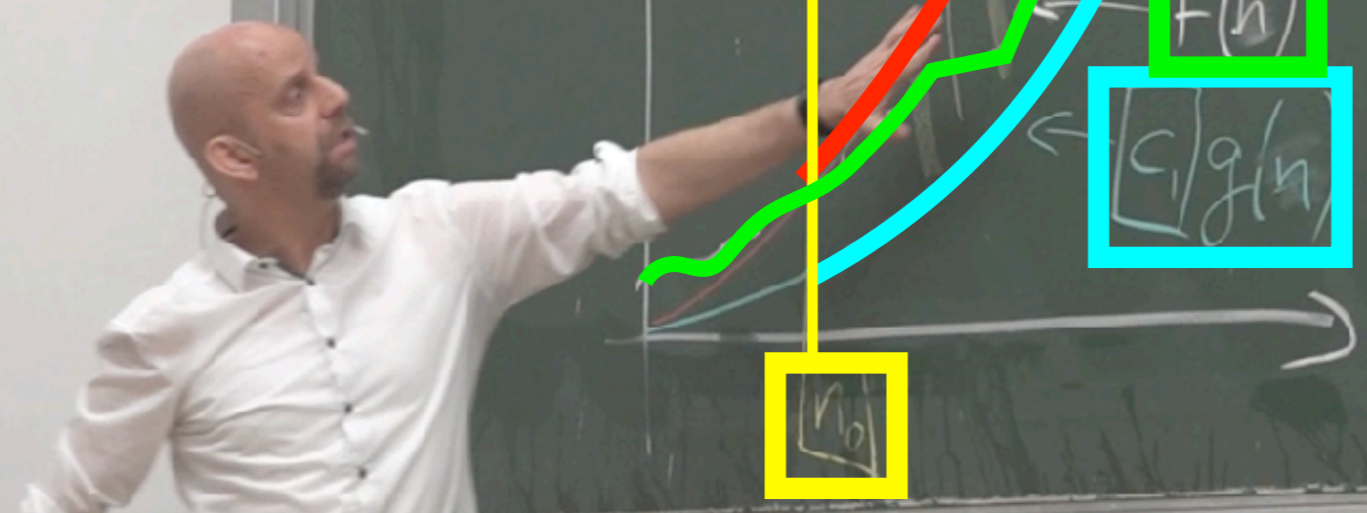
**Frage 8:**

Die Funktion  $f(n) := 2^n$  liegt...

- ... nur in  $O(3^n)$ .
- ... nur in  $\Omega(3^n)$ .
- ... in  $\Theta(3^n)$ .



