Übung 6

1

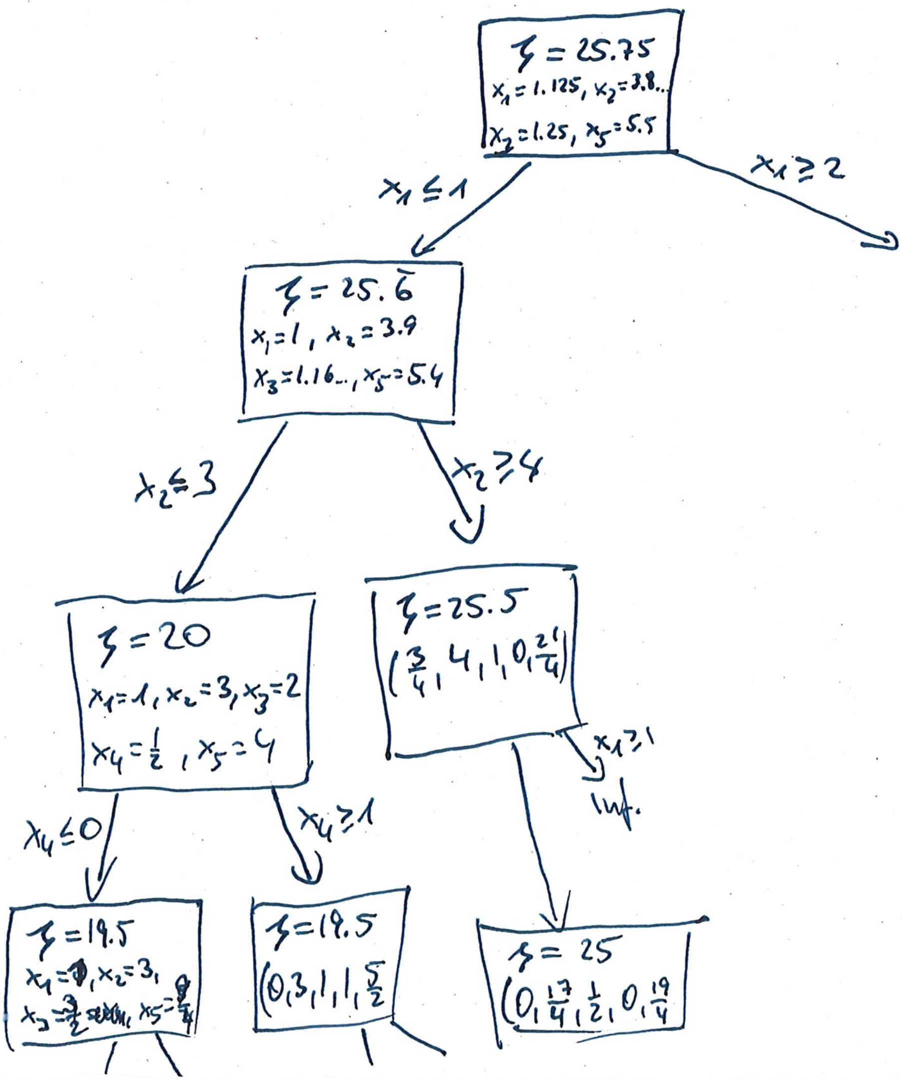
- Branch&Cut durchführen
- Graphenproblem $\Rightarrow$ IP + Duales

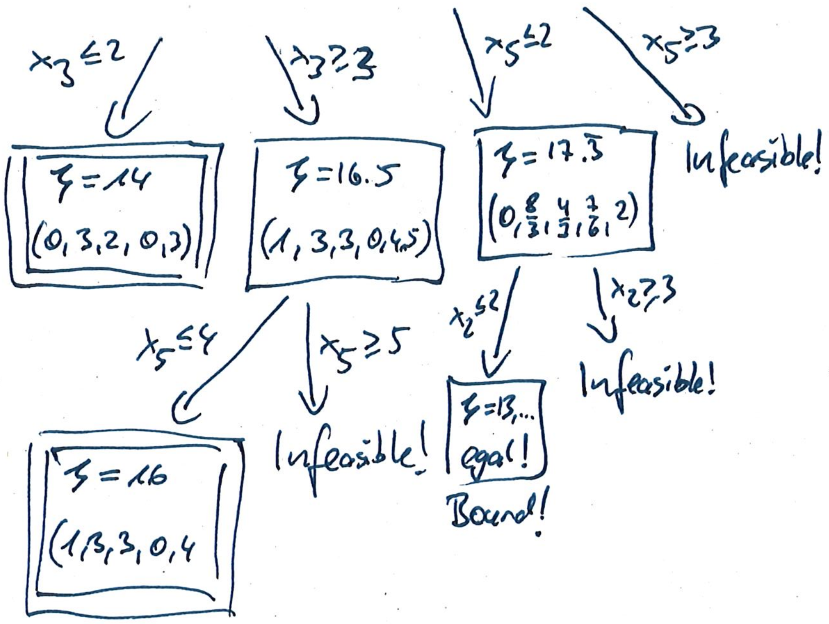
Betrachte folgendes IP:

$$\max \; 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 1x_5$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.} \quad 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 1x_4 - 1x_5 &\leq 7 \\
-2x_1 - 4x_2 - 1x_3 \qquad\qquad + 2x_5 &\leq -8 \\
3x_1 + 1x_2 - 1x_3 - 2x_4 - 2x_5 &\leq -7 \\
2x_2 + 1x_3 + 2x_4 \qquad\quad &\leq 9
\end{aligned}$$

Führe Branch-and-Bound durch.





