



Technische  
Universität  
Braunschweig



# Mathematische Methoden der Algorithmik – Vorlesung #00

Arne Schmidt



# Organisation

Vorlesung

- Grundlagen

+

Gr. Übung

- Vertiefungen
- Exkurse
- Beispiele



Arne Schmidt

Kl. Übung

- Hausaufgaben

Kevin Meier

# Fragen



Inhaltlich oder  
allgemeiner Ablauf

Vorlesung / große Übung



Zu Übungsblättern  
oder Korrektur

Kleine Übungen / Tutoren



Individuelle Fragen

**Immer per Mail** an [aschmidt@ibr.cs.tu-bs.de](mailto:aschmidt@ibr.cs.tu-bs.de)  
(Nicht über StudIP)



Sprechstunde

Montags, 09:45 Uhr im Raum IZ 333  
(Am besten vorher per Mail ankündigen)

# Semesterplan (vorläufig)

Datum (VL / Ü)	VL	VL / Ü Inhalt	Hausaufgabe (Ausgabe, Mi.)	Hausaufgabe (Abgabe, Mi. 15 Uhr)	Gr. Ü / Kl. Ü.
15.10.	-				
22.10	0	Orga + Einleitung			
29.10.	1	Simplex	HA1		G
05.11.	2	Fundamentalsatz			
12.11.	3	Dualität I	HA2	HA1	G
19.11	4	Dualität II			K
26.11.	5	Matrix Notation	HA3	HA2	G
03.12.	6	Implementationen			K
10.12.	7	Allgemeine LPs	HA4	HA3	G
17.12.	8	Integer Programming			K
24.12.		-			
31.12.		-			
07.01.	9	Graphenprobleme	HA5	HA4	G
14.01.	10	Matching Polytopy			K
21.01.	11	Geometrische Probleme		HA5	G
28.01.	12	Zusammenfassung			K

# Unterlagen

- Öffentlich zugänglich
- Wird enthalten:
  - Slides (VL / UE)
  - Hausaufgaben

<https://www.ibr.cs.tu-bs.de/courses/ws2425/mma/index.html>

The screenshot shows a web page for the course 'Mathematische Methoden der Algorithmik'. The page is part of the website of the Institute for Business Systems and Computing (IBR) at TU Braunschweig. The navigation bar includes 'Studium & Lehre', 'Forschung', 'International', 'Die TU Braunschweig', and 'Struktur'. The breadcrumb trail is: 'Struktur > Fakultäten > Carl-Friedrich-Gauß-Fakultät > Institute > Institut für Betriebssysteme und Rechnerverbund > Lehrveranstaltungen > Wintersemester 2024/2025'. The course title is 'Mathematische Methoden der Algorithmik'. The semester is 'Wintersemester 2024/2025'. The study programs are 'Wirtschaftsinformatik Master, Informations-Systemtechnik Master, Informatik Master'. The IBR group is 'ALG (Prof. Fekete)'. The course type is 'Vorlesung & Übung'. The lecturer is 'Dr. Arne Schmidt', a scientific employee, with contact information: email 'aschmidt@ibr.cs.tu-bs.de', phone '+49 531 3913115', and room 'Raum 333'. The course is worth 5 LP (LP 5) and has a workload of 2+1+1 SWS. The location and time are: 'Vorlesung: Dienstag, 9:45 - 11:15, SN 19.4.' and 'Übung: Mittwoch, 15:00 - 16:30, TBA.'. The page also features a sidebar with social media icons (Twitter, YouTube, Facebook, Instagram, LinkedIn) and a right sidebar with a user login ('aschmidt angemeldet - Logout'), an 'Edit' button, and a navigation menu for the IBR website.

# Mailingliste

<https://lists.ibr.cs.tu-bs.de/postorius/lists/mma.ibr.cs.tu-bs.de/>

Postorius Listen Archiv Anmelden Registrieren

MMA mma@ibr.cs.tu-bs.de

## Zusammenfassung

Mathematische Methoden der Algorithmik - WS24/25

Mathematische Methoden der Algorithmik - WS24/25. Über diese Liste werden für die Vorlesung, Übung, und Hausaufgaben wichtige Informationen verteilt. Alle Teilnehmer sollte sich eintragen (auch wenn ihr auch noch nicht sicher seid). Ein Austragen ist problemlos jederzeit möglich.