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



$$c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$$

$$c_1 \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq c_2$$

**Frage 8:**

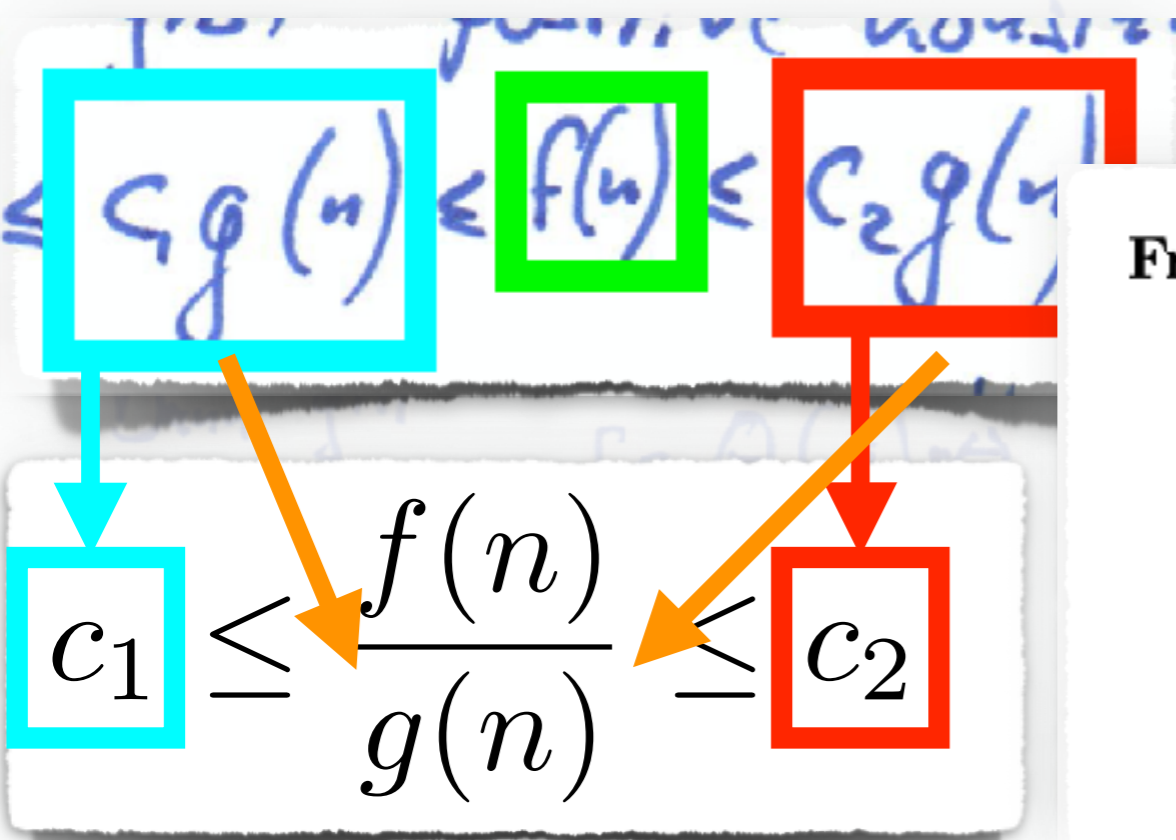
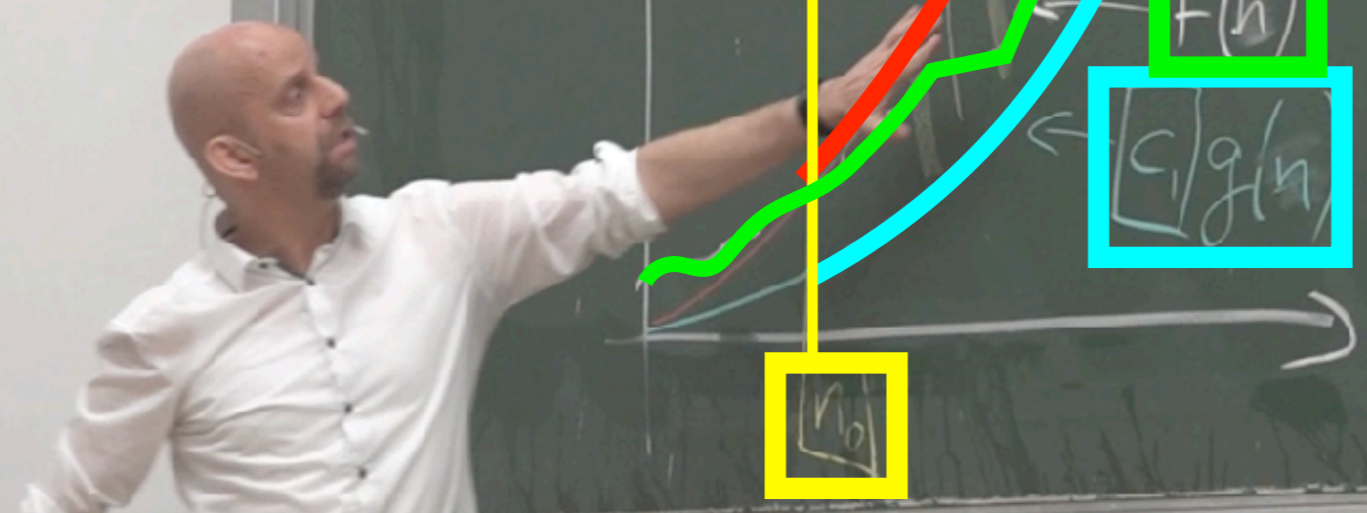
Die Funktion  $f(n) := 2^n$  liegt...

- ... nur in  $O(3^n)$ .
- ... nur in  $\Omega(3^n)$ .
- ... in  $\Theta(3^n)$ .

$$\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{2^n}{3^n} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$



Idee: Verhalten von Funktionen  
 asymptotisch abschätzen und vereinfachen



**Frage 8:**

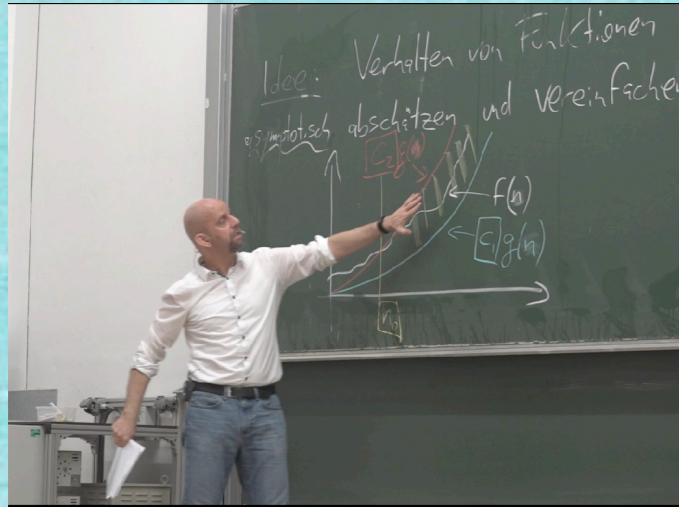
Die Funktion  $f(n) := 2^n$  liegt...