Hmm. Unfassbar viel arbeit! Können wir beim Branchen weitere Informationen benutzen?

Betrachte ZF: Die muss ganzzahlig sein!

$\Rightarrow$ Löse jeden Knoten so weit, dass der ZFW ganzzahlig ist

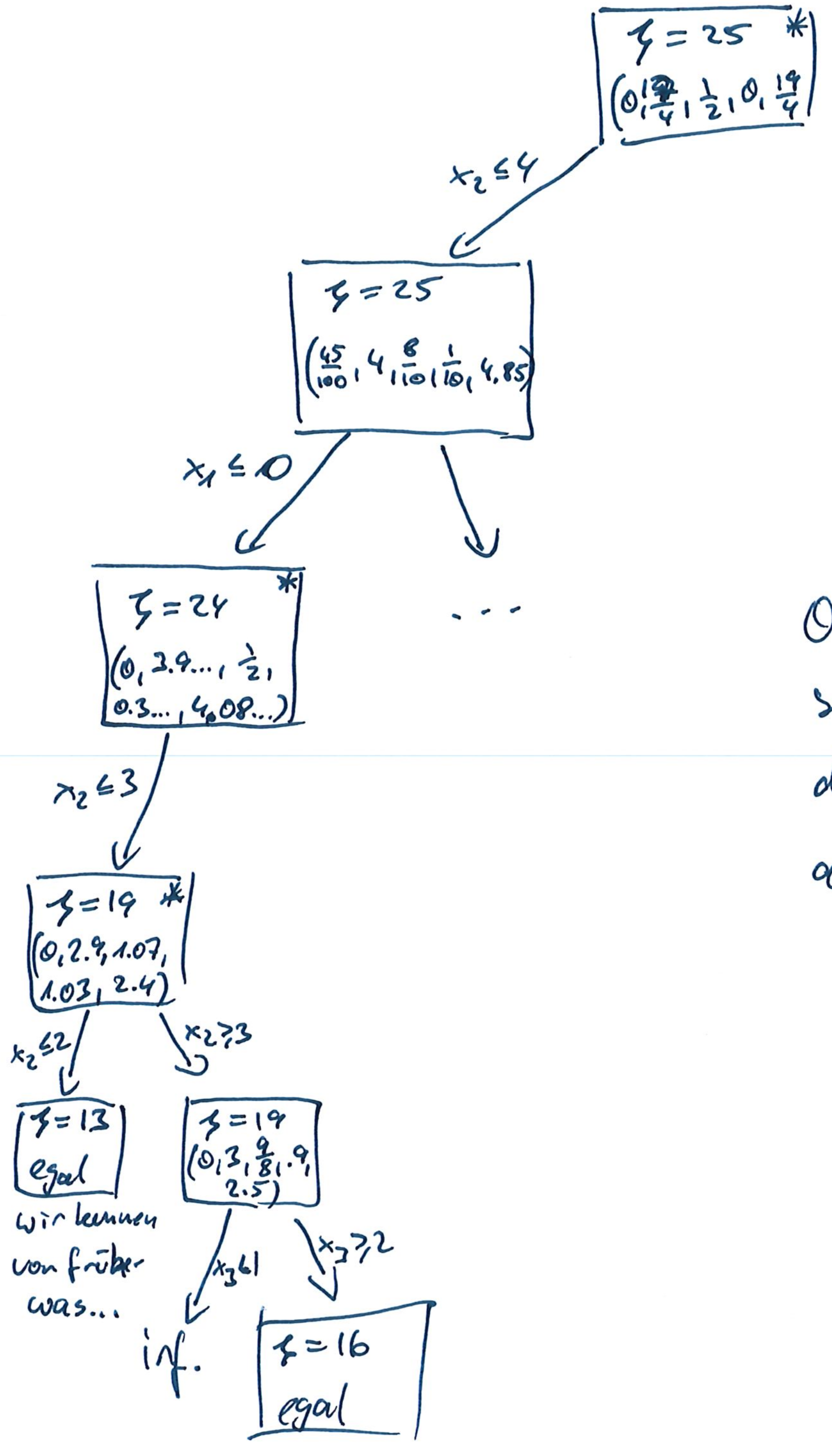
füge als Constraints hinzu

$$3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 1x_5 \le z \quad \text{mit } z \in \mathbb{Z}$$

je mit * gekennzeichnet.