Benutzen Sie folgende Adresse, um die Listen-Besitzer zu kontaktieren: *mma-owner@ibr.cs.tu-bs.de*

You have to sign in to visit the archives of this list.

## Mitglied werden/Mitgliedschaft beenden

To subscribe or unsubscribe from this list, please sign in first. If you have not previously signed in, you may need to set up an account with the appropriate email address.

Anmelden

You can also subscribe without creating an account. If you wish to do so, please use the form below.

Ihre E-Mail-Adresse

Ihr Name (optional)

Abonnieren

# Hausaufgaben



# Hausaufgaben



Insgesamt 5 Hausaufgabenblätter. Insgesamt 50 Punkte erreichbar. Blätter 1 bis 5 geben je 10 Punkte.



**Studienleistung** ist bestanden, wenn 50% aller Punkte erreicht wurden (also **25 Punkte**).



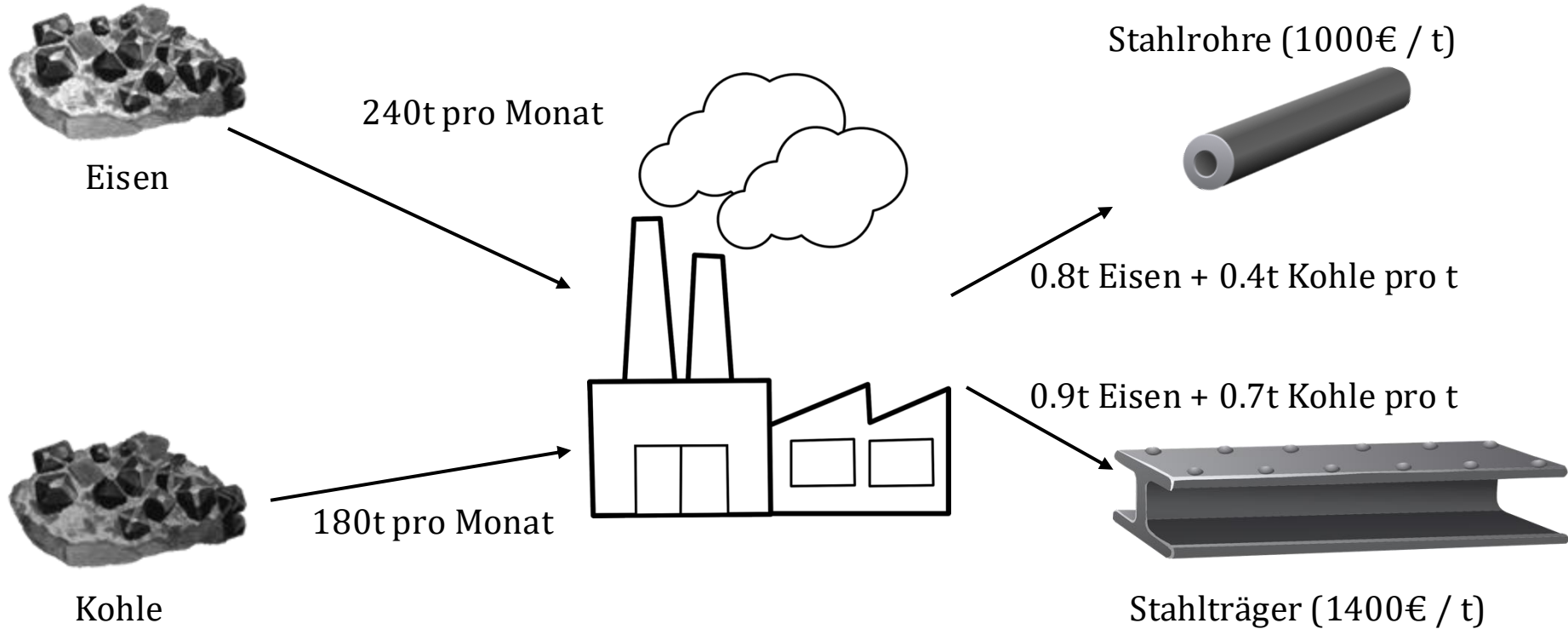
Hausaufgaben bestehen hauptsächlich aus Theorieaufgaben und müssen in Papierform abgegeben werden.