- ... nur in  $O(3^n)$ . ✓
- ... nur in  $\Omega(3^n)$ .
- ... in  $\Theta(3^n)$ .

$$\frac{f(n)}{g(n)} = \frac{2^n}{3^n} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

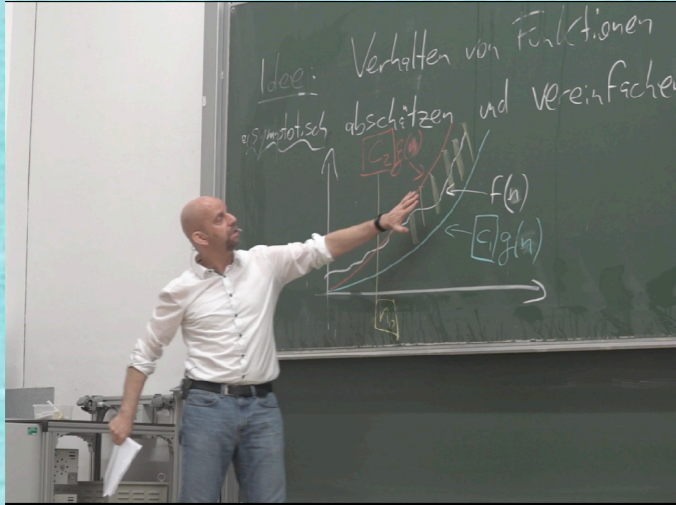


# Wofür ist das gut?





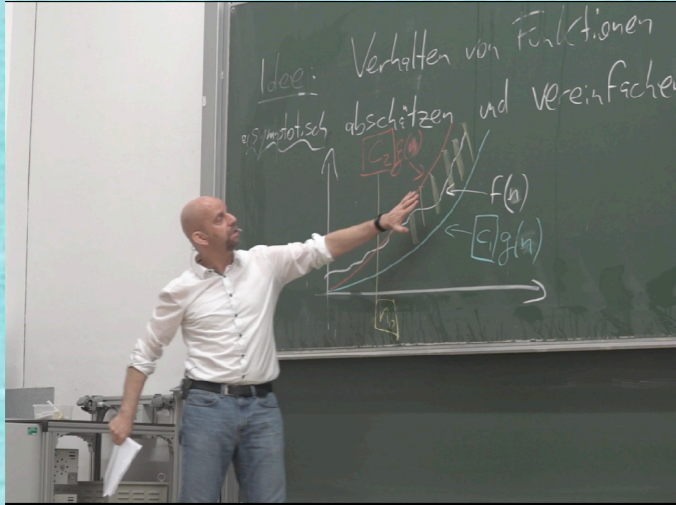
# Wofür ist das gut?



$$\log_2 \left| \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2m(\log_2 n + 1) \right| + 1$$



# Wofür ist das gut?

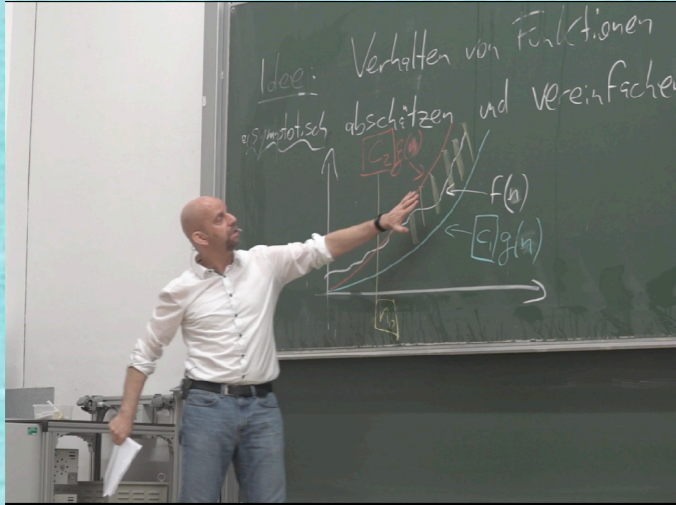


$$\log_2 \left| \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2m(\log_2 n + 1) \right| + 1$$

$$\Theta(m \log n)$$



# Wofür ist das gut?



$$\log_2 \left| \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2^m (\log_2 n + 1) \right| + 1$$

$$\Theta(m \log n)$$

**Ein algorithmisches Problem**


**Gegeben:** n Puzzleleile

**Einfach sortiert:**  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

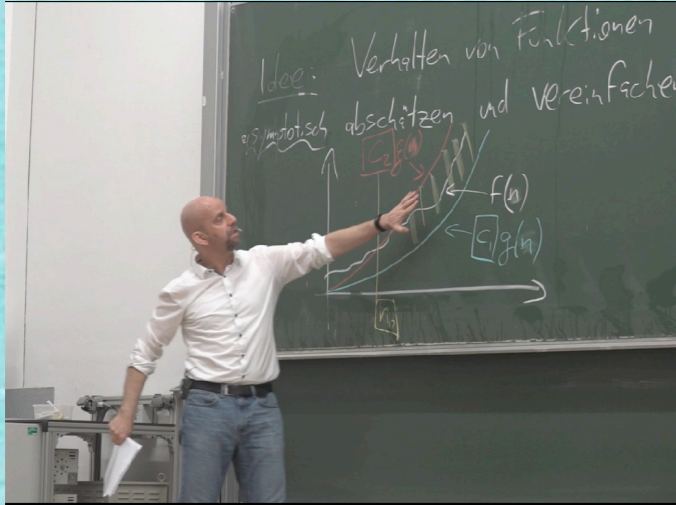
**Raffiniert sortiert:**  $O(n \log n)$

**Gesucht:** Eine systematische Methode zum Puzzeln





# Wofür ist das gut?



$$\log_2 \left| \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2m(\log_2 n + 1) \right| + 1$$