In Knoten 1: $z = 25$

$\Rightarrow$



Hey! Das ist ein Knoten von vorher, den wir seeeehr spät entdeckt haben!

Okay… immer noch sehr viel arbeit, aber schon definitiv etwas an arbeit gespart!

Können wir andere Cuts finden?

z.B. Zero-Half-Cuts

Ggf. in Verbindung mit Branchen und Propagation?

Angenommen, wir branchen über x_3, denn darüber können wir einen Zero-Half-Cut finden

$\zeta = 25$ *

$(0, \frac{17}{4}, \frac{1}{2}, 0, \frac{19}{4})$

$x_3 \leq 0$ mit $2x_2 + 1x_3 + 2x_4 \leq 9$ liefert $\boxed{x_2 + x_3 + x_4 \leq 4 \Rightarrow x_2 + x_4 \leq 4}$

~~$x_3 \ldots x_3 \leq 0$~~

im anderen Branch:
mit

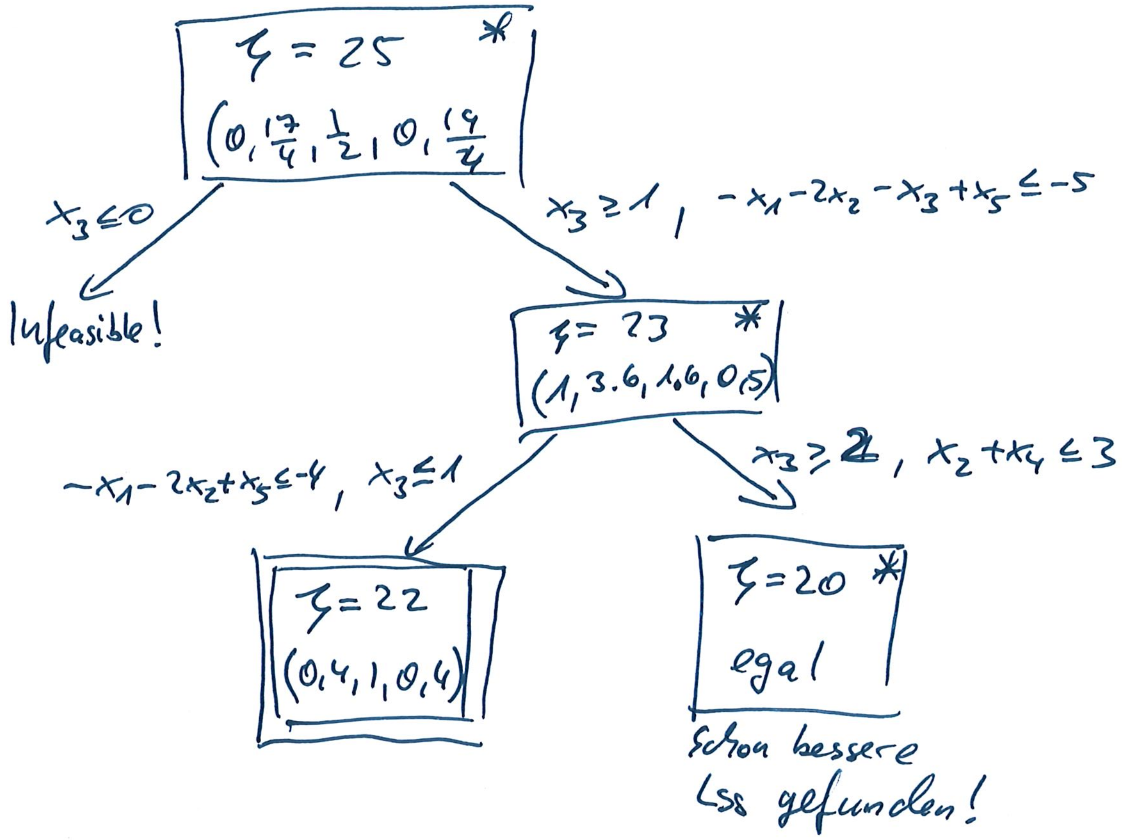
$x_3 \geq 1$ und $-2x_1 - 4x_2 - 1x_3 + 2x_5 \leq -8$

$\Leftrightarrow$

$-x_3 \leq -1$

$\Rightarrow -2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 2x_5 \leq -9$

$\Rightarrow -x_1 - 2x_2 - x_3 + x_5 \leq -5$



Was passiert, wenn Cuts direkt aus dem LP abgeleitet werden?
$\rightarrow$ Presolve!

$-2x_1 - 2x_2 + 2x_4 + 2x_5 \leq 1$ (Aus Constraints 2 und 4)

$\Rightarrow -x_1 - x_2 + x_4 + x_5 \leq 0$

Dazu Constraint 1 ergibt:

$2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 \leq 7$

$\Rightarrow x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \leq 3.$

Diese beiden Constraints ergeben direkt eine Integer-Lösung:

$(0, 4, 1, 0, 4)$. Mit Wert 22.