# Prüfungsform?

# Fragen?

# Kapitel 1 – Lineare Programme

# Fabrik – Bestmöglicher Profit?



# Etwas mathematischer

Maximiere:  $1000 * \text{Rohre} + 1400 * \text{Träger}$

**Profit**

$0.8 * \text{Rohre} + 0.9 * \text{Träger} \leq 240$

**Eisenlimit**

$0.4 * \text{Rohre} + 0.7 * \text{Träger} \leq 180$

**Kohlelimit**

Reicht das zur Beschreibung?

$\text{Rohre} \geq 0$

$\text{Träger} \geq 0$

**Eine Lösung:**

Rohre = 0

Träger = 257,14285...

Umsatz = 360000

**Andere Lösung:**

Rohre = 30

Träger = 240

Umsatz = 366000

Geht das besser?

# Etwas anders

Maximiere  $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} \text{Rohre} \\ \text{Träger} \end{pmatrix}$  **Profit**

$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Rohre} \\ \text{Träger} \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$  **Eisenlimit**  
 $\begin{pmatrix} \text{Rohre} \\ \text{Träger} \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  **Kohlelimit**

# Allgemein

Maximiere  $c^T x$

Unter Bedingungen

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

# Definition

Maximiere  $c^T x$

Unter Bedingungen

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Ein lineares Programm (LP) besteht aus einer linearen Zielfunktion (**objective function**)  $\zeta = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = c^T x$ , welche maximiert oder minimiert werden soll.

Dabei ist:

- $c$  der **Kostenvektor**
- $x$  ein **Variablenvektor** (Entscheidungsvariablen)

Zusätzlich besitzt ein LP  $m$  Nebenbedingungen (Constraints) in der Form

$$Ax \begin{cases} \leq \\ = \\ \geq \end{cases} b$$

Dabei ist

- $A$  eine  $m \times n$ -**Koeffizientenmatrix**
- $b$  ein  $n$ -dimensionaler **Vektor von Konstanten**



# Standardform

Maximiere  $c^T x$

Unter Bedingungen

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Ein lineares Programm (LP) in **Standardform** besteht aus einer linearen Zielfunktion (objective function)  $\zeta = c^T x$ , welche **maximiert** werden soll.

Dabei ist:

- $c$  ein  $n$ -dimensionaler **Kostenvektor**
- $x$  ein  $n$ -dimensionaler **Variablenvektor** (Entscheidungsvariablen)

Zusätzlich besitzt ein LP  $m$  Nebenbedingungen (Constraints) in der Form

$$Ax \leq b$$

$$x \geq 0$$

Dabei ist

- $A$  eine  $m \times n$ -**Koeffizientenmatrix**
- $b$  ein  $n$ -dimensionaler **Vektor von Konstanten**

Lemma: Jedes LP lässt sich in Standardform bringen.

# Feasibility und Optimalität

Eine Belegung von Variablen für ein LP heißt Lösung (**solution**). Weiter

- Eine Lösung ist gültig (**feasible**), wenn alle Constraints erfüllt werden.
- Eine Lösung heißt **optimal**, wenn der Lösungswert dem Maximum entspricht.

Besitzt ein LP keine Lösung, so ist das LP ungültig (**infeasible**).

Besitzt ein LP Lösungen mit beliebig hohen Werten, dann ist das LP unbeschränkt (**unbounded**).

Lemma:

Ist ein LP feasible und bounded, dann hat das LP ein Optimum.

Beweis:

Sei  $X$  die Lösungsmenge. Da das LP beschränkt ist, existiert ein Supremum  $s$ .

Da  $c$  linear ist, wird die abgeschlossene Menge  $X$  auf eine abgeschlossene Menge  $c[X]$  abgebildet.