$$\Theta(m \log n)$$

Einfach so:

$$O(n^2)$$

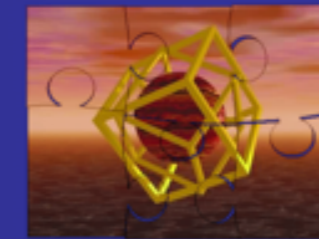
Für n=6: 21

Für n=100: 5.050

Für n=5000: 12.502.500

Ein algorithmisches Problem

**Gegeben:** n Puzzleleile



Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6: 21

Für n=100: 5.050

Für n=5000: 12.502.500

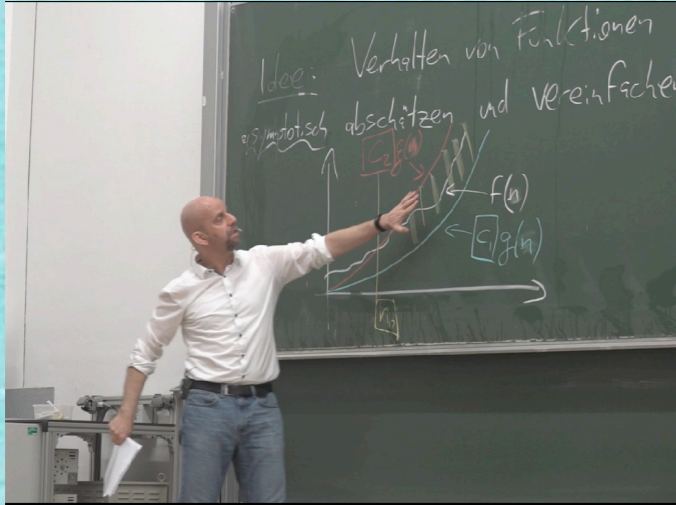
Raffiniert sortiert:

$$O(n \log n)$$

**Gesucht:** Eine systematische Methode zum Puzzeln



# Wofür ist das gut?



$$\log_2 \left[ \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2m(\log_2 n + 1) \right] + 1$$


$$\Theta(m \log n)$$

Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Ein algorithmisches Problem

**Gegeben:** n Puzzleleile

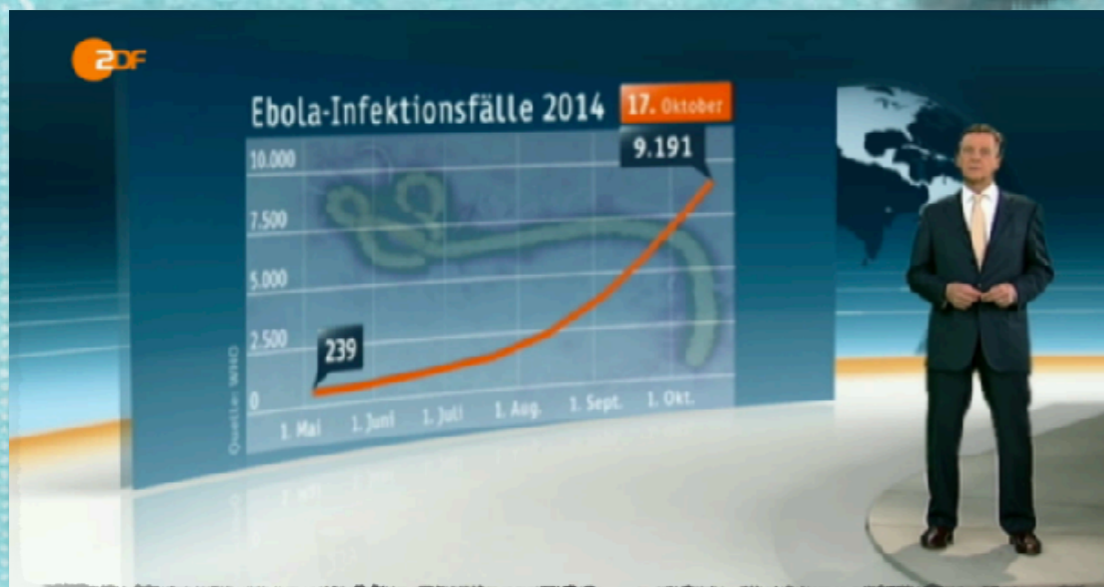


Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

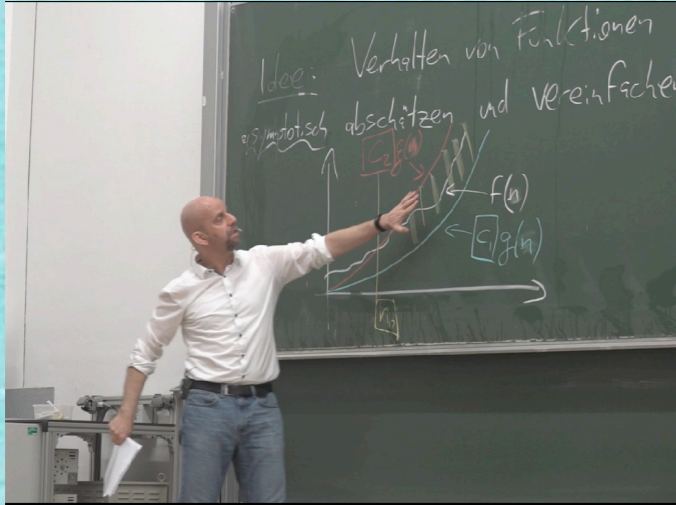
Raffiniert sortiert:  $O(n \log n)$

**Gesucht:** Eine systematische Methode zum Puzzeln





# Wofür ist das gut?



$$\log_2 \left[ \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2m(\log_2 n + 1) \right] + 1$$


$$\Theta(m \log n)$$

Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Ein algorithmisches Problem

**Gegeben:** n Puzzleleile

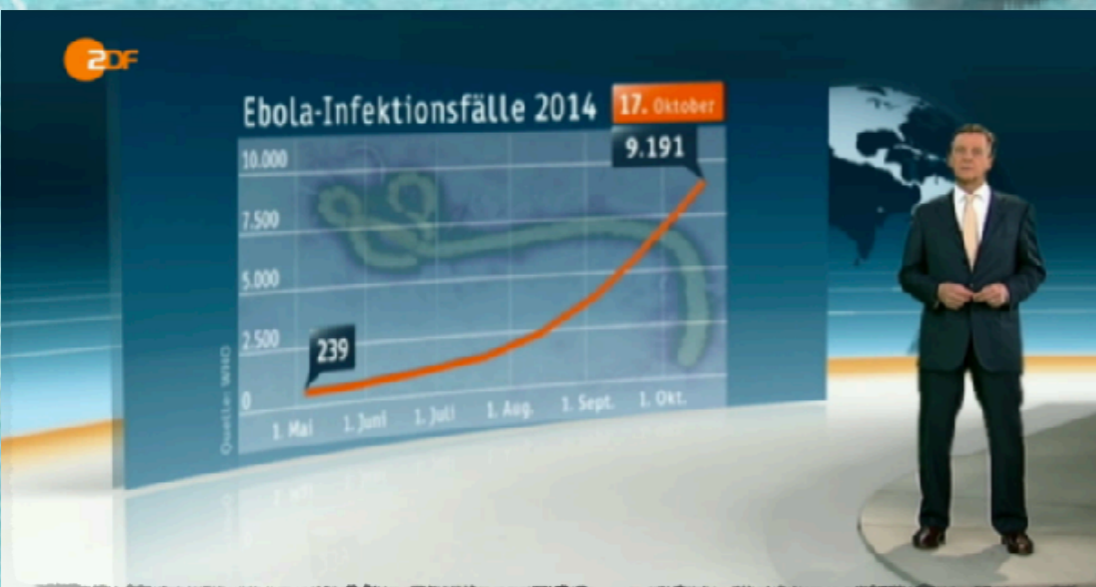


Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Raffiniert sortiert:  $O(n \log n)$

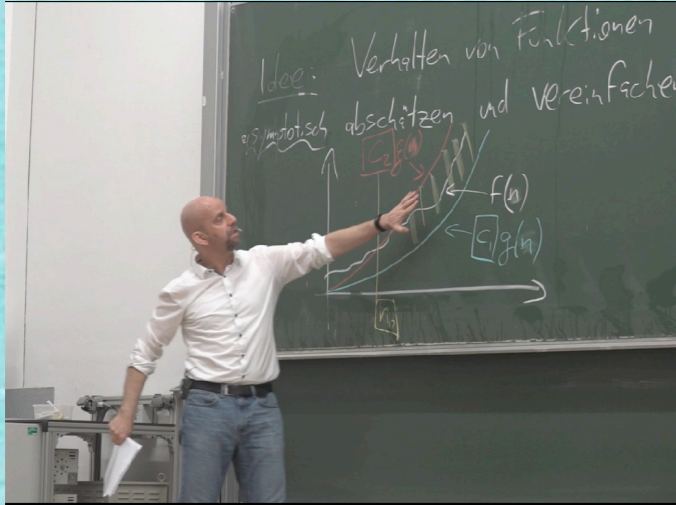
**Gesucht:** Eine systematische Methode zum Puzzeln