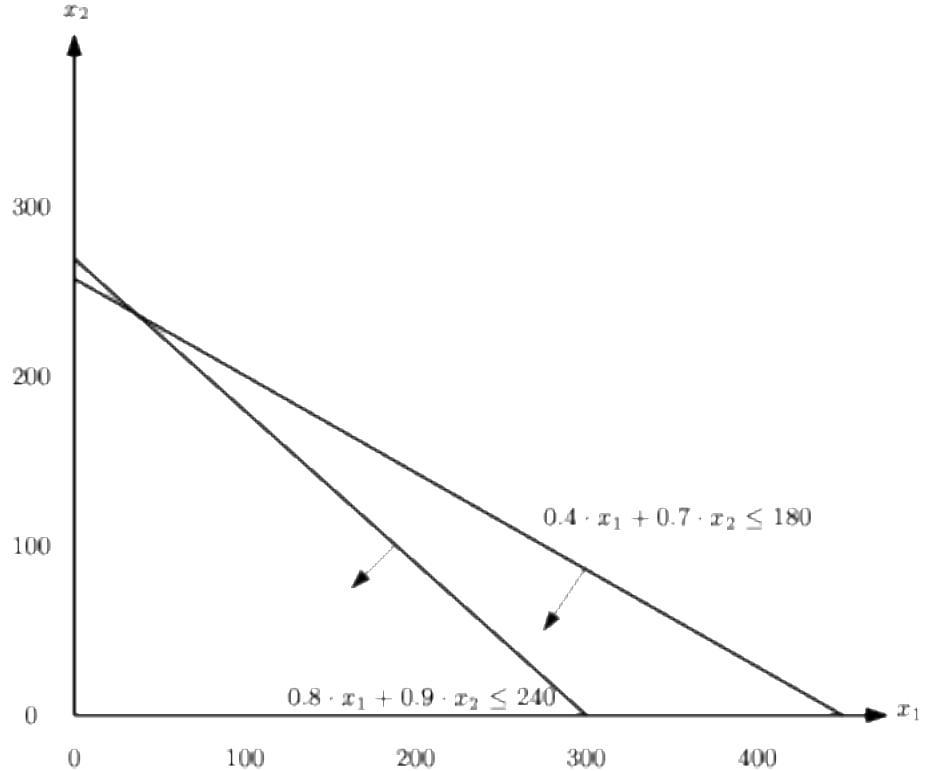
Da  $s$  entweder in  $c[X]$  oder ein Häufungspunkt. Da  $c[x]$  abgeschlossen ist, muss  $s$  in  $c[X]$  sein.