$$\Theta(n^2)$$



# Wofür ist das gut?



$$\log_2 \left[ \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2m(\log_2 n + 1) \right] + 1$$


$$\Theta(m \log n)$$

Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Ein algorithmisches Problem

**Gegeben:** n Puzzleleile

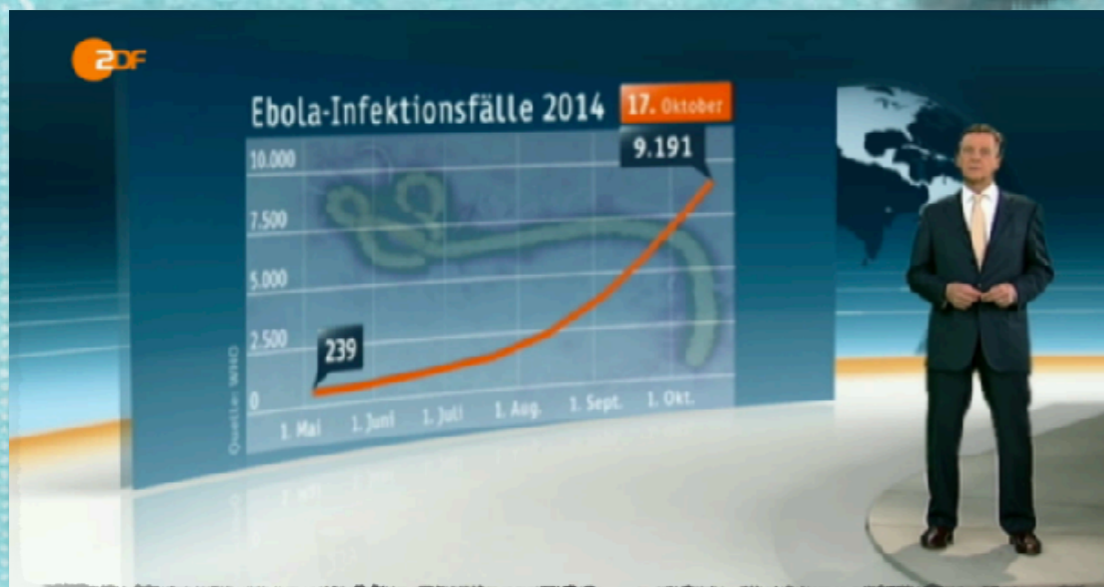


Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Raffiniert sortiert:  $O(n \log n)$

**Gesucht:** Eine systematische Methode zum Puzzeln

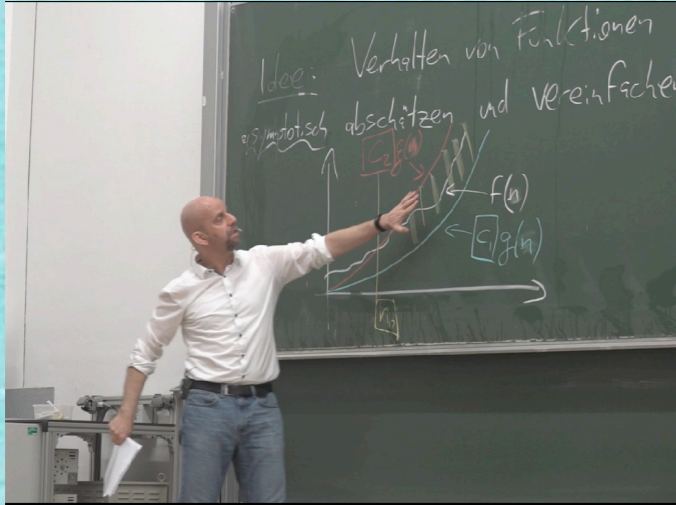


$$\Theta(n^2)$$

$$\Theta(2^n)$$



# Wofür ist das gut?



$$\log_2 \left[ \left( 2n + 4m + n(\log_2 n) + 1 \right) + 2m(\log_2 n + 1) \right] + 1$$

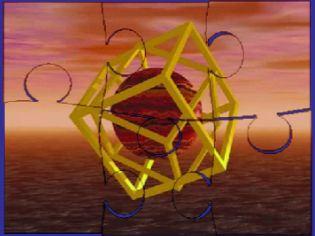
$$\Theta(m \log n)$$

Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Ein algorithmisches Problem

Gegeben: n Puzzleleile

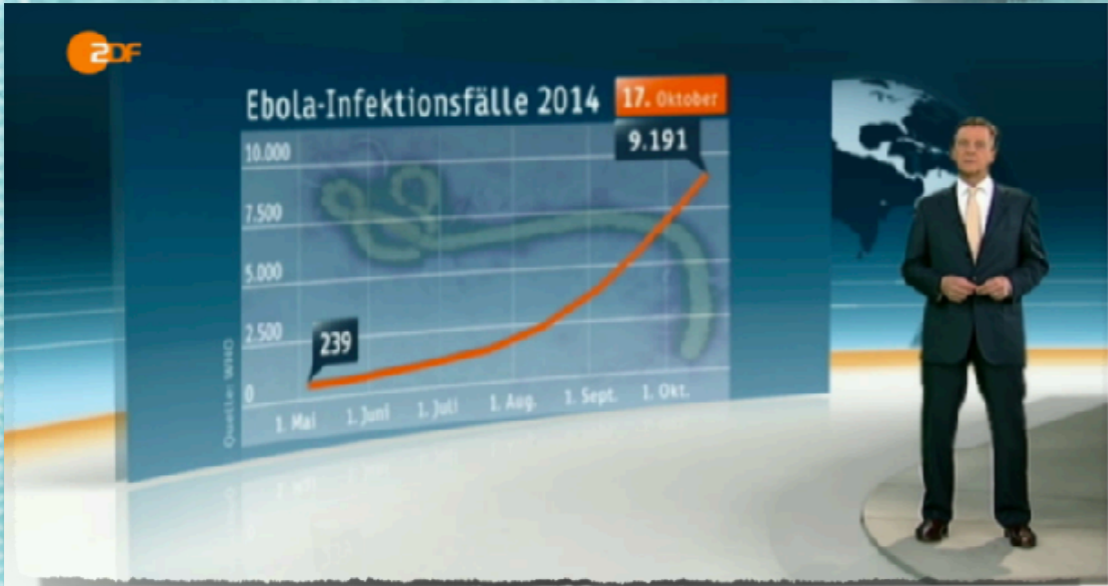


Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Raffiniert sortiert:  $O(n \log n)$

Gesucht: Eine systematische Methode zum Puzzeln



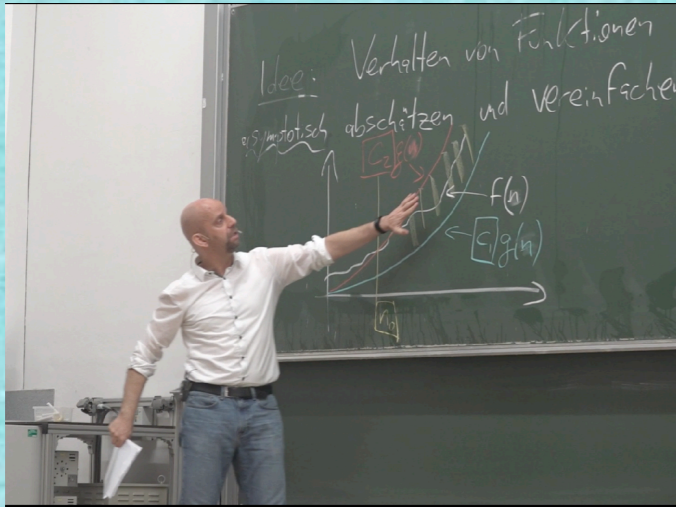
$$\Theta(n^2)$$

$$(2n)^2 = 4 \cdot n^2$$

$$\Theta(2^n)$$



# Wofür ist das gut?




$$\log_2 \left[ \left( 2n + 4n + n(\log_2 n + 1) \right) + 2n(\log_2 n + 1) \right] + 1$$

$$\Theta(n \log n)$$

Einfach so:	$O(n^2)$
Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Ein algorithmisches Problem