# Graphische Darstellung

Maximiere:  $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

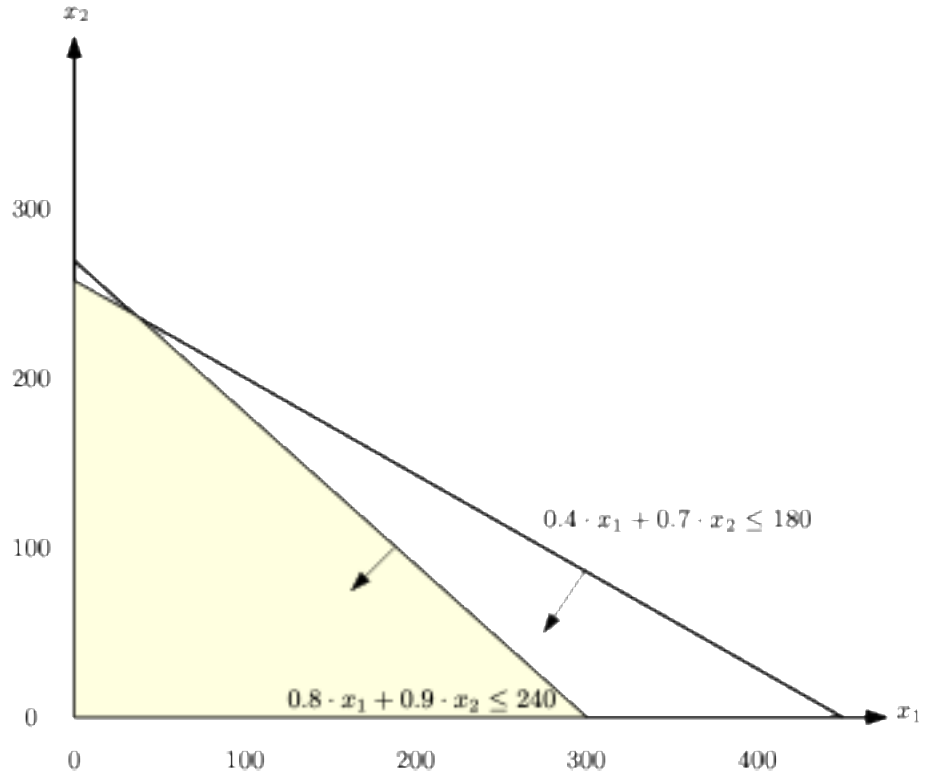


# Graphische Darstellung

Maximiere:  $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

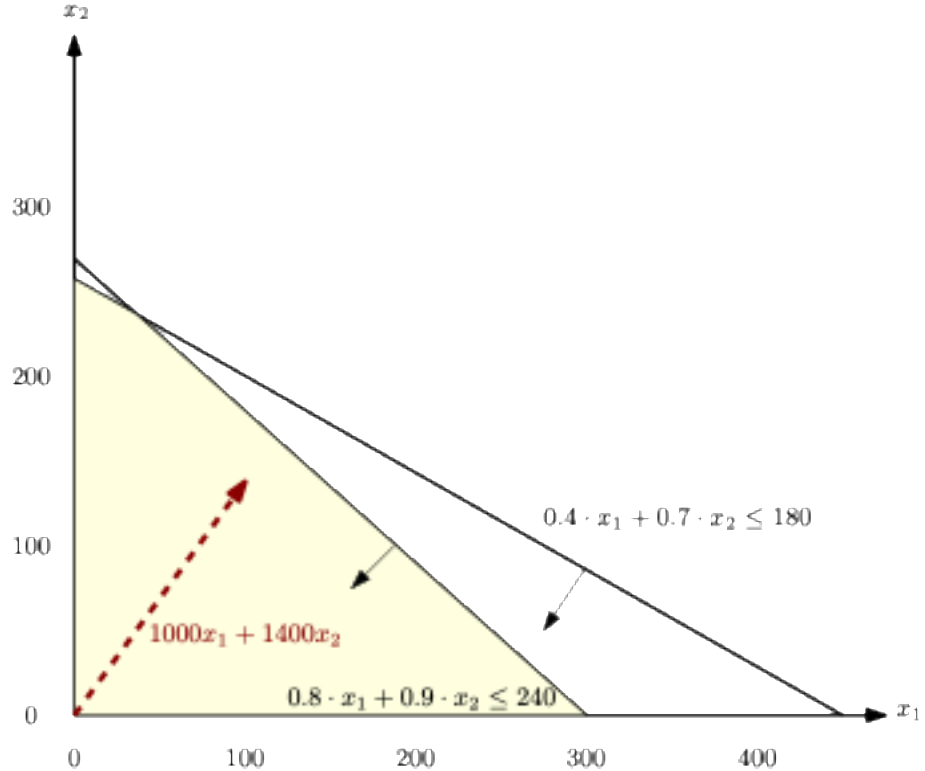


# Graphische Darstellung

Maximiere:  $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

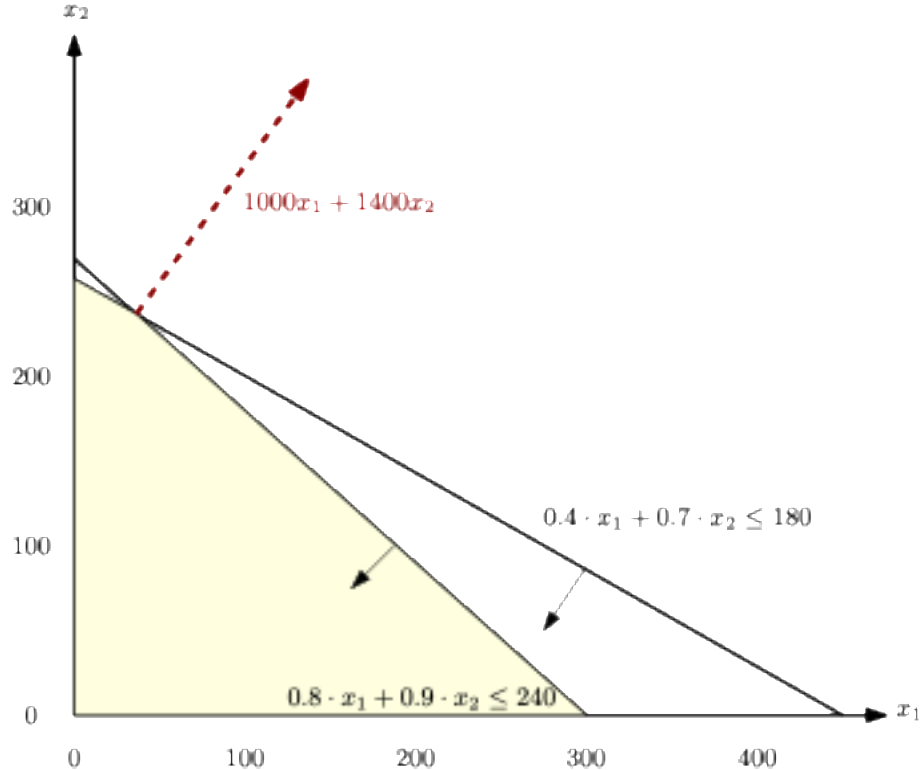


# Graphische Darstellung

Maximiere:  $(1000, 1400) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0.8 & 0.9 \\ 0.4 & 0.7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 240 \\ 180 \end{pmatrix}$$