**Gegeben:** n Puzzleleile

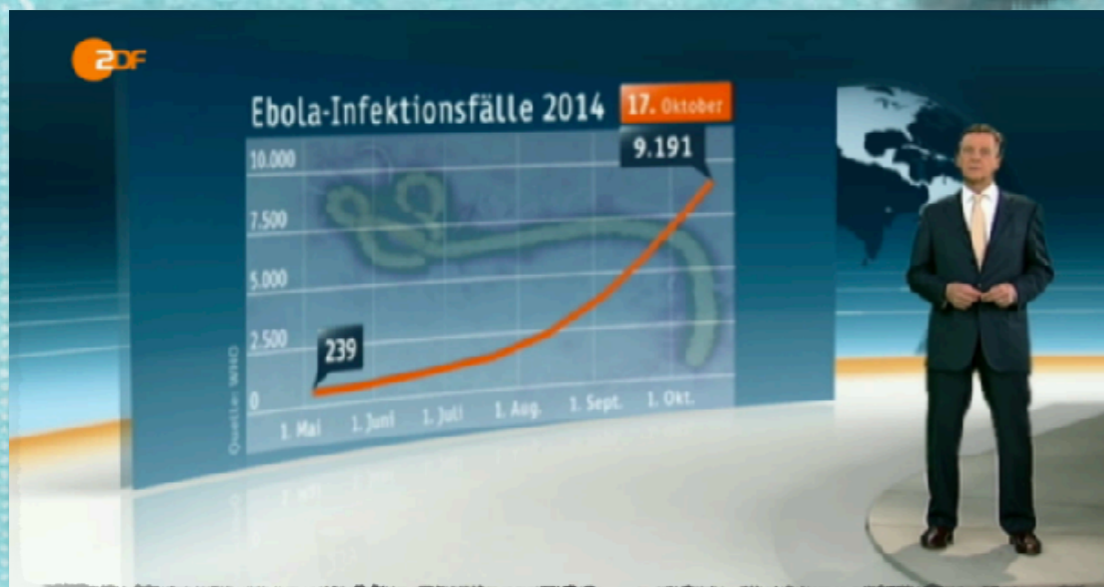


Einfach so:  $O(n^2)$

Für n=6:	21
Für n=100:	5.050
Für n=5000:	12.502.500

Raffiniert sortiert:  $O(n \log n)$

**Gesucht:** Eine systematische Methode zum Puzzeln



$$\Theta(n^2)$$

$$(2n)^2 = 4 \cdot n^2$$

$$\Theta(2^n)$$

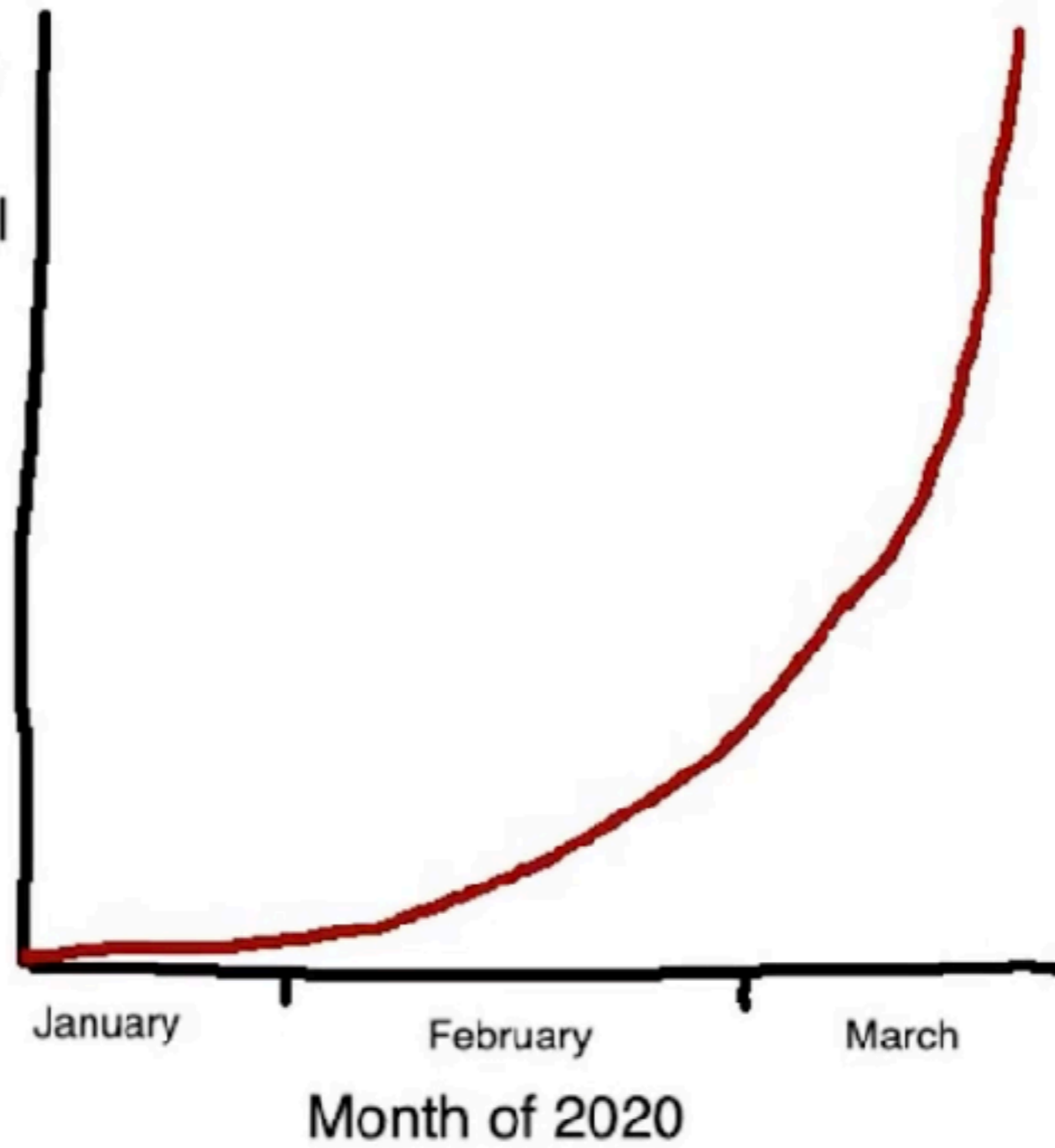
$$2^{2n} = 2^n \cdot 2^n$$







Time spent  
looking at  
exponential  
graphs





*Demnächst mehr!*

*s.fekete@tu-bs.de*