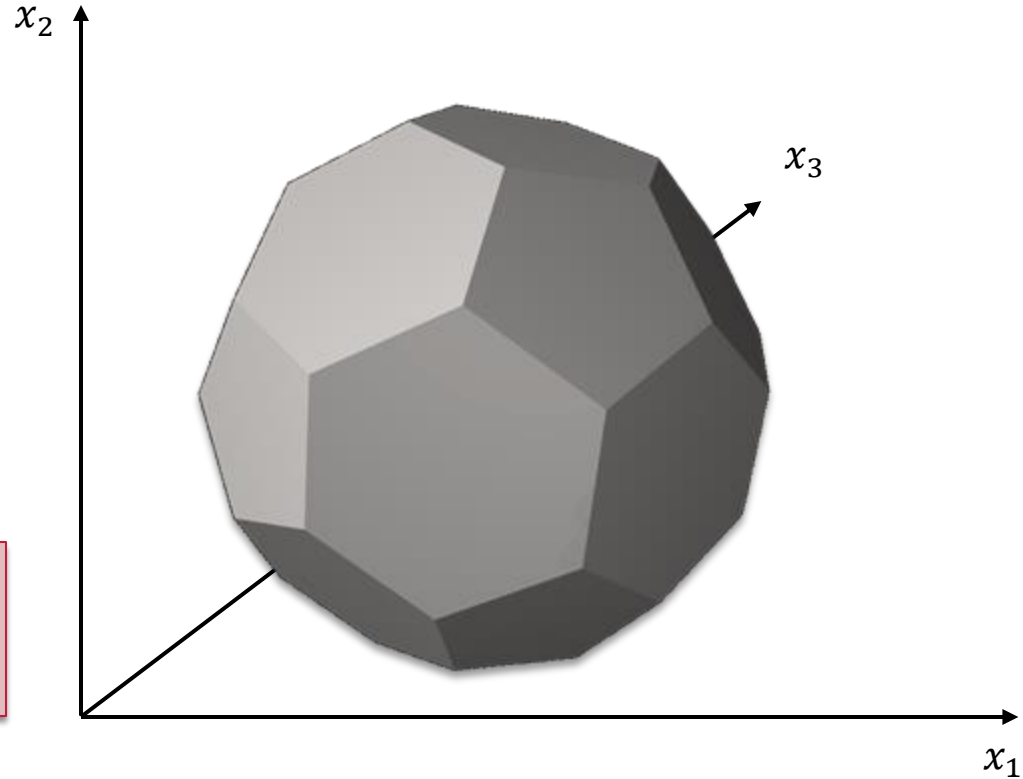
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



# Mehr Variablen = mehr Dimensionen

- Jede Variable erhöht die Dimension des Lösungsraumes um eins.
- Constraints entsprechen Hyperebenen, die den Lösungsraum beschneiden.

Lemma:  
Der Lösungsraum eines LPs ist immer konvex.



# Fragen



Wie bestimmt man das Optimum?

Wie beweist man Optimalität?

Wie schnell geht das?

Was passiert, wenn wir ganzzahlig sein müssen?

Welche Techniken existieren sonst noch?